



**ESCOLA DAS
ADOLESCÊNCIAS**

CONSTRUIR UMA ESCOLA QUE FAÇA
MAIS SENTIDO E QUE PROMOVA
APRENDIZAGENS MAIS SIGNIFICATIVAS
PARA TODAS AS ADOLESCÊNCIAS

CLUBE DE LETRAMENTO MATEMÁTICO

CADERNOS DE INOVAÇÃO CURRICULAR (CIC)

EIXO - ORGANIZAÇÃO CURRICULAR E PEDAGÓGICA



consed
Conselho Nacional de Secretários de Educação

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO



APRESENTAÇÃO

Breve texto-padrão para todos os cadernos CIC que apresenta a política EDA, o eixo Organização Curricular e Pedagógica e visão geral de todos os CICs.

Será elaborado pelo Instituto Reúna

ENTREGA PARCIAL

SUMÁRIO

- 1. O QUE É O CLUBE DE LETRAMENTO MATEMÁTICO**
- 2. CONHEÇA A EMENTA DO CLUBE LETRAMENTO MATEMÁTICO**
- 3. CONHEÇA AS SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PROPOSTAS**

REFERÊNCIAS

ANEXOS

ENTREGA PARCIAL

1. O QUE É O CLUBE LETRAMENTO MATEMÁTICO

O **Clube de Letramento Matemático** tem dois principais objetivos. O primeiro é apoiar a recomposição das aprendizagens não realizadas até o 5o ano de modo que os estudantes possam aprender habilidades centrais que apoiarão a construção de conhecimentos no 6o ano e a melhor aprendizagem na sequência dos anos finais. O segundo objetivo, não menos importante, é que eles vivenciem aprender matemática de forma mais envolvente e desafiadora, em um processo baseado em resolução de problemas, para incentivá-los(as) a aprender a partir de propostas que permitam sua participação ativa, a percepção de sua capacidade de pensar matematicamente, desenvolvendo sua autoconfiança e o desejo de aprender cada vez mais.

Temos visto que, mesmo quando os(as) estudantes possuem informações e conceitos, eles/elas não conseguem mobilizá-los de forma eficaz. Muitas vezes, desanimam, esperam que o(a) professor(a) explique tudo, não se permitem tentar ou errar e, principalmente, não confiam em suas habilidades e conhecimentos. A resolução de problemas e o tratamento de situações complexas oferecem aos(as) estudantes a oportunidade de pensar por si mesmos, construir estratégias de resolução, desenvolver argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, finalmente, perseverar na busca da solução.

Neste ambiente, valem diferentes soluções para um mesmo problema, os erros serão analisados e discutidos em conjunto, há foco em aprender a linguagem matemática, a discutir e argumentar usando os conhecimentos matemáticos em cada proposta. A ideia é desestabilizar nos estudantes crenças tais como matemática é para poucos, ser bom em matemática é dar respostas rápidas, em matemática temos que dar sempre respostas únicas e corretas entre outras. Tais crenças, muitas vezes, despertam nos estudantes um sentimento de ansiedade, impedindo que progridam na aprendizagem

Para isso, o Clube está estruturado em sete iniciativas relacionadas à resolução de problemas, que serão retomadas e ampliadas em cada Sequência Didática:

1. **Fazer o estudante pensar produtivamente** – Propor situações-problemas desafiadoras e instigantes que motivem os(as) estudantes e os(as) encorajem a buscar soluções.
2. **Desenvolver o raciocínio matemático** – Estimular o raciocínio lógico e o uso de recursos disponíveis para que o(a) estudante proponha soluções eficazes.
3. **Profundidade de Aprendizado** – Ajudar os(as) estudantes a ir além da mera memorização de procedimentos, promovendo compreensão profunda e significativa.
4. **Repertoriar o(a) estudante com estratégias de resolução** – Oferecer espaço para diferentes abordagens e soluções, enriquecendo as discussões e o raciocínio matemático.
5. **Engajamento no fazer matemática** – Promover nos(as) estudantes a iniciativa, a persistência, a confiança, a criatividade e a independência ao resolver problemas bem como a oportunidade para explorar, experimentar e colaborar.
6. **Aplicar a matemática em situações práticas** – Incentivar o uso da matemática no cotidiano, desenvolvendo uma atitude positiva dos(as) estudantes em relação a este componente curricular.
7. **Desenvolver a fluência matemática** – Formar cidadãos com letramento matemático, preparados para atuar e participar de forma ativa na sociedade.

Outros dois focos estão em jogo no Clube de Letramento Matemático: o compromisso em desenvolver o **protagonismo juvenil** e a **aprendizagem colaborativa**.

O protagonismo juvenil no contexto educativo é um conceito que valoriza e estimula a participação

ativa dos(as) adolescentes e jovens no processo de aprendizagem, permitindo que eles/elas sejam agentes ativos na construção de seu conhecimento e na definição das direções a serem tomadas na sua formação. Ao permitir que os(as) estudantes participem ativamente da construção do conhecimento, da gestão de suas próprias trajetórias educativas e da transformação de sua realidade, promove-se uma educação mais inclusiva e dinâmica, alinhada com as necessidades e desafios contemporâneos.

Trabalhar com protagonismo juvenil e a aprendizagem colaborativa nas aulas de matemática envolve criar oportunidades para que os(as) estudantes sejam ativos em sua aprendizagem, tomem decisões, compartilhem responsabilidades e, acima de tudo, se sintam empoderados para aprender e ensinar. Ao adotar essas práticas, os(as) estudantes não só desenvolvem suas habilidades matemáticas, mas também suas competências sociais e emocionais, preparando-se para atuar de forma crítica e colaborativa no mundo.

Ao adotar a **aprendizagem colaborativa** como um dos princípios do Clube de Letramento Matemático, assumimos que os(as) estudantes devem trabalhar juntos para alcançar objetivos comuns de aprendizagem, compartilhando conhecimentos, habilidades e experiências para resolver problemas, realizar tarefas ou desenvolver um entendimento mais profundo de um determinado tema. Por isso, os(as) estudantes realizarão equilibradamente tarefas em tempos individuais, em duplas ou grupos. O conceito de aprendizagem colaborativa aqui está intimamente ligado à ideia de que a interação entre os (as) estudantes pode promover a construção conjunta de conhecimentos, em vez de ser um processo isolado de aprendizagem individual, permitindo que juntos possam atingir níveis mais elevados de compreensão.

Vale destacar que as propostas de atividades têm como foco apoiar o(a) professora a refletir acerca do **conhecimento pedagógico do conteúdo**, ou seja, à habilidade de transformar a compreensão do conteúdo em formas eficazes de ensino.

Em matemática, esse conhecimento inclui quatro componentes essenciais: domínio do currículo (o que ensinar), estratégias de ensino (como ensinar), compreensão do aprendizado dos estudantes (como aprendem) e avaliação (como medir).

O Clube promoverá o trabalho em aspectos centrais da recomposição de aprendizagens de matemática, de modo a proporcionar conexões entre diferentes tópicos matemáticos e, quando possível, com outras áreas do conhecimento. São eles:

- **Números** numa perspectiva **algébrica** de observação de regularidades e padrões. Nesta abordagem trabalharemos especialmente as operações de **multiplicação e divisão** de números naturais, estratégias de cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos e suas propriedades.
- O estudo de **frações** em conexão com **geometria** para explorar leitura, escrita, comparação, representações numéricas e equivalência de frações, bem como conhecimentos geométricos relativos ao trabalho com ângulos, suas representações e a relação com o estudo de polígonos, em especial triângulos e quadriláteros.
- A exploração de **Grandezas e Medidas**, com foco na grandeza comprimento, relacionando-a ao sistema numérico decimal para explorar os **números decimais** em relação à leitura, escrita e comparação e representação na reta numérica.

Outra preocupação do Clube diz respeito a transição dos/das estudantes do 5º para o 6º ano. Trata-se de um momento crucial para o desenvolvimento dos/das estudantes, especialmente em matemática. Neste período, é essencial adotar uma abordagem cuidadosa para garantir uma adaptação tranquila. O 6º ano marca o início dos anos finais, com mudanças como a introdução de

diferentes professores e aumento na complexidade dos conteúdos. Muitos(as) estudantes podem sentir ansiedade devido às novas expectativas, por isso, criar um ambiente acolhedor será fundamental. As atividades lúdicas, o trabalho em grupo e a resolução de problemas serão estratégias importantes utilizadas no Clube para apoiar essa transição, já que os/as estudantes começam a sair da infância e iniciar a adolescência.

