



Coordenação Geral de Monitoramento de Solvência - CGSOA
Coordenação de Monitoramento de Riscos – CORIS

Capital Adicional Baseado no Risco de Subscrição de Seguro de Vida Individual e Previdência

Modelo Padrão de Cálculo do Capital Adicional Baseado no Risco de Subscrição de Seguro de Vida Individual e Previdência

Eduardo Fraga L. de Melo*

César da Rocha Neves**

Eduardo Henrique Altieri⁺

Petrusca Arrieiro Cardoso⁺⁺

*D.Sc., SUSEP/CGSOA e UERJ - e-mail: eduardo.melo@susep.gov.br

**M.Sc., SUSEP/CGSOA e UERJ - e-mail: cesar.neves@susep.gov.br

+SUSEP/CGSOA - e-mail: eduardo.altieri@susep.gov.br

++M.Sc., SUSEP/CGSOA - e-mail: petrusca.cardoso@susep.gov.br

Resumo

O artigo apresenta a modelagem da fórmula padrão de cálculo do capital adicional baseado nos riscos de subscrição de seguro de vida e previdência para o mercado brasileiro. O modelo considera premissas atuais, realistas e não tendenciosas para cada variável envolvida, com base em simulação estocástica, estimando taxas de mortalidade com ganho de longevidade e fazendo uso de modelo de interpolação e extrapolação da estrutura a termo da taxa de juros, bem como detalhando a forma que essa estrutura é projetada para períodos futuros. A regulação proposta, que está em linha com as abordagens da IAIS e da União Européia (*Solvency II*), trará um ganho significativo para a solvência das seguradoras e EAPCs, além de contribuir para consolidar a implementação do modelo de supervisão baseada em risco no mercado brasileiro.

Palavras-chave: requerimento de capital regulatório, risco de subscrição de vida e previdência, estrutura a termo das taxas de juros, estrutura a termos das taxas de mortalidade.

I. Introdução

Atualmente, no mercado de seguro de vida individual e de previdência complementar aberta, não há requerimento de capital regulatório para cobrir os riscos de subscrição, não existindo, inclusive, margem de solvência aplicada para estas operações. Esse fato deixa a regulação brasileira de solvência, para os citados nichos, fora de compasso com os demais mercados internacionais relevantes de seguro e previdência.

Dessa forma, a regulação do capital adicional baseado em risco para operações de previdência aberta e vida individual se faz extremamente necessária a fim de resguardar os interesses dos segurados¹ e acionistas e a solvência do mercado supervisionado. A necessidade é ainda agravada pelo ganho de longevidade da população brasileira, como pode ser verificado em vários estudos do IBGE, e pelas quedas estruturais no nível de taxas de juros, que apontam um cenário de crescimento do risco de subscrição nas operações de seguros de vida individual (VI) e previdência complementar (PREV).

Para os demais ramos de seguro, o capital adicional de subscrição foi introduzido pela Resolução CNSP 158/06, que entrou em vigor em janeiro de 2008. Essa resolução não se aplica às operações dos seguros habitacional dentro do sistema financeiro de habitação, DPVAT, DPEM, VGBL, VAGP, VRGP, VRSA, plano de renda imediata (PRI) e vida individual².

Os riscos inerentes às operações de seguro não abordadas pela Resolução CNSP 158/06, com exceção dos seguros habitacional dentro do sistema financeiro de habitação, DPVAT e DPEM, serão objeto do modelo apresentado neste artigo, definido como modelo de cálculo do capital adicional de subscrição de vida individual e previdência. A existência de modelos diferenciados para cálculo do capital de subscrição de VI e PREV e de danos, que inclui vida em grupo (VG), é justificada pelas características técnicas distintas de cada grupamento. Essas diferenças podem ser percebidas, por exemplo, na forma de comercialização dos produtos de VI e VG.

Neste ponto, é relevante ressaltar que a supervisão de capital baseado em risco já abrange todas as sociedades supervisionadas³ pela Superintendência de Seguros Privados (SUSEP), dado que o conceito de capital mínimo requerido, com a vigência da Resolução CNSP 227/10, passou a considerar inclusive as EAPCs sem fins lucrativos.

¹ *Optou-se em usar os termos do mercado de seguros. A extensão deve ser feita para os termos típicos de previdência.*

² *De acordo com a Circular SUSEP 411/2010, entende-se como operação de vida individual aquelas registradas nos seguintes ramos: Pessoas Individual - Auxílio Funeral (1329); Pessoas Coletivo - Dotal Misto (0983); Pessoas Individual - Dotal Misto (1383); Pessoas Coletivo - Dotal Puro (0986); Pessoas Individual - Dotal Puro (1386); Pessoas Individual - Vida (1391); e Pessoas - Vida Individual (Run-off) (0991).*

³ *Sociedades seguradoras, entidades abertas de previdência complementar (EAPC), sociedades de capitalização e resseguradores locais.*

Além disso, a Resolução CNSP 228/10 requer, a partir de janeiro de 2011, que as supervisionadas mantenham capital baseado no risco de crédito em adição ao capital baseado no risco de subscrição.

É fato que os riscos de mortalidade, longevidade, invalidez e de taxa de juros independem da natureza jurídica da sociedade que comercializa as apólices de seguro e os contratos de previdência. Portanto, a abordagem quantitativa aqui apresentada abrange todas as supervisionadas que têm operações de seguro de vida individual e previdência, conforme recomendações da *International Association of Insurance Supervisors* (IAIS, 2010a).

O objetivo deste documento é apresentar o modelo padrão para cálculo do capital e as diretrizes da regulação. Este tipo de procedimento visa preparar o mercado supervisionado para as novas regras, assim como possibilitar que haja sugestões para melhorias no modelo. Observamos que o modelo descrito neste artigo está em linha com as práticas internacionais de supervisão de seguro e com as orientações da IAIS, bem como com os princípios que norteiam o Solvência II da União Européia.

Na seção II, apresentamos modelos internacionais de mensuração do risco de subscrição de vida e previdência, com foco principal no Solvência II, apenas para fins de motivação do trabalho. Na seção III, descrevemos o modelo da SUSEP para cálculo do capital de subscrição de VI e PREV. Na seção IV, abordamos como modelos internos serão considerados dentro do arcabouço regulatório. Na seção V, trataremos da forma de agregação dos riscos de subscrição de danos e com o de VI e PREV. Por fim, na seção VI, são feitas as conclusões.

II. Modelos Internacionais de Mensuração do Risco de Subscrição de Vida e Previdência

Antes da apresentação do modelo para cálculo do capital adicional baseado no risco de subscrição de VI e PREV serão descritos, nesta seção, modelos internacionais de requerimento de capital. O foco principal será a regulação européia, da qual descrevemos dois submódulos de cálculo de capital de subscrição de vida encontrados no QIS5(2010) - mortalidade e longevidade.

II.1 Solvência I

A fórmula básica para a margem de solvência requerida para companhias de seguros de vida foi definida na primeira diretiva (CEE, 1979), principalmente como:

$$\begin{aligned} &\text{Primeiro resultado: 4\% das reservas matemáticas} \\ &\quad + \\ &\text{Segundo resultado: 0,3\% da soma de capital em risco} \end{aligned}$$

De acordo com Kastelijn e Remmerswaal (1986, p. 30), esta fórmula base poderia ser usada para:

- resseguro: a permissão máxima pode ser 15% das reservas matemáticas e 50% da soma de capital em risco ;
- seguro temporário de curto prazo: possível redução de 0,3% da margem; e
- seguro suplementar e benefício de morte acidental: aplicam-se às s coberturas das margens de seguros não-vida.

II.2 Solvência II

Trata-se de uma política de regulação de seguros adotada, mas ainda a vigor, pela União Europeia. Em 2009, foi aprovada a Resolução Legislativa do Parlamento Europeu (Solvência II, 2009), que define as diretrizes para o mercado de seguros e resseguros na Europa. Nesse documento, entre outros assuntos relevantes, são definidos os critérios para obtenção do capital requerido baseado em riscos.

No Solvência II, risco de subscrição é definido como risco de perda ou mudança adversa no valor das provisões, devido à inadequação da precificação e das hipóteses utilizadas no provisionamento. Há uma divisão em 3 módulos: vida (*life*), danos (*non-life*) e saúde (*health*). O módulo de vida, que inclui as operações de previdência, deve refletir os riscos decorrentes das obrigações de seguro de vida, em relação às coberturas e aos processos utilizados na realização de negócios.

No Anexo IV do documento europeu, citado acima, é apresentada a fórmula de cálculo do *basic solvency capital requirement* (*basic SCR* - capital básico requerido de solvência):

$$Basic\ SCR = \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j} \quad (1)$$

Sendo, no mínimo, os seguintes módulos de risco:

- SRC_{non-life} = capital requerido (SCR) para risco de subscrição não-vida;
- SRC_{life} = SCR para risco de subscrição vida;
- SRC_{healthy} = SCR para risco de subscrição saúde;
- SRC_{mercado} = SCR para risco de mercado;
- SRC_{default} = SCR para risco de default da contraparte;
- $\rho_{i,j}$ = matriz de correlação entre “i” e “j”.

Cada módulo de risco é calibrado usando o Value-at-Risk (VaR) com 99,5% de nível de confiança, considerando um horizonte de um ano.

O capital requerido do módulo de risco de subscrição de vida deve ser calculado, de acordo com o item 3 do Anexo IV da resolução legislativa citada, combinando no mínimo os seguintes submódulos:

- risco de mortalidade: risco de perda ou de mudança adversa nos valores das provisões resultante de alterações no nível, tendência ou volatilidade das taxas de mortalidade, em que um crescimento na taxa de mortalidade leva a um crescimento no valor das provisões;
- risco de longevidade: risco de perda ou de mudança adversa nos valores das provisões resultante de alterações no nível, tendência ou volatilidade das taxas de mortalidade, em que um decréscimo na taxa de mortalidade leva a um crescimento no valor das provisões;
- risco de invalidez - morbidade: risco de perda ou de mudança adversa nos valores das provisões resultante de alterações no nível, tendência ou volatilidade de invalidez, doenças e morbidade;
- risco de despesas: risco de perda ou de mudança adversa nos valores das provisões resultante de alterações no nível, tendência ou volatilidade das despesas incorridas na prestação de serviços de contratos de seguros ou de resseguros;
- risco de revisão: risco de perda ou de mudança adversa nos valores das provisões, resultante de flutuações no nível, tendência ou volatilidade das taxas de revisão aplicadas para anuidades, devido a mudanças no ambiente legal ou do estado de saúde do segurado;
- risco de resgate: risco de perda ou de mudança adversa nos valores das provisões resultante de alterações no nível, tendência ou volatilidade das taxas de resgate, renovações e cancelamentos; e
- risco de catástrofe: risco de perda ou de mudança adversa nos valores das provisões resultante de incertezas significativas na precificação e hipóteses utilizadas no provisionamento relacionados a eventos extremos ou não regulares.