2. CONHEÇA A EMENTA DO CLUBE LETRAMENTO MATEMÁTICO

| CLUBE LETRAMENTO MATEMÁTICO | |
|---|---|
| Descrição | <p><i>O Clube apresenta 3 Sequências Didáticas escolhidas para apoiar o trabalho do(a) professor(a), focando nos aspectos centrais da aprendizagem que podem dificultar o progresso dos(as) estudantes nas aulas de matemática, especialmente devido a defasagens de conteúdos de anos anteriores. Assim, as propostas buscam promover a recomposição de aprendizagens numa perspectiva problematizadora e garantindo avanços na aprendizagem.</i></p> <p><i>As Sequências Didáticas foram organizadas para um trabalho com 35 aulas, ou seja, uma aula por semana. Nelas são abordados temas relacionados às unidades temáticas de Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, com um recorte específico de habilidades de modo a promover aprendizagens estruturantes que garantam o avanço dos(as) estudantes no 6o. ano. Além disso, as Sequências Didáticas proporcionam conexões entre as diferentes unidades temáticas de matemática e outras áreas do conhecimento, quando possível.</i></p> |
| Objetivos | <p><i>Os principais objetivos das Sequências Didáticas do Clube de Letramento Matemático são:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Promover a organização e a gestão da sala de aula são importantes, mas o foco no conteúdo e na maneira como ele é ensinado é crucial. Por isso, as orientações são mais detalhadas e indicam possíveis questionamentos/perguntas que tem um objetivo de ensino de matemática ou de protagonismo e, ao mesmo tempo, a função de manter o(a) estudante ativo(a), pensando e agindo.</i> - <i>Planejar com foco nos objetivos de aprendizagem, antecipando equívocos, e auxiliando o(a) professor (a) a ajustar as estratégias de acordo com a dificuldade do tema e o progresso dos(as) estudantes.</i> - <i>Proporcionar uma variedade de estratégias pedagógicas para possibilitar uma abordagem coerente e adaptada às necessidades de aprendizagem da turma.</i> - <i>Incentivar a participação ativa dos(as) estudantes, bem como avaliar seu próprio trabalho e o dos colegas, e se engajar com tarefas que conectam conhecimento prévio a novos conceitos.</i> |
| Estrutura sugerida para a implementação | <p><i>O Clube de Matemático foi planejado para atender os(as) estudantes do 6o. ano dos anos finais. As Sequências Didáticas, abordam conhecimentos específicos de matemática, de modo que a indicação principal é que as aulas sejam ministradas por um professor especialista da área.</i></p> <p><i>A carga horária indicada é de uma aula semanal, como componente específico ou como parte do conjunto de aulas do professor de matemática da base comum.</i></p> |

| | |
|--|--|
| <p>Como o Clube Letramento Matemático contribui para a aprendizagem e o desenvolvimento dos adolescentes</p> | <ul style="list-style-type: none"> - Fomentar ao protagonismo do(a) estudante ao trazê-lo para o centro das práticas educativas, conectando-o(a) com seus anseios e estimulando sua autonomia para aprender matemática. - Apostar no potencial dos(as) estudantes, cultivando altas expectativas de aprendizagem e reconhecendo que todos(as) são capazes de aprender - Oferecer oportunidades intencionais e articuladas ao currículo de matemática para o desenvolvimento de aprendizagens não consolidadas em anos anteriores . Garantir, por meio do reconhecimento e da valorização da diversidade, o fortalecimento das identidades e a promoção de um clima acolhedor para todos e todas. |
| <p>Competências específicas</p> | <p>As principais competências específicas da BNCC desenvolvida ao longo do Clube são:</p> <ol style="list-style-type: none"> 2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo. 3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. 4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes. |
| <p>Conexão com Objetivos de Desenvolvimento Sustentável</p> | <p>O Clube de Letramento Matemático tem conexão com a ODS “Educação e Qualidade”, na medida em que procura desenvolver uma educação de qualidade, equitativa e inclusiva, promovendo a capacitação e empoderamento dos indivíduos, ampliando as oportunidades dos(as) estudantes mais vulneráveis no caminho do desenvolvimento.</p> <p>Também nos alinhamos a promoção da “redução das desigualdades”, uma vez que, levamos em conta as identidades culturais dos estudantes, reforçando um ambiente inclusivo e propício ao aprendizado de todos.</p> |
| <p>Integração Curricular</p> | <p>O Clube de Letramento Matemático sugere algumas possíveis integrações entre os componentes curriculares de Arte, Educação Física e Língua Portuguesa. Mas certamente os(as) professores poderão ampliar essas indicações, em função do envolvimento de todos os(as) professores da escola.</p> |
| <p>Metodologias de ensino e de aprendizagem</p> | <p>O Clube trará uma variedade de metodologias para o desenvolvimento de práticas em sala de aula. Trabalhamos com a aprendizagem baseada em problemas (aprendizagem por investigação). Também incluímos diversas estratégias e recursos pedagógicos como painel de soluções, análise de erros, jogos matemáticos e memória coletiva.</p> |
| <p>Propostas de avaliação</p> | <p>As estratégias de avaliação são diversificadas e compõem momentos de observação da aula pelo(a) professora; produções de texto e registros pelos(as) estudantes; testes relâmpagos; autoavaliação e avaliação entre pares.</p> |

3. CONHEÇA AS SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PROPOSTAS

O Clube de Letramento Matemático propõe três Sequências Didáticas organizadas de modo a dar ao(a) professor(a) liberdade para escolhê-las na ordem que desejar, em acordo com as aulas do ensino regular da base comum, com foco na recomposição das aprendizagens. Deste modo, é possível que o/a professor(a) verifique os conhecimentos prévios essenciais para o desenvolvimento das habilidades naquele período escolar e as articule com as propostas pelo Clube.

Cada Sequência Didática, desenvolve um conjunto de habilidades relacionadas ao **tema de estudo**: Números e álgebra; Frações e Geometria; Grandezas e Medidas e Números decimais. Mas outras duas propostas fazem parte da Sequência Didática: **10 minutos de fluência** e a aula de **Resolução de Problemas**.

Em cada aula da Sequência Didática propomos a dedicação de 10 minutos à **fluência** com seus/suas estudantes. Estamos chamando de fluência a capacidade dos/das estudantes em aplicar de forma rápida, eficiente e precisa os conhecimentos e habilidades matemáticas adquiridas, sem precisar de muita reflexão ou esforço consciente. O objetivo é desenvolver a habilidade de cálculo mental, permitindo que os(as) estudantes se tornem mais ágeis, sem cometer erros simples nas operações básicas com números naturais, frações e decimais. Isso é importante porque dificuldades nesses cálculos podem prejudicar a aprendizagem, desviando a atenção dos(as) estudantes dos conceitos e propriedades essenciais, que são mais importantes do que os cálculos em si.

Dedicamos ao final de cada Sequência Didática uma aula específica para o trabalho com a **resolução de problemas não convencionais**. Neste tipo de problema, o(a) estudante não encontra um procedimento de cálculo ou fórmula pronta para a resolução, o foco está em construir uma estratégia. Isso exigirá que cada estudante analise o texto, formule hipóteses e as teste, em um processo contínuo de autoregulação e autoavaliação. Problemas desse tipo desestabilizam ou evitam crenças dos estudantes a respeito de problemas serem sempre numéricos, terem respostas únicas, serem resolvidos por uma operação ou equação, entre outras.

Nas Sequências Didáticas o(a) professor(a) encontrará uma aula dividida em três ou quatro momentos distintos, cujas funções são: **Inicie**, o foco é apresentar aos(as) estudantes a essência da aula, engaja-los(as) na tarefa e oportunizar momento de levantamento de conhecimentos prévios; **Desenvolva**, momento no qual o(a) professor(a) propõe a atividade principal da aula para que os(as) estudantes, explorem e construam os conhecimentos previstos; **Discuta**, refere-se aos momentos de compartilhamento das descobertas e consolidação e organização das aprendizagens pelos/pelas estudantes sob a mediação do(a) professor(a) e o **Amplie**, quando indicamos ao(a) professor(a) possíveis conexões e abordagens para aprofundar ou dar continuidade ao trabalho.

Saiba mais como implementar o Clube de Letramento Científico consultando o Guia de Orientação para Inovações Curriculares e Pedagógicas.

3.1 Fichas de trabalho dos estudantes

O professor(a) encontrará Fichas de Atividade organizadas para o trabalho com o(a) estudante, que ora são para impressão individual e ora em grupo, com o intuito de facilitar o seu planejamento. No detalhamento de cada atividade são mencionados os momentos para sua utilização, bem como no quadro organizativos de cada Sequência Didática. Fique atento porque há indicação de materiais específicos para a realização das aulas, como régua, tesoura, materiais de desenho etc.

3.2 Caderno de registro

O registro da aprendizagem pelo estudante é uma ferramenta fundamental para acompanhar o seu desenvolvimento durante as aulas. Ele permite que o(a) estudante reflita sobre suas experiências, organize seus pensamentos pense mais a respeito de um assunto, reveja o que aprendeu, tenha tempo para apropriar-se melhor de um conhecimento (conceito ou procedimento), aprofundar-se nele, ter memória daquilo que é relevante, validar conclusões, descobertas entre outras possibilidades.