A fórmula utilizada para cálculo do capital requerido do módulo de risco de subscrição de vida é:

$$SCR_{life} = \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j}, \quad (2)$$

onde SCR_i denota o capital requerido referente ao submódulo “i” e SCR_j denota o do submódulo “j”, e $\rho_{i,j}$ é a correlação linear entre “i” e “j”.

O modelo de cálculo de cada submódulo e a matriz de correlação são encontrados no QIS5 (2010). Nesse documento o *Comitê of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors* (CEIOPS), atualmente com nova denominação⁴, propõe especificações técnicas para cálculo do requerimento de capital. Para ilustrar o

⁴ EIOPA – *European Insurance and Occupational Pensions Authority*

modelo de cálculo, a seguir, serão descritos os submódulos de longevidade e mortalidade:

a) Risco de longevidade

Esse risco é associado aos produtos que garantam pagamentos de anuidades até a morte dos segurados, em que a redução da taxa de mortalidade leva a um crescimento do passivo da companhia, e aos seguros dotais, que pagam benefício único em caso de sobrevivência dos segurados.

O valor do capital requerido deve ser calculado com base na variação do valor líquido dos ativos (ativos menos passivos) em função de uma redução permanente das taxas de mortalidade.

$$Life_{log} = (\Delta NAV | longevityshock) \quad (3)$$

Onde:

- ΔNAV = variação do valor líquido dos ativos menos passivos; e
- longevityshock = redução (permanente) de 20% nas taxas de mortalidade para cada idade e apólice, onde os pagamentos de benefícios (rendas ou pagamentos únicos) dependem do risco de longevidade.

Em função do princípio da proporcionalidade do Solvência II, o QIS5(2010) apresenta uma fórmula simplificada para cálculo do capital. Esse modelo não necessariamente reflete um valor de capital a menor. Trata-se apenas de uma fórmula simples de cálculo, que possa ser efetuada por qualquer seguradora. A simplificação pode ser usada nas seguintes condições:

- a simplificação é proporcional a natureza, escala e complexidade dos riscos da companhia; e
- a carga de trabalho gerada pela utilização da fórmula padrão é muito pesada para a companhia.

O capital requerido usando a simplificação deve ser calculado aplicando uma taxa de choque de longevidade de 20% no produto dos seguintes fatores:

- (1) melhor estimativa dos contratos sujeitos ao risco de longevidade - provisão;
- (2) taxa de mortalidade média esperada pela seguradora no próximo ano (ponderada pela soma segurada);
- (3) *duration* modificada dos fluxos de caixa da provisão (n); e
- (4) crescimento projetado da mortalidade ($1.1^{((n-1) / 2)}$), com base no pressuposto de que a taxa de mortalidade média da carteira, devido à idade, cresce ao longo do período correspondente a *duration* a 10% ao ano.

Podemos facilmente explicar a regra da simplificação. Dado que (2) x (4) é a média geométrica das taxas, considerando crescimento anual de 10%, e, aplicando o

choque de longevidade de 20% nesse resultado, tem-se a variação da taxa de mortalidade. Então, o capital requerido, calculado pela fórmula simplificada é:

$$Life_{log} = Provisão \times n \times \Delta taxademortalidade \quad (4)$$

b) Risco de mortalidade:

Esse risco é associado aos produtos que garantam pagamentos de benefícios no caso da morte do segurado, em que o crescimento da taxa de mortalidade aumenta o passivo da seguradora.

O valor do capital requerido deve ser calculado com base na variação do valor líquido dos ativos (ativos menos passivos) em função de uma redução permanente das taxas de mortalidade.

$$Life_{mort} = (\Delta NAV | mortshock) \quad (5)$$

Onde:

- ΔNAV = variação do valor líquido dos ativos menos passivos; e
- mortshock = crescimento (permanente) de 15% nas taxas de mortalidade para cada idade e apólice, onde os pagamentos dependem do risco de mortalidade.

A simplificação pode ser usada nas mesmas condições apresentadas no risco de longevidade. O capital requerido usando a simplificação deve ser calculado aplicando 15% (taxa de choque de mortalidade) no produto dos seguintes fatores:

- (1) total do capital segurado em risco;
- (2) taxa de mortalidade média esperada pela seguradora no próximo ano (ponderada pela soma segurada);
- (3) *duration* modificada dos fluxos de caixa da provisão (n); e
- (4) crescimento projetado da mortalidade ($1.1^{((n-1) / 2)}$), com base no pressuposto de que a taxa de mortalidade média da carteira, devido à idade, cresce ao longo do período correspondente a *duration* a 10% ao ano.

Pode-se facilmente explicar a regra de simplificação. Dado que (2) x (4) é a média geométrica das taxas, considerando crescimento anual de 10%, e, aplicando o choque de mortalidade de 15% nesse resultado, tem-se a variação da taxa de mortalidade. Então, o capital requerido, calculado pela fórmula simplificada é:

$$Life_{mort} = CapitalSegurado \times n \times \Delta taxademortalidade \quad (6)$$

II.3 Outras jurisdições

a) Canadá

O OSFI (*The Office of the Superintendent of Financial Institutions*) é o regulador federal do Canadá. Como a OSFI também regula a área bancária, existe a tendência para harmonização da regulação de seguros com a bancária.

Para ramo vida, a estrutura de capital é conhecida como *Minimum Continuing Capital and Surplus Requirements* (MCCSR). O capital requerido é determinado através da aplicação de fatores em quatro componentes de risco. Um dos componentes está relacionado a estimativas incorretas sobre mortalidade e morbidade. Os outros componentes estão relacionados aos riscos de ativos, de mudanças em taxas de juros e de riscos na margem de precificação.

O cálculo desses requerimentos mínimos tem, em comum com o sistema RBC americano, o princípio do fracionamento por risco, com pequenas diferenças no risco coberto. O capital requerido corresponde à soma do requerimento para cada tipo de risco.

O risco referente à mortalidade e morbidade corresponde ao risco de seguro no sistema RBC, mas também inclui o risco associado ao valor das anuidades. O risco associado à morte é calculado de uma maneira mais complexa que sistema RBC americano através de ponderação do capital de risco. Os coeficientes são determinados como função da garantia dada (5 coeficientes possíveis variando de 0.05% a 0.25%) ajustados ao tamanho do portfólio. O risco associado à invalidez é calculado ponderando o valor das provisões para prêmios (para risco associado a futuros sinistros) e provisão para anuidades. Existem regras extremamente detalhadas para a determinação dos coeficientes a serem aplicados e posteriores ajustes ao tamanho do portfólio da empresa. Em contrapartida, o cálculo para o risco associado a contingências de vida é muito menos refinado: o risco é obtido aplicando o coeficiente de 1% ao total das provisões técnicas.

b) Suíça

Conforme descrito no item 6.8.6 em Sandström (2006), o modelo padrão para risco de seguros de pessoas é definido pelos seguintes fatores de risco:

- mortalidade;
- longevidade;
- invalidez;
- taxa de recuperação;
- taxa de lapsos (resgates); e
- exercício de opção.

As mudanças nos fatores de risco são assumidas como normalmente distribuídas, analogamente ao modelo para ativos. A companhia calcula a sensibilidade do capital baseado no risco com respeito aos fatores de risco separados. As sensibilidades são agregadas de acordo com as volatilidade e correlações entre os fatores de risco.

c) Reino Unido

A queda vertiginosa no valor das ações em anos recentes e o desejo do regulador de evitar vendas desnecessárias em conjunto com outros desenvolvimentos, serviram para ressaltar deficiências nos métodos ora existentes para avaliação do requerimento de capital para lastro dos negócios com garantias e reversão de excedentes.

A relativa insensibilidade do método tradicional de avaliação de passivos a mudanças nas condições de mercado tem sido endereçada por meio da combinação de uma mudança na abordagem tradicional para avaliar negócios regulares e de ajustes ao teste de sensibilidade. Adicionalmente, um método mais realístico para aferir passivos foi introduzido. Este método inclui um valor (consistente com o mercado) para opções e garantias. Ele também permite explicitar o potencial para futuros bônus e ações tomadas pelas companhias que são consistentes com o tratamento justo de seus segurados.

De acordo com o artigo de consulta CP195 (2003), para garantir que haverá ativos suficientes para cumprir com as obrigações após eventos adversos de mercado, crédito e sensibilidade, uma companhia deve ter o maior de:

- o cálculo das provisões matemáticas + teste de sensibilidade + requerimento de capital estabelecido pela União Européia; e
- o valor presente realístico dos passivos esperados futuros, incluindo opções e garantias + pagamentos projetados + capital adicional requerido

Se a soma dos elementos realísticos mais o capital requerido exceder as provisões matemáticas mais o teste de sensibilidade acrescido do requerimento de capital estabelecido pela União Européia (EU), então a seguradora deverá manter um capital adicional. O maior dos dois valores é o ECR (*Enhanced Capital Requirement*). Esse procedimento é freqüentemente referido como a abordagem dos picos gêmeos (*twin peaks*).

As regras para o ECR variam de acordo com o negócio. Empresas sem fins lucrativos e negócios correlatos retêm a abordagem da EU. Nesses casos, o ECR deveria incluir um elemento de risco de 3% das provisões matemáticas, além de qualquer quantia adicional necessária para cobrir o teste de sensibilidade, de forma a cobrir o risco de mercado de investimento. Fundos com fins lucrativos de grande tamanho devem adotar a nova abordagem para provisionamento e capital em termos realísticos.

III. Modelo de Cálculo do Capital de Subscrição de Vida e Previdência

Toda abordagem desenvolvida neste artigo baseia-se no uso de modelos estocásticos e de simulação que diferem da abordagem tradicional - determinística. É importante ressaltar que o uso de abordagem estocástica é tendência irreversível no

mundo, tendo em vista ser a única capaz de lidar de forma adequada com a complexidade atual de contratos de vida e previdência, incluindo aí seus derivativos embutidos. O tratamento determinístico nestas situações é incapaz de capturar de forma eficaz a dinâmica de processos e variáveis que interferem na distribuição de perdas de seguradoras e entidades de previdência. Um excelente exemplo da aplicabilidade de processos estocásticos está na avaliação de garantias mínimas. Certamente, são estas que representam as principais obrigações de rendas assumidas pelas seguradoras e EAPCs, tendo em vista a severidade das perdas.

Como se vê, garantias requerem uma abordagem específica. Quando um indicador de mercado (como por exemplo: a taxa DI, ou uma taxa de cupom de IPCA) se torna “desfavorável” para o emissor de um seguro, isto afeta muitas apólices ou contratos ao mesmo tempo. Para os contratos mais simples, há duas situações: ou todas as apólices gerarão perdas ou nenhuma gerará. Neste contexto, não é possível aplicar conceitos do Teorema do Limite Central (TLC), por exemplo. Este tipo de risco é definido como risco sistêmico, sistemático ou não-diversificável. Estes termos são intercambiáveis neste contexto. Considere os seguintes exemplos:

- Exemplo 1: Um segurador vende 10.000 contratos de seguros temporários a vidas independentes, cada uma com uma probabilidade de sinistro de 5% sob o período do contrato. O número esperado de sinistros é 500, e o desvio padrão é 22 sinistros. A probabilidade que mais de, por exemplo, 600 sinistros ocorrer é menor que 10^{-5} . Se o segurador quiser ser muito cuidadoso para não subprovisionar ou subprecificar, ao assumir uma taxa de mortalidade de 6% para cada vida ao invés da melhor estimativa de 5%, ele absorverá virtualmente todo o risco de mortalidade, considerando estas premissas estatísticas.
- Exemplo 2: O segurador vende 10.000 dotes puros, sem risco de sobrevivência, ligados a um índice de renda fixa (por exemplo, o DI). O benefício segurado está relacionado a um índice objeto baseado em uma taxa fixa de juros. Se o valor do índice ao final do período de diferimento é maior que o garantido, o benefício contratual é pago. Se o índice ao final do termo é menor que o valor contratual, o segurador deve arcar com a diferença. A probabilidade de o índice ter um valor ao final do período menor que o valor contratual é 5%.

O número esperado de sinistros sob ambos os contratos é o mesmo, ou seja, 500 sinistros. Entretanto, a natureza do risco no segundo exemplo é que há 5% de chance de que todos os 10.000 contratos gerarão sinistros, e 95% que nenhum contrato gerará sinistros. Não é possível capturar este risco pela adição de uma margem à probabilidade de ocorrência de 5%, via TLC.

Esse exemplo simples de garantia mínima ilustra que, para este tipo de risco, o valor médio do número (ou montante) de sinistros não é muito útil. Pode-se observar que não há ajuste simples que possa ser feito à média para capturar o risco. Não se pode assumir que a avaliação tradicional determinística com alguma margem nas

hipóteses será adequada. Ao invés, deve-se utilizar uma abordagem mais direta, estocástica, para a avaliação do risco.

É fato que o capital representa o excesso de ativos de uma empresa sobre seus passivos. Essa ferramenta de regulação de mercado fornece um parâmetro que ajuda a garantir uma situação de solvência das seguradoras. Com relação às incertezas na operação de uma supervisionada, tanto as companhias quanto os supervisores têm que reconhecer a função do capital como o “colchão” primário para absorver choques ou perdas não previstas. Um nível suficiente de capital é ponto crítico para que um segurador ou entidade de previdência cumpra com suas obrigações com os segurados e possíveis credores.

Um dos princípios da IAIS propõe que *“a autoridade supervisora requer que as seguradoras estejam em conformidade com o regime de solvência prescrito. Este regime inclui requisitos de adequação de capital e exige formas convenientes de capital que permitam à seguradora absorver perdas significativas não previstas”*. Sob essa ótica, o capital serve como proteção a segurados, ao reduzir a probabilidade de insolvência devida a perdas não esperadas, incluindo declínio no valor dos ativos e/ou aumento no valor das obrigações da instituição, e também a magnitude das perdas para segurados, caso a companhia se torne insolvente.

No ambiente de empresas que operam VI e PREV, existem muitos ensejos relacionados à necessidade de capital. A capacidade de pagamento dos sinistros ou benefícios sob a forma de renda ou sob forma de benefício único é de importância primordial tanto para o detentor da apólice quanto para o supervisor. Outras razões incluem o desejo de pagar dividendos mesmo durante o período de baixa lucratividade e ter potencial para investir em outros projetos ou expandir os ramos de atuação. Do ponto de vista do supervisor, a manutenção de margens de solvência apropriadas à condução dos negócios é a principal preocupação.

Dentro do ambiente de negócio das seguradoras, para que a solvência seja garantida é preciso reter provisões adequadas, investir prudentemente e possuir adequado nível de capital, limitando a concentração de sua exposição ou transferindo riscos para outros agentes de mercados, através de mecanismos como resseguro e cosseguro.

Conforme exposto, a meta do supervisor ao exigir níveis mínimos de capital será sempre salvaguardar segurados de perdas inesperadas e promover segurança, solidez e estabilidade para o sistema segurador, sem inibir a competição de mercado. Esse é o princípio que baliza este trabalho.

O risco, por sua vez, pode ser descrito como a possibilidade dos eventos ocorrerem de uma maneira diferente do esperado. Estudar os riscos associados ao processo de negócios das seguradoras ajuda a compreender como as margens de solvência podem ser afetadas pelas variabilidades e incertezas presentes no ambiente do negócio. Assim, os requerimentos de capital são por natureza numéricos, baseados

em medidas quantificáveis do risco. Estes requerimentos existem para prover suporte financeiro suficiente.

Nas subseções seguintes abordaremos as bases técnicas, o modelo e a metodologia para avaliação dos riscos de subscrição referentes aos planos e produtos de previdência e seguros de vida individual.

III.1 Medida de Risco e Horizonte de Tempo

O grande agente catalisador das discussões sobre modelos de regulação baseado em risco foi o setor bancário. O valor que tem servido de parâmetro para a maioria dos bancos centrais tomarem alguma ação (intervenção, direção fiscal, liquidação, etc.) em um banco é conhecido por “*Value at Risk*” (VaR). O VaR é uma tentativa de fornecer um número simples que resume o total de risco de um *portfólio* financeiro.

Segundo Hull (2002), quando se pensa na medida de VaR, o seguinte enunciado é posto: “Estamos c por cento certos que não perderemos mais do que VaR reais nos próximos N dias”. Seja VaR uma função de dois parâmetros: N , o horizonte de tempo; e α , o nível de confiança, ou seja, o VaR representa o nível de perda através dos N dias que estamos $100 \times \alpha\%$ certos de que não excederemos. Em geral, o VaR corresponde ao $(100 - 100 \times \alpha)$ -ésimo percentil da distribuição de mudança do valor da carteira através dos próximos N dias.

Entretanto, o VaR possui diversas deficiências que não o caracterizam como uma medida de risco coerente (verificar definição de coerência em Atzner et al, 1999). A principal delas é que o VaR não é subaditivo. Por conta disto e por conta dos diversos trabalhos na área de mensuração de riscos existentes na literatura, resolvemos utilizar o Tail VaR, este sim uma medida de risco coerente.

O Tail Value at Risk (TVaR) é o VaR mais a média dos excessos ao VaR. É sabido que o VaR denota um quantil de uma distribuição. Por exemplo, o TVaR de 95% é a média aritmética de todos os VaRs a partir do quantil 95% em diante. A figura abaixo ajuda a ilustrar.

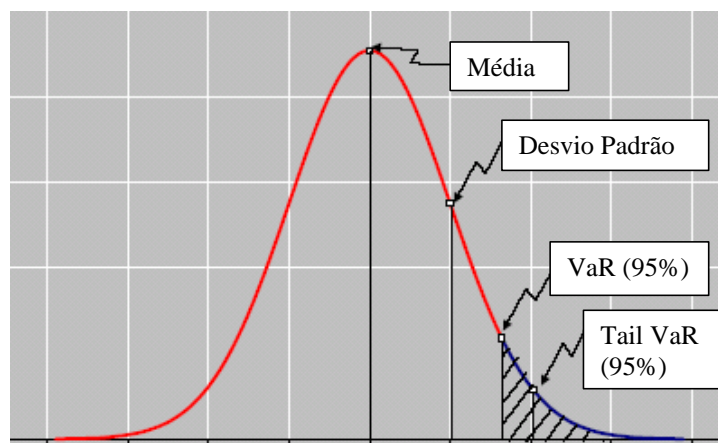


Figura 1: Ilustração do VaR e do TVaR de uma distribuição de perdas.

A escolha de um apropriado horizonte de tempo para determinação do capital regulatório necessita de uma análise precisa (IAIS, 2010b). Existem dois períodos que devem se definir: o período em que choque é aplicado (*shock period*) e o período em que o choque impactará na seguradora (*effect horizon*).

No modelo, o TVaR é calibrado ao longo do prazo das obrigações decorrentes dos contratos e certificados cuja vigência tenha se iniciado até a data-base do cálculo, considerando a evolução das expectativas correntes durante o período de análise. O capital será complementar ao valor da provisão calculado com base nas melhores estimativas (*Prov*), na forma definida no teste de adequação de passivos (Circular SUSEP 410/2010).

$$Capital = TVaR_{\alpha} - Prov \quad (7)$$

III.2 Bases Técnicas

No cálculo atuarial dos fluxos de caixa consideramos premissas atuais, realistas e não tendenciosas, para cada variável envolvida. Para avaliar as obrigações decorrentes dos contratos e certificados dos planos de seguro e previdência complementar aberta, inclusive as opções embutidas, modelamos as bases técnicas envolvidas no cálculo - estrutura a termo de taxa de juros (ETTJ), estrutura a termo de taxas de mortalidade (ETTM), taxas de entrada em invalidez e taxas de cancelamento. A metodologia utilizada para cada uma é descrita a seguir:

III.2.1 Estrutura a Termo de Taxa de Juros (ETTJ)

Consideramos que os ativos são rentabilizados pela taxa real de juros em relação ao indexador do plano, ou seja, pelo cupom do indexador do plano. Esta hipótese considera que o risco de descasamento de ativos e obrigações está segregado do risco de subscrição. O risco de mercado deve ser avaliado e regulado posteriormente para que seja completado o perfil de risco de uma sociedade seguradora.

Construímos a estrutura a termo de taxa de juros para a data-base do cálculo, extrapolada em função das maturidades dos fluxos de caixa, e projetamos essa estrutura utilizando um modelo que garanta não arbitragem.

a) Modelo de Interpolação e Extrapolação da Taxa de Juros

No modelo para obtenção da fórmula padrão, para desconto dos fluxos de caixa, utilizamos as curvas de taxa de juros de cupom de IPCA, obtida na data-base 30/12/2010.

Para interpolação e extrapolação das taxas de juros livre de risco, adotamos o

modelo e os resultados expostos em Franklin *et al.* (2011). O critério usado para derivar a ETTJ é fundamentado tecnicamente e baseado em práticas amplamente adotadas pelo mercado financeiro.

b) Modelo de Projeção da Estrutura a Termo de Taxa de Juros

Haja vista que fazemos as avaliações das obrigações de forma “realística” (termo equivalente a “em bases correntes” ou “consistente com o mercado”), precisamos desenvolver um arcabouço comum à teoria de precificação de opções, que envolve argumentos de não arbitragem para calcular preços de fluxos de caixa contingentes de forma consistente com o mercado (financeiro).