O conjunto de informações obtidas pela análise dos diversos registros de acompanhamento dos (as) estudantes permite ao professor refletir a respeito de cada estudante e de seu próprio trabalho. Assim, ao longo das aulas, ele acumula dados e evidências que lhe possibilitam ir adiante ou evidenciam a necessidade de replanejar.

Cada Sequência Didática fará uma proposição única e diferenciada, de modo que os(as) estudantes possam ir aprendendo, valorizando e aperfeiçoando seus registros. Eles começam de modo coletivo, como Memória Coletiva da turma, aos poucos passam a ser realizados em grupos até que possam realizá-lo com mais autonomia e independência.

3.3 Organizador curricular

Algumas expectativas de Letramento estarão presentes ao longo do desenvolvimento de todas as Sequências Didáticas. São elas:

- Desenvolver estratégias pessoais para a resolução de problemas não convencionais.
- Argumentar para justificar suas escolhas na forma de calcular e na resolução de problemas.
- Ler, interpretar, produzir escritas e representações em linguagem matemática correspondentes aos conceitos aprendidos, aos processos de cálculo e de resolução de problemas.
- Desenvolver a autoconfiança em relação a sua forma de pensar em matemática e a persistência frente a situações problema diversas.

| SD | Aulas | Competências para o desenvolvimento integral | Habilidade específica | Expectativas de letramento |
|---|------------------------------|---|--|---|
| SD1: Operações, propriedades e regularidades | 12 aulas de 50 minutos/cada. | <ul style="list-style-type: none">- Competência Geral 2 - Pensamento científico, crítico e criativo- Competência geral 3 - repertório cultural- Competência Geral 4 - comunicação | <p>(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número,</p> <p>(EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.</p> <p>(EF03MA03) Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito.</p> <p>(EF04MA05) Utilizar as</p> | <ul style="list-style-type: none">- Identificar regularidades por meio de investigação em sequências repetitivas e não repetitivas.- Descrever a regra de formação de uma sequência numérica ou não.- Determinar em uma sequência elementos faltantes ou seguintes por meio de investigação.- Identificar padrões e regularidades em sequências numéricas relacionadas às tabuadas.- Utilizar as propriedades da multiplicação e da |

| | | | | |
|---|------------------------------------|--|--|--|
| | | | <p>propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo.</p> <p>(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p> | <p>divisão para dar sentido ao algoritmo formal e a técnicas de cálculo mental.</p> <p>- Resolver problemas envolvendo as operações multiplicação e divisão.</p> |
| <p>SD2: Tangram, frações e Geometria</p> | <p>13 aulas de 50 minutos/cada</p> | <ul style="list-style-type: none"> - Competência Geral 1 - Conhecimento - Competência Geral 2 - Comunicação - Competência Geral 4 - Comunicação | <p>(EF04MA18) Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria.</p> <p>(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.</p> <p>(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{100}$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.</p> <p>(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.</p> <p>(EF05MA04) Identificar frações equivalentes.</p> <p>(EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.</p> | <ul style="list-style-type: none"> - Compor e decompor figuras geométricas planas. - Associar ângulo a um movimento de giro ou mudança de direção. Identificar lados e ângulos em polígonos. - Reconhecer ângulos retos e não retos em polígonos Relacionar frações a representações de partes de um inteiro. - Reconhecer, ler e representar frações maiores e menores que a unidade. - Comparar frações. Identificar frações equivalentes. |
| <p>SD3: Arte, Medidas e decimais</p> | <p>10 aulas de 50 minutos/</p> | <ul style="list-style-type: none"> - Competência Geral 2 - Pensamento científico, crítico e criativo | <p>(EF05MA02) Ler, escrever e ordenar números racionais na forma decimal com</p> | <ul style="list-style-type: none"> - Relacionar grandezas, unidades de medidas e instrumentos de medidas |

| | | | | |
|--|-------|-------------------------------------|--|---|
| | cada. | - Competência Geral 4 - Comunicação | <p><i>compreensão das principais características do sistema de numeração decimal, utilizando, como recursos, a composição e decomposição e a reta numérica.</i></p> <p>(EF05MA19) <i>Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.</i></p> | <p><i>de massa, comprimento, tempo e capacidade</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Relacionar unidades de medida de comprimento e utilizá-las na resolução de problemas.</i> - <i>Resolver problemas com números racionais positivos na representação decimal na reta numérica relacionados ao seu contexto.</i> - <i>Relacionar medida de comprimento a números decimais.</i> - <i>Ler, escrever, comparar, compor e decompor números decimais em contextos da vida cotidiana dos estudantes.</i> |
|--|-------|-------------------------------------|--|---|

ENTREGA PARCIAL

SD 1: OPERAÇÕES, PROPRIEDADES E REGULARIDADES

Objetivos

- Identificar regularidades por meio de investigação em sequências repetitivas e não repetitivas.
- Descrever a regra de formação de uma sequência numérica ou não.
- Determinar em uma sequência elementos faltantes ou seguintes por meio de investigação.
- Identificar padrões e regularidades em sequências numéricas relacionadas às tabuadas.
- Utilizar as propriedades da multiplicação e da divisão para dar sentido ao algoritmo formal e a técnicas de cálculo mental.
- Resolver problemas envolvendo as operações multiplicação e divisão.

Principal habilidade específica enfocada

- (EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
- (EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.
- (EF03MA03) Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito.
- (EF04MA05) Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo.
- (EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Competências em foco para o desenvolvimento integral

- Competência Geral 2
- Competência geral 3
- Competência Geral 4

Expectativas de aprendizagem: o que os estudantes vão aprender e saber fazer

- Reconhecer e valorizar as manifestações artísticas e culturais, africanas e indígenas, para ampliar seu repertório pessoal, identificando a matemática presente nestes contexto como relevante produção intelectual.
- Descrever o padrão em sequências repetitivas e não repetitivas.
- Representar, analisar e fazer generalizações em vários padrões usando palavras e regras simbólicas.
- Utilizar as operações de multiplicação e divisão na resolução de problemas, por meio de diferentes estratégias
- Identificar regularidades em procedimentos de cálculo relacionados a propriedades das

| | |
|--|-------------------------------------|
| <p>operações de multiplicação e divisão.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar e compreender a regularidade na multiplicação de um número por 10, 100 ou 1000 e seus múltiplos. | |
| <p>Proposta de avaliação</p> <p>Ao longo da Sequência Didática os estudantes terão alguns momentos de avaliação processual, descritas: observação do professor, teste relâmpago, avaliação entre pares.</p> <p>Ao final desta Sequência os estudantes farão uma auto-avaliação.</p> | |
| <p>Recursos e providências</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aula 1: FICHA DE ATIVIDADE EM GRUPO: TIRAS DE MALHA QUADRICULADA, RETANGULAR E TRIANGULAR • Aula 2: FICHA DE ATIVIDADE: PADRÕES E REGULARIDADES; • Aula 3: FICHA DE ATIVIDADE EM GRUPO: GABARITO DE QUADRADOS; Materiais: TESOURA E TABELA IMPRESSA • Aula 4: FICHA DE ATIVIDADE: Tábua de Pitágoras • Aula 5: FICHA DE ATIVIDADE: Multiplicando por 10, 100, 1000 e seus múltiplos Material: calculadora • Aula 6: FICHA DE ATIVIDADE: Diferentes formas de multiplicar • Aula 7: FICHA DE ATIVIDADE: Regularidades na multiplicação e divisão • Aula 8: FICHA DE ATIVIDADE: Diferentes formas de dividir • Aula 9 e 10 : Materiais artísticos variados como: tesoura, tinta, retalhos de papel e tecidos, cola, lápis colorido e materiais de percussão não estruturados diversos (copos, colheres, etc.) <p>RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aula 11 e 12 : FICHA DE ATIVIDADE DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: Criptogramas <p>FICHAS DE FLUÊNCIA:</p> <ul style="list-style-type: none"> • 10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 1- Observando sequências repetitivas. • 10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 2 - Representando padrões com letras. • 10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 3 - Complete as sequências • 10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 4 - Tábua de Pitágoras • 10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 5: Multiplicando por 10, 100 e 1000 • 10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 6: Diferentes formas de multiplicar • 10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 7: Regularidades na multiplicação • 10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 8: Calculando metades | |
| <p>Duração sugerida</p> | <p>12 aulas de 50 minutos/cada.</p> |
| <p>Para sua mediação</p> <p>No Clube de Matemática, atuaremos de modo a qualificar as interações entre os dois principais atores do processo de ensino-aprendizagem: professores (as) e estudantes.</p> <p>Para que isso ocorra dois aspectos serão fundamentais para que essa interação seja eficaz e na criação de vínculos que transformem a sala de aula em um espaço de respeito, tranquilidade e responsabilidade, essenciais para o desenvolvimento do conhecimento.</p> <p>O primeiro deles diz respeito ao papel central do professor na construção de uma PRESENÇA PEDAGÓGICA constante. É importante que os(as) estudantes reconheçam em sua prática a ABERTURA, a RECIPROCIDADE e o COMPROMISSO com o processo formativo deles(as). Na prática docente, esses valores se refletem em atitudes de interesse, valorização dos pontos de vista e das culturas juvenis, além do reconhecimento da individualidade de cada estudante.</p> <p>Uma boa forma de demonstrar essa presença é conhecer os seus/suas estudantes e tratá-los (as)</p> | |

com respeito, enfatizando suas qualidades e conquistas, utilizando essas vitórias como base para superar dificuldades e erros. Ao longo das atividades, buscamos estimular os (as) estudantes a expressarem suas ideias, de modo que o(a) professor(a) use suas contribuições como ponto de partida para novas descobertas, promovendo um diálogo verdadeiro. O segundo aspecto foca as interações entre os(as) próprios estudantes, apostando no protagonismo juvenil em favor de aprendizagens colaborativas. No entanto, lembre-se de que os(as) estudantes ainda não sabem trabalhar colaborativamente e ainda possuem grande dependência do(a) professor(a).

ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

O pensamento algébrico, como destacado na BNCC (2018), é uma competência a ser desenvolvida desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, em conjunto com o aprendizado da aritmética. Esta sequência didática visa explorar as regularidades presentes na geometria e nos procedimentos de cálculo, promovendo a compreensão das propriedades da operação. Isso porque, uma das ideias da álgebra que deverá ser aprendida pelos estudantes é a de aritmética generalizada.

A aritmética fornece o terreno para que os (as) estudantes observem padrões, façam conexões e generalizem conceitos, enquanto o pensamento algébrico amplia essas ideias para incluir o uso de variáveis, expressões, equações e generalizações. Trabalhar de forma integrada ajuda os(as) estudantes a verem a continuidade entre os conceitos matemáticos e os diferentes níveis de abstração.

A aritmética envolve operações e sequências numéricas, que podem ser usadas para introduzir o pensamento algébrico por meio da observação e generalização de padrões. Por exemplo, ao identificar a regularidade de uma sequência numérica (como 2, 4, 6, 8...), os alunos podem começar a expressar essa relação de maneira generalizada usando variáveis e expressões algébricas (ex.: $2n$).

O pensamento algébrico se desenvolve quando os(as) estudantes começam a reconhecer padrões em operações aritméticas e os generalizam. Por exemplo, eles podem perceber que somar dois números ímpares sempre resulta em um número par e, em seguida, expressar essa ideia usando variáveis, como $(2n+1)+(2m+1)=2(n+m+1)$. $(2n + 1) + (2m + 1) = 2(n + m + 1)$. Ainda na aritmética, os alunos geralmente lidam com números concretos. O pensamento algébrico os leva a pensar em termos de variáveis que podem representar qualquer número. Assim, problemas de aritmética como “Qual é o número que somado a 5 resulta em 12?” podem ser representados algebricamente como $x + 5 = 12$. O estudo das propriedades associativa, comutativa e distributiva nas operações aritméticas ajuda a construir a base para a compreensão do pensamento algébrico. Por exemplo, a propriedade distributiva de $a.(b+c) = a.b+a.c$ é tanto uma ideia aritmética quanto algébrica. Finalmente, a transição do raciocínio aritmético para o pensamento algébrico pode ser facilitada por problemas em que os(as) estudantes usam padrões e estratégias aritméticas para encontrar soluções. Ao formalizar essas estratégias, eles passam a expressá-las em linguagem algébrica.

Estudos indicam que as dificuldades na aprendizagem da álgebra muitas vezes estão associadas a uma compreensão limitada da aritmética, especialmente no que diz respeito às convenções e propriedades aritméticas. Dessa forma, esta abordagem visa realizar um trabalho preventivo, fortalecendo a base aritmética e evitando possíveis dificuldades futuras na álgebra

Por isso, nesta sequência didática, a proposta adota uma abordagem reflexiva sobre padrões e regularidades e, em especial, nas operações de multiplicação e divisão. Os(as) estudantes estarão envolvidos em situações-problema que permitirão escolhas estratégicas para determinar os melhores procedimentos de cálculo. Esses procedimentos estão relacionados ao sistema de numeração, às propriedades das operações e às relações entre elas, promovendo uma compreensão mais profunda.

Etapa 1: PROBLEMATIZAÇÃO

AULA 1 – PADRÕES REPETITIVOS

- Essa aula tem como objetivo retomar os conhecimentos dos estudantes acerca de sequências e padrões e aprofundar o trabalho com sequências repetitivas nos motivos de tecidos africanos (capulanas).

INICIE

- Diga que nesta aula eles/elas conhecerão as capulanas a fim de relacioná-las ao tema de estudo: padrões.
- Apresente as capulanas aos(as) estudantes. contextualize com informações históricas e culturais.
 - Mostre o mapa africano e discuta os aspectos culturais associados a este artefato.
 - incentive os estudantes que conhecem as capulanas a compartilharem suas experiências, valorizando suas contribuições.
- Mostre à turma uma seleção de imagens, *previamente separadas por você* e faça algumas perguntas para provocar reflexões sobre os padrões. Pergunte:
 - Quais características vocês observam nas capulanas?
 - Quais padrões estão presentes? Como eles se repetem?

PARA SABER MAIS:

Acesse os seguintes sites para pesquisar sobre as capulanas:

- “Capulana: Um tecido carregado de história” | Núcleo de Estudos sobre África e Brasil, da Universidade de Pernambuco – NEAB/UPE - <https://neabupe.wordpress.com/2016/07/20/capulana-um-tecido-carregado-de-historia/>
- Tecidos africanos: <https://br.freepik.com/vetores/capulana-pattern>

DESENVOLVA

- A proposta é que os(as) estudantes realizem uma atividade de criação de padrões.
 - Forme duplas e distribua a FICHA DE ATIVIDADE EM GRUPO: TIRAS DE MALHA QUADRICULADA, RETANGULAR E TRIANGULAR com malhas quadriculadas, triangulares e retangulares.
 - Oriente a criação de um padrão inspirado nas capulanas, usando formas, cores e repetições.
- Em seguida, peça aos (as) estudantes que troquem sua tira com outra dupla de trabalho e observem o padrão que criaram, descrevendo-no em poucas linhas. Nesta atividade não tem certo, nem errado, apenas a atenção para as observações e percepções dos estudantes.

VALE REFLETIR

A exploração dessa sequência tem como objetivo que os(as) estudantes observem e identifiquem semelhanças e diferenças entre os elementos de uma sequência, ou seja, percebam como ela se desenvolve. O foco é compreender o conceito de sequências que apresentam padrões repetitivos, ou seja, aquelas em que "um motivo" se repete de forma indefinida.

- Promova a socialização das anotações de cada dupla, em seguida faça perguntas:
 - Qual padrão vocês observaram na tira que recebeu?
 - Como vocês explicariam a regularidade presente na tira?
 - Vocês conseguiriam continuar a sequência da tira?
 - Como vocês pensaram para descobrir o segredo do padrão presente na tira? Explique.
 - Elas são semelhantes ou diferentes dos padrões criados para as capulanas?
- Explique que padrões repetitivos seguem uma "regularidade" (regra) e um "motivo" que se repete.
- Organize com a turma os pontos principais de aprendizagem desta aula em um cartaz que ficará afixado na sala de aula ao longo de toda esta sequência (memória coletiva). Cole também os padrões criados pelo grupo.

DE OLHO NA METODOLOGIA: MEMÓRIA COLETIVA

A Memória Coletiva é um registro (do grupo) do que foi compreendido a partir de um estudo ou vivência. É um painel coletivo dos pontos importantes que não podem ser esquecidos. Ele é reeditado durante todo o processo, ou seja, marca-se as primeiras ideias e à medida em que vai se ampliando conhecimentos, retoma-se os primeiros registros (painel de memórias) e acrescenta-se novas aprendizagens ou aspectos importantes sobre o mesmo tema. Ele deve ficar afixado para que os(as) estudantes o vejam durante todo tempo em que a sequência didática se desenvolverá. Essa metodologia será utilizada e explorada ao longo de toda Sequência Didática e funcionará como um meio de retomadas, análise da caminhada e sistematização dos conhecimentos.

VALE REFLETIR - UMA PALAVRA SOBRE EQUIDADE

Uma aula centrada na equidade, em se tratando de educação matemática, exige que você reveja práticas, crenças e interações com estudantes diversos. É importante que você reflita e transforme crenças improdutivas que possam impactar suas práticas de ensino e relações com os(as) estudantes, especialmente os(as) estudantes pretos, pardos e indígenas, lembrando que o enfrentamento de preconceitos implícitos, microagressões e mal-entendidos culturais pode levar a um ambiente de ensino mais inclusivo e eficaz.

É essencial que sua aula se desenvolva com uma mentalidade centrada na equidade, engajando-se em autoavaliação e colaboração, mantendo altas expectativas e utilizando práticas pedagógicas baseadas nos pontos fortes dos(as) estudantes. Seu papel é estabelecer relações positivas e de confiança com os(as) estudantes, compreendendo suas forças culturais e individuais, e implementando estratégias pedagógicas que promovam a participação, o engajamento rigoroso e a resolução colaborativa de problemas.

Neste sentido, *valorizar as múltiplas culturas* pode criar um ambiente de aprendizagem mais inclusivo e estimulante. As capulanas, também conhecidas como panos de capulana, são tecidos tradicionais africanos que contam histórias, representam culturas e símbolos. Além de sua beleza estética, as capulanas escondem conceitos matemáticos ricos e complexos:

1. Simetria: As capulanas frequentemente apresentam padrões simétricos, refletindo a harmonia e equilíbrio.
2. Geometria: Triângulos, quadrados, círculos e outras formas geométricas são comuns nas capulanas.
3. Padrões: As capulanas exibem padrões repetitivos, explorando conceitos de sequência e série.
4. Proporção: A relação entre cores, formas e tamanhos cria uma harmonia visual.

As capulanas, oferecem não só uma abordagem inclusiva, valorizando a cultura e experiência dos(as) estudantes, especialmente pretos e pardos, como também, a análise de padrões e conceitos matemáticos de modo potente e significativo.

10 minutos de fluência 1: Apresente aos (as) estudantes a ficha 10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 1

1. Aplique a ficha "Observando Sequências Repetitivas."
 - Instrua os(as) estudantes a responder perguntas e buscar regularidades nas sequências.
2. Discuta: *Quais padrões identificaram?*
3. Estimule a análise e a síntese coletiva.

Etapa 2: DESENVOLVIMENTO

Esta etapa está organizada em duas aulas.

AULA 2 - PADRÕES E REGULARIDADES

INICIE:

- O objetivo desta atividade é promover um avanço do pensar algébrico, que corresponde à generalização. Para isso, vamos orientar a atividade para que os(as) estudantes percebam que sequências diferentes podem ter a mesma regularidade, apesar de utilizarem padrões/motivos diferentes. Eles(as) aprenderão a representar essas regularidades, simbolicamente, fazendo uso de letras para representar um padrão.
- Retome a Memória Coletiva registrada na aula anterior e diga que vocês darão sequência a novas investigações, usando as capulanas.
- Apresente aos estudantes a imagem da atividade 1 da FICHA DO ESTUDANTE: PADRÕES E REGULARIDADES.



- Explore a regularidade do tecido da capulana, seguindo as orientações da FICHA DE ATIVIDADE: PADRÕES E REGULARIDADES. Cuide para que os estudantes possam:
 - compreender a regra de formação desta regularidade.
 - representar os elementos/motivos por letras
 - verificar que elementos iguais recebem a mesma letra.
 - descobrir o elemento/motivo em função da sua posição.

DESENVOLVA:

- Peça aos(as) estudantes que realizem a atividade 2 da FICHA. Em seguida, que confrontem com um colega a solução que chegaram, comparando semelhanças e diferenças entre as representações.
- Ainda em dupla, na atividade 3, peça que retomem as produções feitas na aula anterior e que utilizem letras para representar a regularidade presente nelas.
- Na atividade 4 eles deverão criar outro padrão, seguindo uma regra específica.
-

PARA REFLETIR: O PENSAMENTO ALGÉBRICO

Pensar algebricamente está relacionado a observar e identificar regularidades e generalizar o que está sendo observado, para deduzir novas ideias ou novos fatos. Assim, faz sentido dizer que a principal característica da álgebra é exatamente a de ser uma linguagem que expressa generalidades, não é mesmo?

Logo, quando o trabalho com sequências se restringir a apenas observar e identificar, não se alcança todo o pensamento algébrico, pois é preciso avançar com atividades que permitam aos (as) estudantes generalizar e deduzir. Foi o que realizamos na atividade proposta.

Uma generalização que pode ser entendida pelos (as) estudantes é a de que sequências construídas com materiais diferentes podem representar o mesmo padrão.

DISCUTA:

- Faça um painel com os diferentes padrões criados pelos estudantes. Explore as diferentes representações.
- Foque nas discussões acerca das generalizações. Problematize: sequências diferentes podem ter a mesma regularidade, apesar de utilizarem padrões/motivos diferentes? De que modo conseguimos ver isso em nosso painel?
- Finalize a aula, solicitando aos estudantes que registrem com sua ajuda as descobertas/aprendizagens da aula no painel das Memórias Coletivas.

10 minutos de fluência 2:

Apresente aos (as) estudantes a ficha **10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 2 - REPRESENTANDO PADRÕES**

COM LETRAS.

1. Atividade interativa:
 - Apresente sequências repetitivas da ficha *10 Minutos de Fluência 3*.
 - Divida a turma em dois grupos:
 - Um grupo lê os padrões usando "A, B, C", enquanto o outro fecha os olhos.
 - Após "ouvir" o padrão, o grupo com os olhos fechados analisa as tiras e identifica o padrão "falado".
 - Inverta os papéis e repita a atividade.
2. Reflexão final:
 - Pergunte:
 - *Como a mesma regularidade pode aparecer em padrões diferentes?*

AVALIAÇÃO EM PROCESSO – TESTE RELÂMPAGO

A proposta de fluência pode ser uma boa ferramenta para uma avaliação processual sobre os temas trabalhados.

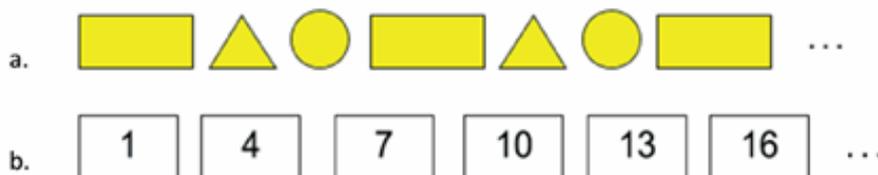
Aproveite para dar devolutivas individuais e replanejar, se necessário, a estratégia da aula para que todos consigam avançar em suas aprendizagens matemáticas.

AULA 3 : PADRÕES NUMÉRICOS

- Nesta aula o objetivo é explorar padrões não repetitivos no campo numérico. Vamos explorar as sequências não repetitivas que são regidas por algum padrão.

INICIE

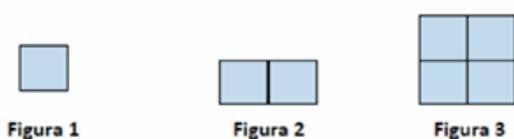
- Escreva no quadro exemplos de sequências repetitivas e não repetitivas (figuras e números).



- Indague a turma a respeito do registro realizado na no quadro ser ou não sequências.
- Peça que continuem as sequências.
- Chame voluntários(as) ao quadro para registrar e justificar suas respostas.
- Questione-os
 - *Como vocês decidiram qual elemento vinha a seguir?*
 - *As sequências de figuras e números seguem o mesmo padrão? Por quê?*
 - *Encontraram o padrão em ambas as sequências da mesma forma?*
- Nesta discussão, verifique se os(as) estudantes percebem que a primeira sequência tem um padrão repetitivo (quadrado, triângulo e círculo) e que a segunda sequência o padrão não é repetitivo. A intenção é observar que a diferença entre as sequências está na interdependência de um elemento ao outro, significa que para continuar a sequência não repetitiva os termos são obtidos seguindo uma regra, de forma previsível em relação ao anterior.

DESENVOLVA

- Organize-os em grupos e distribua a *FICHA DE ATIVIDADE EM GRUPO: GABARITO PARA QUADRADOS*.
- Instrua os grupos a recortar e replicar a sequência inicial, ampliando-a com os três próximos elementos. Peça que completem a tabela fornecida, explicando como chegaram à solução.



PARA SUA MEDIAÇÃO

Circule pela sala observando a interação entre os grupos.

Verifique se compreendem que a regra da sequência consiste em dobrar o número de quadradinhos da figura anterior.

Evite interferências desnecessárias; priorize questionamentos que estimulem a reflexão.

DISCUTA:

- Socialize as descobertas realizadas pelos grupos. Pergunte:
 - Como diferenciar sequências repetitivas de não repetitivas?
 - Como descobrimos os próximos elementos de uma sequência não repetitiva?
- Releiam a Memória Coletiva e discutam o que deve ser adicionado sobre sequências não repetitivas. Registrem as conclusões de forma coletiva, utilizando vocabulário matemático preciso.

AMPLIE:

- Caso tenha outros tempos de trabalho com seus(suas) estudantes proponha uma atividade em que eles possam construir novas sequências com os seus quadradinhos definindo o padrão a ser utilizado para a construção da figura seguinte.
- Peça que troquem as suas produções, de modo que um grupo resolva a atividade do outro grupo e possa tecer comentários, sobre o que acharam fácil, o que acharam difícil e o que aprenderam com a atividade.