Para a projeção da estrutura a termo de taxa de juros utilizamos um modelo auto regressivo com 3 fatores latentes e 1 fator macroeconômico com restrições de não arbitragem. Para isto, seguimos a abordagem de Ang e Piazzesi (2003). Neste modelo, a dinâmica conjunta das taxas de mercado da estrutura a termo e variáveis macroeconômicas é descrita por meio de um modelo auto regressivo vetorial (VAR), onde restrições são baseadas na ausência de arbitragem. Este tipo de restrição é de grande importância para precificação consistente de fluxos de caixa, ela constitui a base teórica de modelos de precificação de ativos derivados.

Diversos estudos na literatura verificam que um grande percentual de variabilidade da estrutura a termo de taxa de juros pode ser explicada por um número restrito de fatores. Três fatores costumam responder por um grande percentual da variabilidade total. Esses 3 fatores respondem pelo nível, inclinação e curvatura da estrutura a termo (Litterman e Scheinkman, 1991). Além destes 3 fatores, inserimos também um fator macroeconômico para explicar a ETTJ. Estudos como os de Estrella e Mishkin (1997) e Evans e Marshall (1998) usam modelos VAR com taxas de diferentes vértices conjuntamente com fatores macroeconômicos. Estes estudos inferem a relação entre movimentos nas taxas e choques em variáveis macro utilizando funções de impulso-resposta (IR) e técnicas de decomposição de variância.

A dinâmica da estrutura a termo é dada por um modelo de estrutura gaussiana com prêmio de risco variante no tempo, consistente com desvios na Hipótese de Expectativas (ver Fisher, 1998; Duffee, 2002; Dai e Singleton, 2002). As variáveis macro foram incorporadas como fatores na estrutura a termo pelo uso de uma representação fatorial do *kernel* de preço, que precifica todos os títulos na economia.

Essa é uma maneira direta e tratável de captar o efeito de fatores macroeconômicos no preço dos títulos. O *kernel* de precificação é guiado por choques em ambos os fatores macro e fatores não observáveis (latentes). Uma vez que fatores macro são correlacionados com as taxas de mercado, ao se incorporar estes fatores, os modelos têm seu poder de previsão melhorado em comparação com modelos que não os consideram.

Esta metodologia tem diversas vantagens sobre as abordagens tradicionais que utilizam modelos VAR. Primeiro, permite caracterizar o comportamento de toda a curva de juros em resposta a choques macro ao invés de incluir somente as taxas de mercado no VAR. Segundo, uma comparação direta de variáveis macros com fatores latentes pode ser feita. Terceiro, esta abordagem mantém a tratabilidade de abordagens VAR sujeito a restrições não lineares de não arbitragem.

O modelo, formalmente, é um caso especial de versões discretas da classe de modelos afins introduzida por Duffie e Kan (1996), em que os preços de títulos são funções afins exponenciais das variáveis objetos. Em nosso estudo, algumas destas variáveis são fatores macroeconômicos.

Com processos Gaussianos, o modelo afim reduz a um VAR com equações de restrições “cross-section”. O ajuste acomoda “lags” nos fatores. Como fator macro, utilizamos a primeira componente principal das variações mensais de desemprego (Taxa de desemprego - RMSP - Seade), IPCA, IGP-M, TR e CDI, filtrando-se efeitos de tendência e sazonalidade. Esta componente é então utilizada em conjunto com fatores latentes. Como estudos na literatura sugerem três fatores como apropriado para capturar as características mais salientes na curva de juros, estimamos os modelos com este número de fatores não observáveis em adição ao macroeconômico. Permite-se, conforme estrutura do modelo, que os fatores não observados sejam correlacionados. Considera-se independência entre os fatores latentes e o fator macro.

Como ETTJ observada, utilizamos as curvas de juros obtidas através de Franklin *et al.* (2011). Abaixo, mostramos gráficos da evolução das estruturas a termo cupom de IPCA (taxa real em IPCA) no tempo. As taxas estão exibidas em bases anuais, sendo de composição contínua.

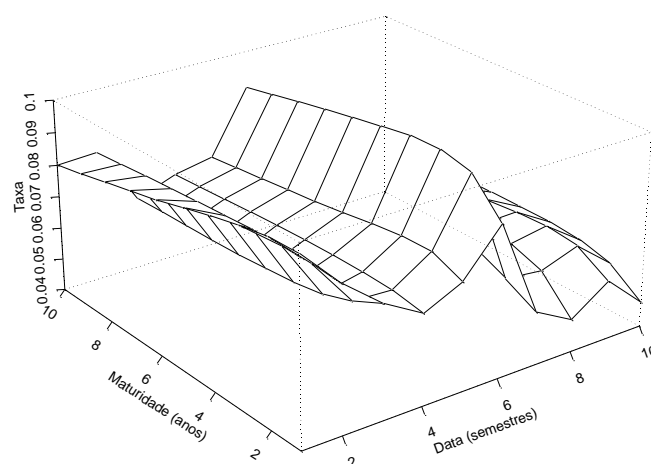


Figura 2: Superfície da ETTJ de cupom de IPCA, série semestral de 30/04/2006 a 30/10/2010.

Conforme o modelo escolhido, a equação da taxa de juros de curto prazo é denotada por:

$$r_t = \delta_0 + \delta_{11}' X_t^0 + \delta_{12}' X_t^u \quad (8)$$

Onde X^0 representa o fator macro e X^u denota os fatores latentes. De forma reduzida:

$$r_t = \delta_0 + \delta_1' X_t \quad (9)$$

Onde X representa todos os fatores explicativos. A equação de estado dos fatores é dada por:

$$X_t = \mu + \Phi X_{t-1} + \sum \varepsilon_t \quad (10)$$

- *Kernel* de precificação:

Para desenvolver o modelo de estrutura a termo, usamos a hipótese de não arbitragem para garantir a existência de uma medida equivalente martingal (ou medida neutra ao risco) \mathbf{Q} tal que o preço de qualquer ativo V_t que não paga dividendos no tempo $t+1$ satisfaz $V_t = E_t^{\mathbf{Q}}(\exp(-r_t)V_{t+1})$, onde a esperança é tomada com relação à medida \mathbf{Q} . A derivada de Radon–Nikodym (que converte a medida neutra ao risco em medida de probabilidade objetiva) é denotada por ξ_{t+1} . Assim, para qualquer variável Z em $t+1$, temos $E_t^{\mathbf{Q}}(Z_{t+1}) = E_t(\xi_{t+1}Z_{t+1})/\xi_t$. A hipótese de não arbitragem, ou equivalentemente, a hipótese de existência de ξ_{t+1} , nos permite precificar qualquer ativo na economia, em particular todos os títulos.

Se assumirmos que ξ_{t+1} segue um processo log-normal:

$$\xi_{t+1} = \xi_t \exp\left(-\frac{1}{2} \lambda_t' \lambda_t - \lambda_t' \varepsilon_{t+1}\right) \quad (11)$$

Onde λ_t são os preços de mercado do risco variantes no tempo associados às fontes de incerteza. Parametrizamos λ_t como um processo afim:

$$\lambda_t = \lambda_0 + \lambda_1 X_t \quad (12)$$

Desta maneira, definimos o kernel de precificação:

$$m_{t+1} = \exp(-r_t) \xi_{t+1} / \xi_t \quad (13)$$

Substituindo $r_t = \delta_0 + \delta_1' X_t$, temos:

$$m_{t+1} = \exp\left(-\frac{1}{2}\lambda_t'\lambda_t - \delta_0 - \delta_1'X_t - \lambda_t'\varepsilon_{t+1}\right) \quad (14)$$

- Preços dos títulos:

O processo de retorno bruto de qualquer ativo satisfaz:

$$E_t(m_{t+1}R_{t+1}) = 1 \quad (15)$$

Se p_t^n representa o preço de um título zero cupom de maturidade n , então a equação acima pode ser calculada recursivamente por:

$$p_t^{n+1} = E_t(m_{t+1}p_{t+1}^n) \quad (16)$$

Neste contexto de modelos afins (Duffie e Kan, 1996), os preços dos títulos são dados pela seguinte relação:

$$p_t^n = \exp(\bar{A}_n + \bar{B}_n'X_t) \quad (17)$$

Onde os coeficientes A e B seguem as equações:

$$\begin{aligned} \bar{A}_{n+1} &= \bar{A}_n + \bar{B}_n'(\mu - \sum \lambda_0) + \frac{1}{2}\bar{B}_n'\sum \sum' \bar{B}_n - \delta_0 \\ \bar{B}_{n+1} &= \bar{B}_n(\phi - \sum \lambda_1) - \delta_1' \end{aligned} \quad (18)$$

Com $\bar{A}_1 = -\delta_0$ e $\bar{B}_1 = -\delta_1'$. A taxa composta continuamente para um título zero cupom de prazo n é dado por:

$$\begin{aligned} y_t^n &= \frac{\log p_t^n}{n} \\ &= A_n + B_n'X_t \end{aligned} \quad (19)$$

Onde:

$$\begin{aligned} A_n &= -\bar{A}_n/n \\ B_n &= -\bar{B}_n/n \end{aligned}$$

Embora as últimas equações ditem uma relação exata entre os retornos e as variáveis de estado X_t , em estimação econométrica, elas são geralmente tratadas como uma aproximação, permitindo o uso de uma equação de medida, ou seja, com uso de erros aleatórios. Nesta abordagem, seguimos Chen e Scott (1993) e assumimos tantas taxas sem erros quanto o número de fatores latentes. Assim, foram consideradas no modelo as taxas de maturidades 1, 2, 3, 4, 6 e 10 anos, considerando sem erros aleatórios os vértices relativos às maturidades 1, 3 e 6 anos.

O modelo descrito nos parágrafos acima foi representado em sua forma de

espaço de estado e estimado via filtro de Kalman no pacote estatístico S-Plus.

A seguir, apresentamos gráfico com as estimativas das curvas de juros projetadas 60 semestres à frente, a partir do último semestre de dados observados, obtidas através de métodos de simulação.

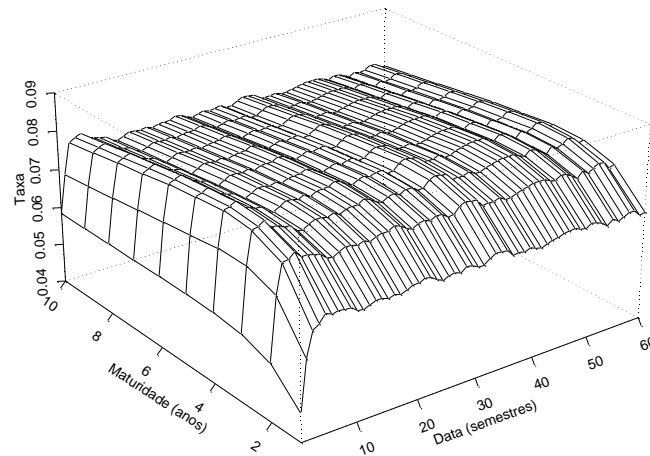


Figura 3: Superfície da ETTJ de cupom de IPCA projetada.

III.2.2 Estrutura a Termo de Taxas de Mortalidade (ETTM)

Como trabalhamos com premissas atuais, realistas e não tendenciosas para cada variável do modelo, temos que estimar as taxas de mortalidade no decorrer da vigência dos contratos em vigor, ajustadas por critério de desenvolvimento das expectativas de longevidade.

Pode-se dividir a modelagem em duas partes: graduação das taxas de mortalidade e projeção de ganho de longevidade.

a) Graduação das taxas de mortalidade

Para graduação das forças de mortalidade, utilizamos os dados de exposição e óbitos usados pela UFRJ na obtenção da tábua biométrica BR-EMS2010, tanto para a cobertura de morte como para sobrevivência. Ou seja, trabalhamos com o histórico de dados de 2004 a 2006.

Graduamos as taxas utilizando modelos lineares generalizados (GLM), com o número de mortes sendo distribuído de acordo com uma Poisson. Após testarmos alguns modelos, para o intervalo de idade considerada no estudo, chegamos a:

$$N_{x,t} \approx \text{Poisson}(\lambda_{x,t})$$

$$\ln(\lambda_{x,t}) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(E_{x,t}) + \beta_2 \cdot x \quad (20)$$

Onde:

x = idade;

t = ano;

$N_{x,t}$ = número de óbitos na idade x no ano t ; e

$E_{x,t}$ = expostos ao risco na idade x no ano t ; e

Em seguida, na modelagem, utilizamos técnicas de reamostragem para obtenção de uma distribuição para os parâmetros β_i . Assim, por meio de simulação, chegamos às distribuições de $N_{x,t}$ e das taxas centrais de mortalidade ($m_{x,t}$).

As forças de mortalidade e as probabilidades de morte foram obtidas por aproximação da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}\mu_{x,t} &\approx m_{x,t} \\ 1 - e^{-\mu_{x,t}} &\approx 1 - e^{-m_{x,t}} = q_{x,t}\end{aligned}\quad (21)$$

A partir desse resultado, para morte e sobrevivência, estimamos as taxas para os anos futuros através da projeção de ganho de longevidade.

b) Projeção de ganho de longevidade:

Para projeção do ganho de longevidade das forças de mortalidade de sobrevivência e de morte, utilizamos o modelo de Lee e Carter (1992). Esse método é bastante aceito e difundido na comunidade atuarial. Nas aplicações, assumimos que a medida de probabilidade atuarial é a mesma da medida de probabilidade neutra ao risco.

O modelo consiste no ajuste da matriz das taxas centrais de mortalidade pelo seguinte modelo demográfico:

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \varepsilon_{x,t}, \text{ com } \varepsilon_{x,t} \sim N(0, \sigma^2) \quad (22)$$

Onde:

$m_{x,t}$ = taxa central de mortalidade na idade x no ano t ;

α_x = parâmetro específico para cada uma das idades;

κ_t = impacto da passagem do tempo t no cálculo da taxa;

β_x = tendência da mortalidade para a idade x com o passar dos anos, sendo impactada desta forma pela evolução de κ_t ; e

$\varepsilon_{x,t}$ = erro com distribuição $N(0, \sigma^2)$.

Conforme colocado por Lee (2000), se restringirmos a soma de β_x a 1 (um), e a soma de κ_t a 0 (zero), α_x deve ser a média dos valores de $\ln[m_{x,t}]$ para cada "x". Então, em nossa abordagem por espaço de estado, além da variável não observada κ_t , também estimamos os coeficientes β_x . Na forma de solução tradicional do modelo, indicado no modelo original de Lee-Carter, aplicamos o método de Decomposição em Valores Singulares (SVD) para obtermos uma solução para o modelo.

Em função dos dados utilizados, para $x > 79$, trabalhamos com $\beta_x = \beta_{79}$, na forma do apresentado em Rotger and Estany(2002), com isso, o ganho de longevidade será igual a partir dos 79 anos.

O segundo estágio é re-estimar o κ_t (Lee, 2000), identificando valores que minimizem a diferença das mortes observadas e estimadas a cada ano. Desta forma, aplicamos a seguinte equação:

$$N_t = \sum_x \{ \exp(\alpha_x + \beta_x \kappa_t) \times E_{x,t} \} \quad (23)$$

Onde, N_t representa o total de mortes observadas em cada ano t e $E_{x,t}$ representa os expostos da população de idade x no ano t.

O último passo consiste em estimar os valores de κ_t para os anos futuros, como realizado em muitas aplicações, modelamos κ_t como um caminho aleatório com drift:

$$k_t = k_{t-1} + c + u_t \quad (24)$$

Onde "c" representa a tendência no processo de κ_t e u_t é normalmente distribuído com média zero e desvio σ .

A partir dos valores de κ_t , podemos estimar, através de simulação estocástica, os valores de $m_{x,t}$, para morte e sobrevivência, considerando o ganho de longevidade durante o horizonte de tempo do estudo:

$$m_{x,t} = m_{x,T} \cdot \exp(\beta_x \cdot [k_t - k_T]) + e_{x,t} \quad (25)$$

Onde:

T = ano em que as taxas foram graduadas;

$m_{x,T}$ = taxa central de mortalidade graduado em T , diferentes para cobertura de morte e sobrevivência;

t = ano de estimação, $t > T$; e

$e_{x,t}$ = erro com distribuição $N(0, \sigma^2)$.

Podemos aproximar a força de mortalidade e obter as probabilidades de morte a partir de (21). Para ajuste deste modelo, e obtenção do ganho temporal de longevidade, foram utilizados dados do IBGE de taxas de mortalidade de ambos os sexos, de 1998 a 2008. É importante notar que não dispomos de séries longas para os dados do mercado segurador, por isto recorreremos às taxas do IBGE. Apesar de não representar de forma acurada o comportamento da população segurada, consideramos que esta aproximação é adequada para os fins perseguidos no trabalho.

III.2.3 Taxas de entrada em invalidez:

Para obtenção das forças de entrada e das probabilidades de entrada em invalidez, utilizamos a mesma técnica usada para graduação das taxas de mortalidade. Os dados utilizados foram os encaminhados pelas supervisionadas, por força de Circular SUSEP, entre os anos de 2005 e 2007. Não foi estimada alteração destas taxas ao longo do período de avaliação.

Para as probabilidades de morte de inválidos, consideraremos as probabilidades de morte para cobertura de sobrevivência, dada a falta de dados consistentes.

III.2.4 Taxas de cancelamento:

Graduamos três tábuas de cancelamento, em função da cobertura do plano: morte, invalidez e sobrevivência.

Para obtenção das forças e das probabilidades de cancelamento, utilizamos a mesma técnica usada para graduação das taxas de mortalidade. Os dados utilizados foram os encaminhados pelas supervisionadas, por força de Circular SUSEP, entre os anos de 2005 e 2007.

III.3 Módulos de cálculo

Segregamos o cálculo do capital de subscrição de VI e PREV em módulos em função da estruturação e tipo do plano e tipo de cobertura. Além dos já citados neste estudo, foram empregados para mensuração do risco os dados extraídos dos quadros, inclusive os estatísticos, do FIP, carregados pelas supervisionadas mensalmente, criticados e validados pelas áreas responsáveis da SUSEP. É importante ressaltar que nenhuma estrutura de dados foi criada para avaliação do risco de subscrição em operações de VI e PREV. Todas as informações são recebidas periodicamente pela SUSEP.

Em função da necessidade das informações refletirem a realidade das companhias, para aferição do risco de subscrição, se faz importante a conferência dos dados enviados à SUSEP pela fiscalização *in loco*. Ressaltamos que, nos

correspondentes módulos, levamos em consideração as despesas de pagamento de renda e de benefício à vista.

III.3.1 Risco de Provisão Não Matemática das Coberturas de Risco – Morte e Invalidez

A figura abaixo representa a linha do tempo dos riscos de subscrição para seguros ou planos estruturados no regime de repartição (simples ou de capitais por cobertura). A situação representada de forma estática ocorre na realidade de forma recorrente. Assim, o modelo da SUSEP utiliza modelos estatísticos que captam os efeitos dos dois tipos de riscos: prêmio e provisionamento.

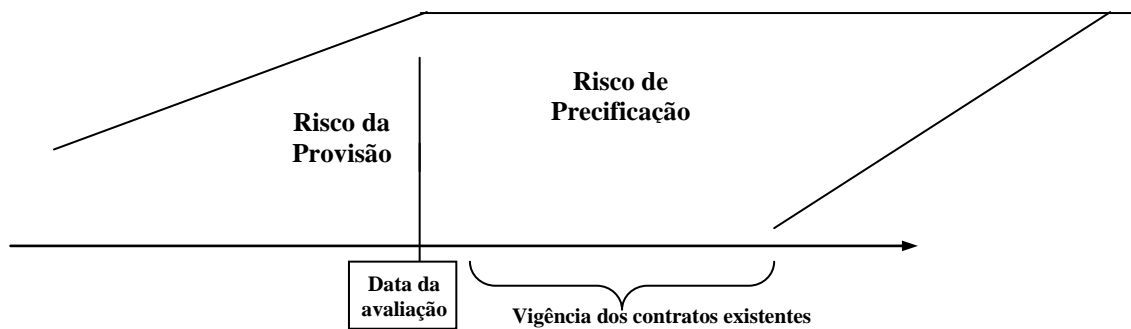


Figura 4: Ilustração da linha do tempo do risco de subscrição.

Baseados nesta abordagem, segregamos o risco de subscrição no risco de provisão (não matemáticas) e no risco de emissão/precificação.

A figura seguinte representa o triângulo *run-off* de ocorrências e avisos. Com base no triângulo, construímos os modelos para mensuração do risco de subscrição – provisões não matemáticas:

Período da Ocorrência (i)	Tempo do Desenvolvimento dos Avisos (t)			
	1	2	...	m
1	Y_{11}	Y_{12}	...	Y_{1m}
2	Y_{21}	Y_{22}	...	
...	
m	Y_{m1}			

Figura 5: Triângulo de *run-off*.

As equações abaixo descrevem o modelo para avaliação do montante de provisões constituídas:

(EQUAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES)

$$\begin{aligned} \text{Log}(Y_{i,t}) | N_{i,t} \mu_{it}, \sigma^2 &\sim \text{Normal}(\mu_{it}, \sigma^2) \\ N_{it} / \lambda_{it}, E_i &\sim \text{Poisson}(\lambda_{it}) \end{aligned} \tag{26}$$

(FUNÇÃO DE LIGAÇÃO)

$$\begin{aligned}\mu_{it} &= \mu + \alpha_i + \log(N_{it}) + \beta_t \\ \log(\lambda_{it}) &= \mu^* + \alpha_i^* + \beta_t^*\end{aligned}\tag{27}$$

(RESTRIÇÕES)

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \beta_1 = 0 \\ \alpha_1^* &= \beta_1^* = 0\end{aligned}$$

A fim de se reduzir a necessidade de aplicação dos modelos estatísticos e matemáticos para cada uma das seguradoras e entidades abertas do mercado, foi realizado procedimento para agregação destas sociedades.