10 minutos de fluência 3:

Entregue aos (as) estudantes a **FICHA 10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 3: COMPLETE AS SEQUÊNCIAS.**

1. Aplique a Ficha 10 Minutos de Fluência 3: Complete as Sequências.
2. Dê 5 minutos para completar as sequências e socializem as respostas.
3. Indague: Qual a regra ou padrão utilizado?

Aulas 4 – EXPLORANDO REGULARIDADES NA TABUADA

- Esta proposta tem como objetivo identificar e explorar os conhecimentos prévios dos (as) estudantes sobre as regularidades nos números e operações, com foco específico na multiplicação e divisão, destacando suas propriedades e padrões na aritmética.

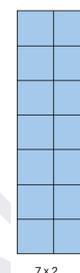
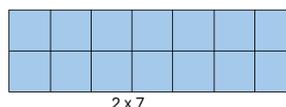
INICIE:

- Para iniciar pergunte aos(as) estudantes o que eles sabem sobre multiplicação e se tivessem que explicar a alguém o que é multiplicar como fariam.
- Peça que individualmente escrevam com palavras, representem com desenho ou com escritas matemáticas no caderno de registro uma maneira de apresentar seus conhecimentos.
- Dê um tempo e, enquanto isso, acompanhe-os observando se utilizam expressões numéricas ou representam graficamente a multiplicação, ou ainda, se escrevem palavras como: “tabuada”, “não sei resolver” ou “sei que multiplicar é saber quantas vezes um número se repete”, “é como se fosse uma adição mas os números são iguais”, etc. Anote as diferentes formas utilizadas por eles(as).

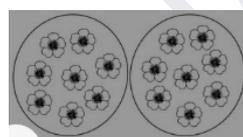
DESENVOLVA:

- Ao final desse tempo peça que esses(as) estudantes pré-selecionados por você, compartilhem seu(s) registro(s) indo até o quadro mostrar como pensaram. É possível que tenham registros do tipo:

- tabuada: 1×2 ; 2×2 ; 3×2 ; 4×2 ; 5×2
- $4 \times 5 = 20$ porque é metade de $4 \times 10 = 40$
- $3 \times 6 = 6 + 6 + 6 = 18$
- representação gráfica 2×7 ou 7×2



- usando desenhos diversos para representar :



- Caso não haja uma diversidade de expressões ou representações, utilize um dos exemplos anteriores, problematizando com a turma:
 - qual o significado de 4×6 “quatro vezes o seis”? Poderão indicar que corresponde à escrita “curta”, abreviada da adição $6 + 6 + 6 + 6$.
 - quem pode me explicar como alguém pensou quando desenhou esses retângulos? Por quê tem dois diferentes?
 - Por que uma multiplicação pode ser representada por esses conjuntos de flores? O que isso significa?
- Proponha algumas situações para assegurar que todos(as) compreendam a multiplicação como uma adição de parcelas iguais.
- No quadro escreva uma a uma das seguintes situações e combine com a turma que devem respondê-las no caderno de registro de duas formas distintas, usando a escrita multiplicativa e aditiva.
 - Quantas rodas têm 5 bicicletas?
 - Em uma caixa tem 6 lápis de cor, quantos lápis terão 3 caixas?
 - Uma caneta custa 4 reais, quanto custam 6 canetas?
- Neste momento não é preciso corrigir as propostas, os diálogos podem acontecer à medida em que os(as) estudantes vão compartilhando suas soluções e registros.
- Retome a situação das caixas de lápis com o grupo e escreva no quadro a tabuada do 6:
 - $1 \times 6 = 6$
 - $2 \times 6 = 12$
 - $3 \times 6 = 18$
 - $4 \times 6 = 24$
 - ...
 - $10 \times 6 = 60$
- Indague à turma quais perguntas poderiam ser feitas ao problema da caixa de lápis cuja resposta estaria nesta lista de multiplicações. Verifique se os estudantes compreendem, que as perguntas poderiam ser: quantos lápis tem 2 caixas? 3 caixas? 4 caixas? 5 caixas? Explore

ainda mais: E se fossem 50 caixas, o que deveria ser feito? e 100? E 1 000? Há alguma regularidade existente entre a quantidade de lápis e o número de caixas solicitado no problema?

- Verifique se os(as) estudantes sabem o que é uma tabuada. Questione-os: o que vocês sabem sobre as tabuadas? Para que elas servem? Tem alguma tabuada que sabem os resultados “de cabeça”? Qual? Por quê?
- Explique que na FICHA DE ATIVIDADE: TÁBUA DE PITÁGORAS eles(as) terão acesso às tabuadas organizadas de uma maneira interessante, denominada “Tábua de PITÁGORAS” e a tarefa consiste em investigar as regularidades presentes nela.

SAIBA MAIS

TÁBUA DE PITÁGORAS

Acesse os links:

- <https://novaescola.org.br/conteudo/3841/tabuada-como-usar-a-tabela-pitagorica>
- <https://www.sbemrasil.org.br/eventos/index.php/sipem/article/download/379/364/3849>

- Explique que essa atividade será feita em duas etapas: uma parte individualmente e a segunda parte coletivamente, de acordo com as orientações da FICHA.

DISCUTA:

- Previamente, tenha a Tábua de Pitágoras preenchida exatamente como foi proposto na FICHA DE ATIVIDADE: TÁBUA DE PITÁGORAS exposta no quadro ou projetada por você.
- Chame alguns(as) estudantes para socializarem uma regularidade descoberta até a tabuada do 5. Verifique com a turma, se outras duplas chegaram à mesma conclusão, se desejam ampliar, concordar ou discordar das descobertas dos(as) colegas. Faça a mediação, de modo que os(as) estudantes sintam-se confortáveis em argumentar, colocar o seu ponto de vista, num clima de respeito e confiança entre todos(as).
- Promova um movimento de circulação de ideias e conhecimentos tendo como referência as primeiras descobertas sobre as regularidades até a tabuada do 5 e questione :
 - É possível descobrir os números que devem ser escritos nos quadradinhos em branco sem precisar fazer a conta de multiplicação?
 - Por exemplo: olhem a linha da tabuada do 1 e a linha da tabuada do 3, se somarmos os números das colunas uma a uma os resultados dessas somas correspondem a qual tabuada?

| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| 3 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 |

Espera-se que os estudantes indiquem que a linha correspondente aos resultados da soma está na linha da tabuada do 4.

- E se somarmos agora os números da linha da tabuada do 2 com a tabuada do 3, qual

a tabuada que corresponde aos resultados dessas somas?

| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| 3 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 |

Espera-se que os estudantes indiquem que a linha correspondente aos resultados da soma está na linha da tabuada do 5. Com esse processo investigativo, é possível, que alguns(mas) estudantes identifiquem que a soma das tabuadas 1 e 4 quando somados seus resultados também obtemos os resultados da tabuada do 5.

- Peça que comparem a linha da tabuada do 2 e a da tabuada do 4. Como uma pode ser obtida a partir da outra? Que relação há entre elas? Espera-se que eles percebam que a tabuada do 2 é o dobro da tabuada do 4.
- Comente que neste final de aula, os 10 minutos de fluência será em duplas, solicite que preencham o restante da Tábua de Pitágoras, usando as estratégias descobertas. Nela eles(as) investigarão um pouco mais a Tábua de Pitágoras e poderão descobrir diferentes maneiras de preencher as demais tabuadas.

10 minutos de fluência 4:

Dê um tempo para os(as) estudantes preencherem as tabuadas de 6 a 10 na FICHA DE ATIVIDADE: TÁBUA DE PITÁGORAS, usando os conhecimentos adquiridos. Ao final, peça que socializem as estratégias que usaram para completar a tabela sem ter feito a multiplicação. Registre em um cartaz as estratégias para discuti-las na próxima aula.

Aula 5: MULTIPLICAÇÃO POR 10, 100 E 1000

METODOLOGIA EM AÇÃO – APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS

Neste tipo de metodologia os(as) estudantes exploram problemas e realizam descobertas por conta própria, com o professor como facilitador. Em matemática, essa abordagem incentiva a curiosidade e o desenvolvimento de habilidades de investigação, promovendo uma compreensão mais aprofundada.

Nas próximas propostas usamos a calculadora como um recurso valioso para investigações nas aulas de matemática. Ela permite aos (as) estudantes explorar conceitos numéricos e operacionais sem a limitação de cálculos manuais demorados. Com ela, eles(as) conseguem testar hipóteses, identificar padrões e verificar resultados rapidamente, o que facilita a compreensão de conceitos mais abstratos, como o sistema posicional decimal e as operações com números decimais.