Para agregação, utilizamos análise de cluster. As variáveis usadas para o agrupamento foram: montante de prêmios e contribuições e volume de sinistros separados por benefícios de risco e acumulação. Separamos as sociedades em 4 grupos, com a divisão baseada no tamanho e foco em produtos de acumulação versus produtos de risco.

A otimização do fator para risco de provisão de IBNR foi feita em relação à esperança dos valores de sinistros não avisados (*Esp*), obtida por meio do triângulo acima descrito. Essa esperança é igual ao valor da provisão de IBNR. Assim:

$$\text{Capital}_{\text{IBNR}} = \text{fator}_{\text{prov}} \times \text{valor de IBNR}\tag{28}$$

Para os sinistros já avisados, no cálculo do risco da provisão de benefícios a regularizar (PBAR), trabalhamos com a coerente hipótese que o coeficiente $T\text{VaR}/E\text{sp}$ é igual ao do risco de IBNR. Assim, utilizando a PBAR como esperança dos valores de sinistros avisados e não pagos, temos que o fator de risco será igual ao de IBNR. O risco de subscrição da PBAR será:

$$\text{Capital}_{\text{PBAR}} = \text{fator}_{\text{prov}} \times \text{valor de PBAR}\tag{29}$$

Considerando que a correlação entre o risco de IBNR e de PBAR é igual a 1, temos que o risco de subscrição de provisão não matemática será:

$$\text{Capital}_{\text{Prov\~{m}at}} = \text{fator}_{\text{prov}} (\text{IBNR} + \text{PBAR})\tag{30}$$

O capital de risco de subscrição é líquido de resseguro. Logo, temos que considerar o valor do compromisso líquido da seguradora. Essa obrigação é calculada da seguinte forma: $\text{IBNR} + \text{PBAR} - E(\text{sinistros/benefícios a recuperar das coberturas de risco do ramo vida individual e de previdência})$. Essa esperança é igual ao valor dos ativos de resseguro referentes aos sinistros/benefícios das coberturas de risco de VI e de PRE (AR.VI.Prev). Logo:

$$\text{Capital}_{\text{Prov\~{m}at}} = \text{fator}_{\text{prov}} (\text{IBNR} + \text{PBAR} - \text{AR.VI.Prev}) \quad (31)$$

III.3.2 Riscos de Emissão das Coberturas de Risco (Morte e Invalidez) em Repartição

Essa parcela é calculada no período de diferimento dos planos em repartição simples (RS) ou repartição de capitais de coberturas (RCC) que oferecem coberturas de risco. Dividimos em 4 submódulos: morte em RS, invalidez em RS, morte em RCC e invalidez em RCC.

a) Morte em RS

Para simulação e avaliação do risco de subscrição levamos em consideração o risco de desvio na probabilidade real e o chamado risco idiossincrático (risco diversificável), que é relevante para carteiras pequenas. Em função disso, separamos as supervisionadas, por análise de cluster, em 4 grupos em função do tamanho da população exposta.

Para evolução das populações expostas, trabalhamos com dois decrementos, considerando que os números de morte e de cancelamento têm distribuição binomial. Então, simulamos a distribuição de perda, dadas as ETTM e ETTJ modeladas, e obtemos o valor do capital de subscrição.

A otimização do fator de risco é feita em relação ao valor do capital segurado (CS)⁵ referente à cobertura de morte em RS, líquido de resseguro. Assim, o valor do capital será:

$$\text{Capital}_{\text{morteRS}} = \text{fator}_{\text{morteRS}} \times \text{CS} \quad (32)$$

b) Invalidez em RS

Modelo de avaliação similar ao de morte em RS, entretanto considera mais um decremento que é a entrada em invalidez, também com distribuição Binomial. Para esta cobertura, as supervisionadas foram separadas por cluster em dois grupos. O capital adicional, realizada a otimização, será:

$$\text{Capital}_{\text{invRS}} = \text{fator}_{\text{invRS}} \times \text{CS} \quad (33)$$

c) Morte e Invalidez em RCC:

Similar ao regime de RS, mas, como os planos pagam benefícios sob a forma de renda, foi modelado também o risco na provisão que se constitui (matemática de benefícios concedidos) quando ocorre o evento gerador, por meio de estimativas correntes de ETTJ e de ETTM, que geram uma distribuição do valor da anuidade mensurada de forma consistente com o mercado. Separamos as supervisionadas, por

⁵ Ou valor benefício em pagamento único, no caso de previdência.

análise de cluster, em 2 grupos em função do tamanho da população exposta.

A otimização dos fatores de risco é feita em relação ao valor da renda mensal líquida de resseguro referente às coberturas avaliadas. O valor do capital será calculado:

$$\begin{aligned} \text{Capital}_{\text{morteRCC}} &= \text{fator}_{\text{morteRCC}} \times \text{renda mensal} \\ \text{Capital}_{\text{invRCC}} &= \text{fator}_{\text{invRCC}} \times \text{renda mensal} \end{aligned} \quad (34)$$

III.3.3 Riscos da Provisão Matemática de Benefícios Concedidos (PMBC)

Esta parcela é calculada no período de concessão dos planos que pagam renda. Como já citado, consideraremos que os ativos serão rentabilizados pela taxa real de juros em relação ao indexador do plano, ou seja, pelo cupom do indexador do plano - IPCA no modelo padrão. Para avaliação do risco de mortalidade, utilizamos a ETTM modelada.

Para esta avaliação, seguimos a abordagem apresentada em Moller e Steffensen (2007), Melo e Mendes (2009) e Melo (2008). Outra fonte que seguimos a abordagem é Hardy (2003). Para avaliação do risco de subscrição em Provisões Matemáticas de Benefícios Concedidos, utilizamos a abordagem de mensuração dos possíveis déficits futuros que a seguradora possa ter. Ou seja, foram avaliados os fluxos de caixa negativos quando o valor das provisões é maior que o dos ativos que as cobrem. Dessa forma, primeiro definimos as equações diferenciais estocásticas dos ativos e provisões:

$$dR(x)_t^A = r_t \cdot R(x)_t^A dt + \mu_{x+t}(t) \cdot R(x)_t^A dt - g_t dt - \text{processo do ativo} \quad (35)$$

$$g_u = g_t e^{\int_t^u i_s ds} - \text{processo da renda} \quad (36)$$

$$dR(x)_t^L = (i_t + f) \cdot R(x)_t^L dt + \mu_{x+t}^* \cdot R(x)_t^L dt - g_t dt - \text{processo da provisão} \quad (37)$$

Onde:

r_t = taxa de juros de curto prazo em t;

μ_{x+t} = força de mortalidade realística na idade x+t;

i_t = inflação em t;

μ_{x+t}^* = força de mortalidade contratual na idade x+t;

f = taxa de juros contratual;

$R(x)_t^A$ = valor do ativo em t;

$R(x)_t^L$ = valor da provisão em t.

Apresentamos, a seguir, os fluxos de pagamento do excedente (bônus) e de déficit:

$$C(x)_t = \beta(R(x)_t^A - R(x)_t^L)^+ \quad (38)$$

$$P(x)_t = (R(x)_t^L - R(x)_t^A)^+ \quad t \in [0, \infty] \quad (39)$$

Sendo:

β = percentual de excedente pago ao assistido;

$C(x)_T$ - fluxo do pagamento do excedente; e

$P(x)_T$ - fluxo do pagamento do déficit.

Como o próprio pagamento de excedentes altera o processo dos ativos e das obrigações, temos que redefini-los para considerar os bônus. *Cash* se refere aos excedentes quando pagos diretamente na conta do assistido e *Benefit* quando revertidos para provisão via aumento de benefício.

$$^{Cash}dR(x)_t^A = r_t R(x)_t^A dt + \mu_{x+t}(t) R(x)_t^A dt - g_t dt - C(x)_t dI_{\{t=t_k\}} + P(x)_t dI_{\{R(x)_t^L > R(x)_t^A\}}, \quad (40)$$

onde t_k = tempo onde há pagamento de excedente.

$$^{Cash}dR(x)_t^L = (i_t + f)R(x)_t^L dt + \mu_{x+t}^* R(x)_t^L dt - g_t dt \quad (41)$$

Quando não há promessa de excedente, o processo é representado como em *Cash*, com $C(x)_t = 0$.

Quando excedente é revertido à provisão, via aumento de benefício:

$$^{Benefit}dR(x)_t^A = r_t R(x)_t^A dt + \mu_{x+t}(t) R(x)_t^A dt - g_t^* dt + P(x)_t dI_{\{R(x)_t^L > R(x)_t^A\}} \quad (42)$$

$$^{Benefit}dR(x)_t^L = fR(x)_t^L dt + \mu_{x+t}^* R(x)_t^L dt - g_t^* dt + C(x)_t dI_{\{t=t_k\}} \quad (43)$$

$$dg_t^* = i_t g_t^* dt + C(x)_t dI_{\{t=t_k\}} AF_{x+t_k} - \text{processo de renda com excedentes.} \quad (44)$$

Sendo AF_{x+t_k} = fator para cálculo da anuidade contratual na idade $x + t_k$.

Para cálculo do valor presente de cada déficit, temos:

$$P(x)_0 = \int_0^{\infty} e^{-R_t \cdot t} (R(x)_t^L - R(x)_t^A)^+ dt \cong e^{-R_t \cdot t} (R(x)_t^L - R(x)_t^A)^+ \quad (45)$$

Onde R_t é igual a taxa de juros real extraída da ETTJ na data do cálculo.

A partir da distribuição da soma do valor presente de todos os déficits, por

meio de TVaR, calculamos o valor do capital. Os fatores de risco, em função da tábua e taxa de juros contratual, se houver, são otimizados utilizando os valores de PMBC. Assim:

$$\text{Capital}_i = \text{fator}_i \times \text{PMBC}_i, \quad (46)$$

sendo “i” a combinação entre taxa de juros e tábua de mortalidade contratuais (se houver).

Como estamos avaliando os fluxos de caixa negativos quando o valor das provisões é maior que o dos ativos vinculados, entende-se que o risco inerente ao desenvolvimento dos fluxos não é afetado pelo resseguro. Portanto, o fator de risco será aplicado diretamente no valor da PMBC. Essa conclusão é usada em todos os demais módulos que seguem esta dinâmica de cálculo de capital, a serem apresentados abaixo.

III.3.4 Riscos da cobertura de sobrevivência sem garantia mínima no período de diferimento

Neste módulo é calculado o risco de subscrição dos planos PGBL e VGBL no período de diferimento. Foram seguidos os passos de Ballotta e Haberman (2003) sobre avaliação de opções de anuidade garantida (GAO, em inglês). O risco no período de diferimento em planos PGBL e VGBL está na anuidade garantida ao participante no momento da contratação. A aferição deste risco se dá da seguinte forma: é verificado se no momento da aposentadoria o valor presente das rendas calculado de forma consistente com o mercado é maior que o fundo acumulado. Caso isto ocorra, a seguradora tem um déficit que deve ser reconhecido. Este déficit é calculado com o desconto do momento da aposentadoria até o momento da idade atual do participante, levando em consideração hipóteses de morte e resgates.

Para eleger uma idade de participantes no período de diferimento, utilizamos dados dos quadros FIP sobre a distribuição por faixas etárias nos planos PGBL e VGBL. Matematicamente, utilizando os decrementos de morte e cancelamento, podemos representar a opção:

$$GAO_T = (VP_T(\text{Renda}) - S_T)^+ \quad (47)$$

Onde:

- $VP_T(\text{Renda})$ é o valor presente a mercado da renda no momento T (aposentadoria);
- S_T é o fundo acumulado no momento da aposentadoria.

Assim, o valor presente é denotado por:

$$GAO_t = E_t^{Q^*} \left[e^{-\int_t^T (r_s + \mu_{x+s}^d + \mu_{x+s}^w) ds} (VP_T(\text{Renda}) - S_T)^+ \right]$$

$$\begin{aligned}
 &= E_t^{Q^*} \left[e^{-\int_t^T (r_s + \mu_{x+s}^d + \mu_{x+s}^w) ds} \left(g S_T \sum_{k=1}^T P_T(T+k) {}_k P_{x+T} - S_T \right)^+ \right] \\
 &= E_t^{Q^*} \left[e^{-\int_t^T (r_s + \mu_{x+s}^d + \mu_{x+s}^w) ds} \left(g S_t e^{\int_t^T r_s ds} \sum_{k=1}^T P_T(T+k) {}_k P_{x+T} - S_t e^{\int_t^T r_s ds} \right)^+ \right] \\
 &= g S_t E_t^{Q^*} \left[e^{-\int_t^T (\mu_{x+s}^d + \mu_{x+s}^w) ds} \left(\sum_{k=1}^T P_T(T+k) {}_k P_{x+T} - \frac{1}{g} \right)^+ \right] \quad (48)
 \end{aligned}$$

Sendo,

$$P_t(T) = e^{\int_t^T f(t,u) du}$$

t = data da avaliação;

T = data de aposentadoria;

$P_t(T)$ = preço de um título de zero- cupom na data t para a maturidade T ;

p = probabilidade realística de sobrevivência;

g = fator de cálculo da renda contratual;

$1/g$ = anuidade garantida contratual;

r_s = taxa de juros de curto prazo em s ;

μ^d = força de mortalidade ; e

μ^w = força de cancelamento;

Q^* = medida equivalente de martingale.

Caso o plano preveja renda certa, basta retirar de (48) a variável ${}_k P_{x+T}$.

Obtida, por simulação, a distribuição da GAO, calculamos o valor do capital. Os fatores de risco, em função da tábua e taxa de juros contratual, se houver, são otimizados por meio dos valores de provisão matemática de benefícios a conceder. Assim:

Capital_{*i*} = fator_{*i*} x PMBAC_{*i*}, sendo “*i*” a combinação entre taxa de juros e tábua de mortalidade contratuais, se houver.

III.3.5 Riscos da cobertura de sobrevivência com garantia mínima no período de diferimento

Para os planos no período de diferimento que possuam garantias mínimas, sejam financeiras somente ou financeiras e atuariais, seguiremos o mesmo raciocínio apresentado na seção III.3.3. Ou seja, serão simulados os comportamentos dos ativos e das obrigações da companhia seguradora e, sendo computado um déficit, este deverá

ser coberto via capital.

Para o caso específico, deveremos levar em consideração também as saídas por resgates que serão modeladas via probabilidades de cancelamento. É importante notar que não será levada em consideração a hipótese de novos entrantes. O risco que se quer avaliar é o risco de subscrição da provisão acumulada até uma determinada data-base, assim simularemos o comportamento daquela provisão que pode ser de resgate (por vontade ou por morte) ou saída por aposentadoria.

Os fatores de risco, em função da tábua, se houver, e taxa de juros contratuais, são otimizados por meio dos valores de PMBAC. O valor do capital será:

Capital_i = fator_i x PMBAC_i, sendo “i” a combinação entre taxa de juros e tábua de mortalidade contratuais, se houver. São calculados fatores para os produtos estruturados em capitalização financeira e atuarial.

Temos, ainda, que acrescentar a avaliação as opções de anuidade garantida (GAO). Para isso, utilizamos o mesmo modelo de cálculo da seção III.3.4.

III.3.6 Riscos das coberturas de risco, no período de diferimento, estruturadas em capitalização

Para modelagem do risco de subscrição nestes produtos, utilizamos a equação de Thiele:

$$dR_t = \pi_t dt - B_t dt + r_t R_t dt + \mu_{x+t} R_t dt \quad (49)$$

Para a cobertura de morte, consideramos análise bi-decremental (morte e cancelamento), temos:

$$\begin{aligned} dR(x)_t^A &= \pi_t dt + r_t R(x)_t^A dt + \mu_{x+t}^d R(x)_t^A dt - \mu_{x+t}^d b_t dt - \mu_{x+t}^w R(x)_t^L dt \\ dR(x)_t^L &= \pi_t dt + (i_t + f) R(x)_t^L dt + \mu_{x+t}^{d*} R(x)_t^L dt - \mu_{x+t}^{d*} b_t dt - \mu_{x+t}^w R(x)_t^L dt \end{aligned} \quad (50)$$

Para a cobertura de invalidez, consideramos análise multi-decremental (invalidez, morte e cancelamento), temos:

$$\begin{aligned} dR(x)_t^A &= \pi_t dt + r_t R(x)_t^A dt + (\mu_{x+t}^d + \mu_{x+t}^i) R(x)_t^A dt - \mu_{x+t}^i b_t dt - \mu_{x+t}^w R(x)_t^L dt \\ dR(x)_t^L &= \pi_t dt + (i_t + f) R(x)_t^L dt + (\mu_{x+t}^{d*} + \mu_{x+t}^{i*}) R(x)_t^L dt - \mu_{x+t}^{i*} b_t dt - \mu_{x+t}^w R(x)_t^L dt \end{aligned} \quad (51)$$

Onde:

- b = valor do benefício;

$$b_t = b_0 e^{\int_0^t i_s ds};$$

-
- π = prêmio;
- μ^d = força de mortalidade realística;
- μ^{d*} = força de mortalidade contratual;
- μ^w = força de cancelamento;
- μ^i = força de entrada em invalidez realística; e
- μ^{i*} = força de entrada em invalidez contratual.

Em (50) e (51), quando se tratar de plano que paga benefício sobre a forma de renda, no ativo, a variável “b” será igual ao valor da provisão calculada considerando a anuidade mensurada de forma consistente com o mercado e, no passivo, igual à provisão dado o valor da anuidade contratual.

O déficit é dado por:

$$P(x)_t = (R(x)_t^L - R(x)_t^A)^+, \quad t \in [0, \infty) \quad (52)$$

$$P(x)_0 = \int_0^{\infty} e^{-R_t \cdot t} (R(x)_t^L - R(x)_t^A)^+ dt \cong e^{-R_t \cdot t} (R(x)_t^L - R(x)_t^A)^+$$

O capital é calculado a partir da distribuição da soma dos déficits. Os fatores de risco são calculados por meio dos valores de PMBAC, em função da taxa de juros contratual.

III.3.7 Riscos do Plano Dotal Puro no período de diferimento

Para o Dotal, o raciocínio é análogo:

$$\begin{aligned} dR(x)_t^A &= \pi_t dt + r_t R(x)_t^A dt + \mu_{x+t}^d R(x)_t^A dt - \mu_{x+t}^w R(x)_t^L dt \\ dR(x)_t^L &= \pi_t dt + (i_t + f) R(x)_t^L dt + \mu_{x+t}^{d*} R(x)_t^L dt - \mu_{x+t}^w R(x)_t^L dt \end{aligned} \quad (53)$$

$$P(x)_t = (R(x)_t^L - R(x)_t^A)^+, \quad t \in [0, \infty) \quad (54)$$

$$P(x)_0 = \int_0^{\infty} e^{-R_t \cdot t} (R(x)_t^L - R(x)_t^A)^+ dt \cong e^{-R_t \cdot t} (R(x)_t^L - R(x)_t^A)^+$$

O capital é calculado a partir da distribuição da soma dos déficits. Os fatores de risco são obtidos por meio dos valores de PMBAC, em função da taxa de juros e tábua de mortalidade definidos no contrato.

III.3.8 Riscos do Plano Dotal Misto no período de diferimento

Para o Dotal Misto, o raciocínio é análogo:

$$\begin{aligned} dR_S(x)_t^A &= \pi_{S_t} dt + r_t R_S(x)_t^A dt + \mu_{x+t}^d R_S(x)_t^A dt - \mu_{x+t}^w R_S(x)_t^L dt \\ dR_S(x)_t^L &= \pi_{S_t} dt + (i_t + f) R_S(x)_t^L dt + \mu_{x+t}^{d*} R_S(x)_t^L dt - \mu_{x+t}^w R_S(x)_t^L dt \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} dR_M(x)_t^A &= \pi_{M_t} dt + r_t R_M(x)_t^A dt + \mu_{x+t}^d R_M(x)_t^A dt - \mu_{x+t}^d b_t dt - \mu_{x+t}^w R_M(x)_t^L dt \\ dR_M(x)_t^L &= \pi_{M_t} dt + (i_t + f) R_M(x)_t^L dt + \mu_{x+t}^{d*} R_M(x)_t^L dt - \mu_{x+t}^{d*} b_t dt - \mu_{x+t}^w R_M(x)_t^L dt \end{aligned} \quad (56)$$

Porém, neste caso, pode haver a compensação de risco (morte e sobrevivência). Por isso, simulamos tudo de forma conjunta.

$$\begin{aligned} P(x)_t &= (R_S(x)_t^L + R_M(x)_t^L - R_S(x)_t^A - R_M(x)_t^A)^+, \quad t \in [0, \infty) \\ P(x)_0 &= \int_0^{\infty} e^{-R_t \cdot t} (R_S(x)_t^L + R_M(x)_t^L - R_S(x)_t^A - R_M(x)_t^A)^+ dt \cong \\ &e^{-R_t \cdot t} (R_S(x)_t^L + R_M(x)_t^L - R_S(x)_t^A - R_M(x)_t^A)^+ \end{aligned} \quad (57)$$

Para cálculo do valor de capital por meio da fórmula padrão, otimizando o resultado obtido pela aplicação da fórmula acima, obtemos a correlação entre as parcelas referentes à morte e sobrevivência. O capital dos planos dotais mistos será:

$$Capital = \sqrt{(fator_m \times PMBAC_m)^2 + (fator_d \times PMBAC_d)^2 + 2\rho(fator_m \times PMBAC_m)(fator_d \times PMBAC_d)}$$

Onde:

- fator_m = fator de risco da cobertura de morte, no período de diferimento, estruturada em capitalização;
- PMBAC_m = PMBAC da parcela de morte do dotal misto;
- fator_d = fator de risco do plano dotal puro;
- PMBAC_d = PMBAC da parcela de sobrevivência do dotal misto; e
- ρ = correlação entre as parcelas referentes à morte e sobrevivência do plano dotal misto.