Além disso, ao utilizar a calculadora, os(as) estudantes podem focar em raciocínios matemáticos e estratégias, como decomposição e reconfiguração de números, sem se distrair com possíveis erros de cálculo. Isso promove a autonomia na resolução de problemas e incentiva o desenvolvimento do pensamento crítico e da capacidade de análise.

INICIE:

- O objetivo desta aula é que os (as) estudantes compreendam as regularidades presentes na tabuada, identifiquem as propriedades que garantem sua validade e investiguem o efeito da multiplicação de um número por 10, 100 ou 1000, com destaque para a aplicação da propriedade associativa.
- Inicie a aula conversando com os (as) estudantes sobre a atividade realizada na aula passada. Retome as estratégias utilizadas pelo grupo para justificar o preenchimento das tabuadas do 6 ao 10. Pergunte: Por que podemos afirmar que a tabuada do 6 é o dobro da tabuada do 3? Por que isso funciona?
- Mostre ao grupo que:

$$\begin{array}{c} 4 \times 6 \\ \swarrow \quad \downarrow \quad \swarrow \quad \downarrow \\ 6 \quad + \quad 6 \quad + \quad 6 \quad + \quad 6 \\ \swarrow \quad \downarrow \quad \swarrow \quad \downarrow \quad \swarrow \quad \downarrow \quad \swarrow \quad \downarrow \\ 3 \quad + \quad 3 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad + \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ 4 \times 3 \quad + \quad 4 \times 3 \\ 4 \times 6 = 2 \times 4 \times 3 \end{array}$$

- Continue indagando: Por que podemos afirmar que a tabuada do 7 é a soma da tabuada do 3 da tabuada do 4? Por que isso funciona?
- Exemplifique junto com os 9as) estudantes:

$$\begin{array}{c} 7 \times 7 \\ \swarrow \quad \downarrow \quad \swarrow \quad \downarrow \quad \swarrow \quad \downarrow \quad \swarrow \quad \downarrow \\ 7 \quad + \quad 7 \\ \underbrace{\hspace{2.5cm}} \quad + \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ 4 \times 7 \quad + \quad 3 \times 7 \\ 7 \times 7 = 4 \times 7 + 3 \times 7 \end{array}$$

- Aproveite para explorar outras regularidades:
 - Peça para observarem produtos iguais na Tábua, há algo a falar a respeito dos seus fatores? Espera-se que eles(as) percebam que os números se repetem de acordo com a ordem dos fatores, por exemplo $4 \times 8 = 8 \times 4$, $3 \times 9 = 9 \times 3$...
 - Peça que comparem os números das multiplicações da 1ª e da 2ª colunas com os números na 3ª coluna, que relação há entre eles? Espera-se que percebam que, por exemplo, $3 \times 1 + 3 \times 2 = 3 \times 3$... $7 \times 1 + 7 \times 2 = 7 \times 3$
- Registre as descobertas a respeito das regularidades presentes na tabuada no cartaz das Memórias Coletivas.

DESENVOLVA:

- Conte que agora eles(as) farão uma nova investigação de regularidades relacionadas à multiplicação de números por 10, 100 e 1000 e seus múltiplos.
- Organize a classe em duplas.

PARA SUA MEDIAÇÃO: DUPLAS PRODUTIVAS

Para garantir que os estudantes trabalhem bem e de modo produtivo em duplas, é necessário

cuidar de alguns aspectos:

1. **Objetivos claros:** Antes de formar as duplas, defina claramente o que você espera que os (as) estudantes realizem. Seja específico sobre os resultados esperados, como a resolução de um problema. A comunicação dos objetivos é fundamental para que todos (as) os(as) estudantes aprendam o que devem alcançar durante uma atividade.
2. **Critérios variados :** Considere aspectos como níveis de habilidade, temperamento, ou até mesmo a dinâmica de personalidade. As duplas podem ser formadas de maneira elaborada ou estratégica, com o objetivo de equilibrar diferentes capacidades, ou para promover a colaboração entre estudantes com habilidades complementares.
3. **Duplas autônomas :** Se os (as) estudantes estão acostumados com o trabalho em dupla, permita que escolham seus/suas próprios(as) parceiros(as), mas estabeleçam uma regra para que isso aconteça de maneira respeitosa e equilibrada.
4. **Monitoramento :** Faça um acompanhamento regular das duplas para garantir que todos(as) os(as) estudantes estejam envolvidos(as) e que a dinâmica esteja fluindo bem. Ofereça feedback contínuo.
5. **Orientações durante o processo :** Pergunte como estão progredindo e se têm dúvidas. Isso pode ajudar a corrigir possíveis problemas antes que se tornem maiores.

- Entregue a FICHA DO ESTUDANTE - MULTIPLICANDO POR 10, 100 E 1000 E SEUS MÚLTIPLOS e peça que resolvam as atividades propostas. Nessa proposta exploraremos a propriedade associativa da multiplicação.
- Enquanto as duplas trabalham, verifique como os estudantes resolvem as multiplicações propostas na tabela, que estratégias usam, quais dúvidas surgem, se iniciam pela coluna percebendo a regularidade na multiplicação daquele número ou por linha, se solicitam a calculadora. Observe se eles compreendem o exemplo dado na proposição da multiplicação por múltiplos de 10, 100 e 1000 ou se usam outro modo de resolver.

DISCUTA:

- No coletivo peça que algumas duplas socializem a primeira parte da atividade, trazendo como pensaram para completar as multiplicações e se perceberam alguma regularidade.
- Verifique se durante a socialização a dupla evidencia que os resultados das multiplicações mostram que o número quando multiplicado por 10, por 100 ou por 1000 aumenta o valor da ordem de cada algarismo do número em 10, 100 ou 1000 vezes.
- Esteja atento (a) às falas para não concluírem que se trata apenas de “aumentar os zeros”, mas de estabelecerem relação na ordem dos números que se baseia no Sistema de Numeração Decimal.
- Após a socialização da primeira parte da folha atividade, pergunte se todos compreenderam o procedimento usado pela estudante Margarida e se identificaram a presença de alguma regularidade estudada nas aulas anteriores. Não é esperado que explicitem a propriedade associativa, mas podem manifestar o exemplo apresentado ($5 \times 90 = 5 \times 9 \times 10 = 45 \times 10 = 450$)
- Veja se os (as) estudantes percebem que a estratégia da Margarida facilita no cálculo mental, ou seja, é uma multiplicação que não é necessário utilizar o algoritmo formal (“conta em pé”).
- A atividade 3, pode ser utilizada por você para avaliar os conhecimentos dos estudantes acerca das discussões desta aula.
- Garanta um tempo para a realização das descobertas da aula no Painel de Memórias Coletivas da turma.

10 minutos de fluência 5: Multiplicando por 10, 100 e 1000

Apresente aos (as) estudantes a ficha 10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 5 - MULTIPLICANDO POR 10, 100 E

1000. Comente que terão 10 minutos para resolver as operações. Convide-os a resolverem sem recorrer à calculadora, usando o cálculo mental e ou estratégias pessoais. Ao final, selecione alguns/algumas estudantes para explicar como resolveram.

AVALIAÇÃO PROCESSUAL

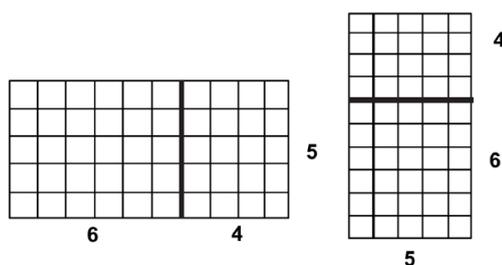
Acompanhe o cálculo das multiplicações por 10, 100 e 1000 e observe quais estudantes precisaram usar uma calculadora. Isso ajudará a identificar o que ainda não está completamente compreendido por eles/elas. Durante o diálogo com os(as), busque entender suas dificuldades. Apenas intervenha caso eles(as) procurem ajuda, sem, no entanto, dizer como devem calcular. Faça perguntas que os apoiem a buscar e pensar em uma estratégia: Em 8×30 , por exemplo: "O que acontece com o número 30 quando você multiplica por 8?"; "Você pode pensar em 30 como 3 vezes 10? Como isso ajuda a resolver o problema?"; "Se você tivesse contado 8 grupos de 30, como poderia organizar isso para facilitar a conta?"

Esse olhar atento e os registros feitos durante a atividade fornecem evidências sobre as dificuldades dos(sa) estudantes, de modo que você verifique se são comuns a toda a classe ou a grupos específicos de estudantes. Ter essa visão permitirá ações futuras planejadas, que poderão exigir um trabalho coletivo ou uma abordagem mais diversificada, utilizando duplas produtivas ou uma mentoria de colegas da sala.