III.3.9 Riscos de Despesas Administrativas (DA)

O risco de subscrição referente à DA ocorre quando a há flutuação ou oscilação na taxa das despesas administrativas, calculada em relação aos prêmios⁶. Considerando as demais parcelas que formam o prêmio constantes, o risco de subscrição se dá quando a taxa de crescimento da DA é distinta da do prêmio.

⁶ Prêmios e contribuições

$$\text{Risco}_t = \Delta \frac{DA_t}{\text{Premio}_t} = r_t = \frac{\frac{DA_t}{\text{Premio}_t}}{\frac{DA_{t-1}}{\text{Premio}_{t-1}}} - 1, t=1, \dots, T$$

Para aferição do risco associado às despesas administrativas, adotamos uma abordagem incondicional, aplicando aproximação normal a estas variáveis. Assim, supomos $r_t \sim \text{Normal}(\mu, \sigma)$.

Então:

$$\text{Capital}_T (\%) = \frac{DA_T}{\text{Premio}_T} \times z_{1-\alpha} \times \sigma = \text{fator}$$

$$\text{Capital}_T (\text{R}\$) = \text{fator} \times \text{Prêmio}_T$$

Dado que observações empíricas demonstram que as empresas que são especializadas em produtos de sobrevivência têm DA menor que as empresas que são especializadas em coberturas de riscos, segregamos, por meio de análise de cluster, as sociedades nesses dois grupos.

Optamos por fazer a segregação por meio do índice “*prêmio - coberturas de risco / prêmio total*”, que apresenta resultado melhor do que se segregássemos as companhias apenas pelo volume dos prêmios, pois esse último método causa distorções em função da diferença de arrecadação das grandes companhias nos produtos VGBL e PGBL. A partir disso, calculamos o fator de risco de cada grupo.

Para cálculo do módulo de risco de subscrição de DA, para todas as seguradoras e EAPCs:

- o fator de risco das coberturas de risco será aplicado sobre o montante dos últimos 12 prêmios diretos e contribuições anteriores à data base (mensal) de cálculo, referentes às coberturas de vida individual e previdência, distintas da cobertura de sobrevivência; e
- fator de risco da cobertura de sobrevivência será aplicado sobre o montante dos últimos 12 prêmios diretos e contribuições anteriores à data base (mensal) de cálculo, referentes à cobertura de sobrevivência.

III.3.10 Agregação dos módulos

Para agregação do capital adicional baseado em risco de subscrição de VI e PREV, utilizaremos uma matriz de correlação entre os módulos de cálculos.

Assim, o valor final do capital adicional de risco de subscrição de VI e PREV será:

$$CA_{VIPREV} = \sqrt{\sum_i \sum_j \rho_{ij} \times CA_i \times CA_j}$$

Onde:

- CA_i e CA_j = capital adicional dos módulos “i” e “j”; e
- $\rho_{i,j}$ = elemento da linha “i” e coluna “j” da matriz de correlação entre os módulos de cálculos.

IV. Modelos Internos

Para aquelas companhias que não possuem um modelo interno para gerenciamento de riscos ou possuem, mas em desacordo com os princípios e diretrizes a serem definidos pelo órgão supervisor, haverá um agravamento no montante de capital requerido. Este procedimento tem por objetivo incentivar as seguradoras e EAPCs a desenvolverem seus próprios modelos internos. Esta diretriz está em linha com os padrões emitidos pela IAIS.

A aferição dessa penalização será feita a partir das probabilidades críticas, ou seja, a exigência de capital será definida a partir de probabilidades críticas menores, acarretando maiores exigências ou requerimentos.

É importante ficar bem claro que, para ter esse benefício, a seguradora ou entidade deverá elaborar um modelo interno a partir dos critérios a serem regulamentados pelo órgão supervisor, entre eles a exigência da utilização de um modelo matemático de simulação e a implementação de uma estrutura de gerenciamento de risco, compatível com a natureza das operações e complexidades dos produtos.

V. Agregação do risco de subscrição de VI e PREV com o de Danos e VG

Para agregação dos riscos de subscrição de contratos de VI e PREV com aqueles de contratos de VG e seguros de danos, será utilizada uma matriz de correlação linear. Esta é uma ferramenta extremamente comum na regulação de capitais baseados nos riscos em vários países e facilita sobremaneira os cálculos para os entes supervisionados.

VI. Conclusão

Esta regulação trará um ganho significativo para a solvência das seguradoras e EAPCs visto a grande relevância destas operações no cenário nacional. Também é importante ressaltar que o grande beneficiário deste normativo é o consumidor dos produtos de seguro e previdência, que terá garantias maiores que seu benefício será efetivamente honrado pela empresa contratada, devido ao aumento do nível de confiança na solvência e a redução da probabilidade da negativa de pagamento de sinistros ou benefícios. O ganho é estendido aos acionistas que passam a investir em um mercado mais seguro, com requisitos de capital calculados em função dos riscos assumidos.

Por todo o exposto, percebe-se que o modelo desenvolvido segue a abordagem que está sendo discutida no âmbito da IAIS e da União Européia. Trata-se, portanto, de um modelo com objetivo preventivo. A regulação proposta contribuirá em muito para consolidar a implantação do modelo de supervisão baseada em risco no mercado brasileiro. O grande objetivo do projeto brasileiro é conseguir estruturar o mercado para uma nova realidade de gestão. Nessa linha há a necessidade de atualizar as metodologias de gerenciamento de risco, bem como melhorar a qualidade das informações.

No âmbito internacional, o modelo de cálculo, da forma que está sendo apresentado, coloca o país no *hall* das jurisdições que seguem as melhores práticas de regulação de seguro e as orientações da IAIS, tornando o país mais atrativo para os investidores externos.

Para que possamos apresentar e discutir o modelo de cálculo com as supervisionadas, será criado um grupo técnico de discussão composto por representantes das associações e federações representativas do mercado, além dos analistas da SUSEP/CGSOA/CORIS. Para dar mais transparência aos interessados, os documentos emitidos pela SUSEP e pelos demais membros do grupo, as atas das reuniões e as apresentações serão amplamente divulgadas no *site* da SUSEP.

VII – Referências

Ang, A. e Piazzesi, M., 2003. A no-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables. *Journal of Monetary Economics* 50, 745–787.

Ballotta, L. e Haberman, S. 2003. Valuation of guaranteed annuity conversion options. *Insurance. Mathematics and Economics* 33, 87–108.

CEE, 1979. Primeira Directiva 79/267/CEE do Conselho, de 5 de Março de 1979, relativa à coordenação das disposições legislativas, regulamentares e administrativas, respeitantes ao acesso à actividade de seguro directo de vida e ao seu exercício. Instituto de Seguros de Portugal – ISP.

Chen, R.R., Scott, L., 1993. Maximum likelihood estimation for a multi-factor equilibrium model of the term structure of interest rates. *Journal of Fixed Income* 3, 14–31.

Circular SUSEP nº 410 de 22 de dezembro de 2010.

CP195, 2003. Enhanced capital requirements and individual capital assessments for life insurers. Financial Services Authority, agosto.

Dai, Q., Singleton, K., 2002. Expectation puzzles, time-varying risk premia, and affine models of the term structure. *Journal of Financial Economics* 63, 415–441.

Duffee, G.R., 2002. Term premia and interest rate forecasts in affine models. *Journal of Finance* 57, 405–443.

Duffie, D., Kan, R., 1996. A yield-factor model of interest rates. *Mathematical Finance* 6, 379–406.

Estrella, A., Mishkin, F.S., 1997. The predictive power of the term structure of interest rates in Europe and the United States: implications for the European central bank. *European Economic Review* 41, 1375-1401.

Evans, C.L., Marshall, D.A., 1998. Monetary policy and the term structure of nominal interest rates: evidence and theory. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 49, 53-111.

Fisher, M., 1998. A simple model of the failure of the expectations hypothesis. Workingpaper, Federal Reserve Bank of Atlanta, Atlanta, GE.

Franklin, S., Duarte, T.B., Neves, C.R., Melo, E.F.L, 2011. Interpolação e Extrapolação da Estrutura a Termo das Taxas de Juros para Utilização do Mercado Segurador Brasileiro, a ser publicado. Pode ser obtido em http://www.susep.gov.br/menumercado/modelo_ettj.asp

Hull, J.C., 2002. *Options, Futures, and Other Derivatives.*, Prentice Hall, 5th ed.

IAIS, 2010a. Issues Paper on the Regulation and Supervision of Mutuals, Cooperatives and other Community-based organizations in increasing acces to insurance markets. International Association of Insurance Supervisors, draft, janeiro.

IAIS, 2010b. ICP 17 Capital Adequacy. International Association of Insurance Supervisors, outubro.

Kastelijjn, W.M., Remmerswaal, J.C.M., 1986. *Solvency, Surveys of Actuarial Studies* 3. Nationale-Nederlanden N.V., Rotterdam, Netherlands.

Lee, R. D., 2000. The Lee-carter method for forecasting mortality, with various extensions and applications. *North American Actuarial Journal*, (4) 1, 80-91.

Lee, R.D., Carter, L.R., 1992. Modelling and Forecasting U.S. Mortality. *Journal of the American Statistical Association* 87, 659-671.

Litterman, R., Scheinkman, J., 1991. Common factors affecting bond returns. *Journal of Fixed Income* 1, 51-61.

Melo, E.F.L., 2008. Valuation of Participating Inflation Annuities with Stochastic Mortality, Interest and Inflation rates. 8º Encontro Brasileiro de Finanças.

Melo, E.F.L., Mendes, B.V.M, 2009. Pricing Participating Inflation Retirement Funds through Option Modelling and Copulas. *North American Actuarial Journal*, volume 13 – Issue 2.

Moller, T., Steffensen, M., 2007. *Market-Valuation Methods in Life and Pension Insurance*. Cambridge.

QIS5, 2010. Quantitative Impact Study - Technical Specifications. CEIOPS, julho.

Resolução CNSP nº158 de 26 de dezembro de 2006.

Resolução CNSP nº227 de 6 de dezembro de 2010.

Resolução CNSP nº228 de 6 de dezembro de 2010.

Rotger, G. P., Estany, M. G., 2002. Evaluating the Lee-Carter Method to Forecasting Spanish Life-Expectancy. *Universitat de Barcelona*, seminar.

Sandström, A., 2006. *Solvency: Models, Assessment and Regulation*. Chapman & Hall /CRC.

Solvência II, 2009. Insurance and reinsurance (Solvency II) (recast). *European Parliament Legislative Resolution*, April/2009.