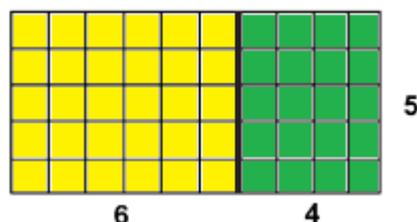
Aula 6: DIFERENTES FORMAS DE MULTIPLICAR

INICIE:

- Esta atividade tem como objetivos que os(as) estudantes reconheçam regularidades na operação de multiplicação e suas propriedades; identifiquem as propriedades comutativa, associativa e distributiva da multiplicação; e utilizem essas propriedades para compreender o algoritmo formal e desenvolver estratégias de cálculo mental.
- Relembre com os estudantes como podemos representar usando o quadriculado, a multiplicação de 2×7 e 7×2 estabelecendo relação entre a escrita matemática e sua representação gráfica (quadriculado).
- Chame a atenção para a comutatividade $7 \times 2 = 2 \times 7 = 14$.
- Organize a turma em duplas e entregue folhas de papel quadriculadas, lápis de cor e tesoura.
- Lance o desafio: Solicite que representem na folha quadriculada os produtos 6×5 e 4×5 e depois, recortem os retângulos obtidos. As duplas terão que descobrir como é possível formar um novo retângulo partindo desses dois retângulos, contabilizar os quadradinhos dentro deste novo retângulo e representar essa quantidade de dois modos diferentes.
- Espera-se que as duplas percebam que podem formar um novo retângulo assim:



- Explore as diferentes escritas obtidas por eles, evidenciando a propriedade distributiva:



O total de quadradinhos do retângulo pode ser determinado de duas maneiras:

| | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none">- Em cada linha existem $(6 + 4)$ quadrados.- Nas 5 linhas existem $5 \times (6 + 4)$ quadrados. | <p>Total de quadrados no retângulo amarelo: 5×6.</p> <ul style="list-style-type: none">• Total de quadrados no retângulo verde: 5×4• Total de quadrados no retângulo: $5 \times 6 + 5 \times 4$. |
|---|--|

Os cálculos foram realizados a partir do mesmo retângulo, portanto:

$$5 \times (6 + 4) = 5 \times 6 + 5 \times 4 = 30 + 20 = 50$$

Para multiplicar um número por uma soma, podemos multiplicar cada uma das parcelas por esse número e somar os resultados obtidos. É o que chamamos de propriedade distributiva.

DESENVOLVA:

- Com a classe ainda organizada em duplas, entregue FICHA DE ATIVIDADE: DIFERENTES FORMAS DE MULTIPLICAR. Dê um tempo para discutirem e resolverem as propostas.
- Circule pela sala observando como as duplas estão se organizando para as atividades, se conseguem realizar as propostas com autonomia, baseada na discussão realizada no início da aula.
- Verifique se optaram por usar o quadriculado, se compreenderam a decomposição realizada por Antônio na conta armada, se utilizam os conhecimentos sobre a multiplicação por 10 e seus múltiplos para calcular e como se relacionam com o algoritmo convencional.

DISCUTA:

- Faça uma discussão coletiva a respeito da realização da atividade pelas duplas.
- Convide algumas duplas para compartilharem como fizeram: qual dos três procedimentos usaram para resolver as multiplicações e por quê?
- Incentive as duplas a justificarem suas escolhas e porque das suas escolhas. Falar e argumentar em matemática auxilia os/as estudantes a organizarem ideias, desenvolver o vocabulário matemático e fazer conexões entre ideias e conceitos.
- Procure focar a discussão nos pontos que você observou que seus/suas estudantes mostraram maior dificuldade.
- Ao final, com a ajuda dos/das estudantes pergunte: o que aprendemos nesta aula e deveríamos registrar no nosso Painel de Memórias Coletivas? Faça o registro com a turma.

AVALIAÇÃO EM PROCESSO - TESTE RELÂMPAGO

Proponha que os(as) estudantes resolvam o problema a seguir, utilizando o que aprenderam na aula:

Uma grande loja encomendou alguns brinquedos. Eles foram entregues em 123 caixas com 8 brinquedos em cada uma. Quantos brinquedos esta loja recebeu?

Recolha as resoluções e analise os diferentes modos como fizeram para solucionar o problema:

- usaram a propriedade distributiva: $8 \times (100 + 20 + 3) = 800 + 160 + 24 = 984$
- realizaram a decomposição usando a conta armada:

| | | | |
|---|-----|------|-----|
| | 100 | + 20 | + 3 |
| | | x | 8 |
| | | 2 | 4 |
| 1 | 6 | 0 | |
| 8 | 0 | 0 | |
| 9 | 8 | 4 | |

- conta convencional.

Inicie a próxima aula dando um feedback aos estudantes em relação a resolução dos problemas. Verifique se é preciso retomar possíveis erros recorrentes para ser analisados e discutidos por todos(as).

AMPLIE:

- Se tiver mais tempo de trabalho com os(as) estudantes, trabalhe com multiplicações de dois algarismos, explorando a propriedade distributiva e a relação entre os diferentes algoritmos e representações:

| | | |
|----|-----|----|
| | 10 | 6 |
| 10 | 100 | 60 |
| 2 | 20 | 12 |

$$\begin{array}{r} 10 + 6 \\ 10 + 2 \\ \hline 2 \times 6 = 12 \\ 2 \times 10 = 20 \\ 10 \times 6 = 60 \\ 10 \times 10 = 100 \\ \hline 192 \end{array}$$

ou

$$\begin{array}{r} 10 + 6 \\ \hline 12 \\ \hline 72 \rightarrow 12 \times 6 \\ 120 \rightarrow 12 \times 10 \\ \hline 192 \end{array}$$

10 minutos de fluência 6:

Entregue aos (as) estudantes a FICHA DE FLUÊNCIA: DIFERENTES FORMAS DE MULTIPLICAR. Diga que eles têm 10 minutos para resolver os cálculos. Ao final, selecione cálculos para discutir com os(as) estudantes a respeito das estratégias utilizadas por eles/elas. Vale ressaltar que os(as) estudantes poderão resolver de diferentes formas e fazer uso, por exemplo, de decomposições diversificadas. Valorize os procedimentos da turma.

Aula 7: PROPRIEDADES DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

INICIE:

- Realize o feedback da avaliação realizada na aula anterior para os(as) estudantes.
- Essa aula tem como foco investigar regularidades presentes na multiplicação e divisão que apoiarão futuramente a compreensão dessas operações com os números decimais.
- Converse com os estudantes a respeito dos nomes dos termos das operações de adição e subtração. Verifique se eles compreendem que numa multiplicação temos os fatores e o produto ou multiplicando, multiplicador e produto. Se na divisão reconhecem qual termo é chamado de dividendo, de divisor, de quociente e de resto.
- Organize, com a ajuda do grupo, um cartaz, mostrando em cada uma dessas operações os seus respectivos termos matemáticos e fixe-o na sala.

DESENVOLVA:

- Essa proposta está dividida em duas etapas: análise das regularidades presentes na multiplicação e em seguida na divisão. Solicite que os(as) estudantes, em duplas, façam apenas a atividade 1 da FICHA DE ATIVIDADE: REGULARIDADES NA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO, relacionada a multiplicação.
- Permita que a dupla utilize uma calculadora para realização da proposta. Lembre-se que o foco é investigar regularidades e propriedades e não dominar um ou mais procedimentos de cálculo.

DISCUTA

- Após a realização desta etapa discuta com o grupo sobre as suas descobertas. Solicite que socializem as afirmações falsas e verdadeiras elaboradas por eles. Analise-as com toda a turma, de modo que eles possam validar ou refutar os argumentos dos colegas.
- Solicite sempre que exemplifiquem ou deem contra exemplos para suas justificativas. Esse movimento coletivo de análise e discussão permite aos(as) estudantes desenvolverem o seu letramento matemático, usando o vocabulário matemático, refinando o seu modo de pensar e estabelecendo relações entre as ideias discutidas.
- Ao final da discussão, é importante realizar junto com a turma um registro sobre as propriedades descobertas. Por exemplo.
 - Em toda multiplicação, se multiplicarmos um dos fatores por um número diferente de zero, o produto fica multiplicado por esse número.

Observe:

$$14 \times 8 = 112, \quad 14 \times 16 = 224$$

- Em toda multiplicação, se multiplicarmos um dos fatores por um número a e o outro fator por um número b, o produto ficará multiplicado por $a \times b$.

Observe:

$$\text{a) } 14 \times 8 = 112, \quad 28 \times 16 = 448$$

$$\text{b) } 6 \times 8 = 48, \quad 18 \times 32 = 576$$

- Faça o mesmo movimento metodológico para a atividade 2 da FICHA DE ATIVIDADE: REGULARIDADES NA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO, agora com foco na discussão acerca das regularidades e propriedades observadas nesta operação.
- Garanta as discussões, o fechamento e as descobertas pelos/pelas estudantes. Faça registros coletivos a respeito das conclusões obtidas. Por exemplo:
 - Em toda divisão, o resto é sempre menor que o divisor.
 - Em toda divisão, o dividendo é igual à soma do resto com o produto do divisor pelo quociente.
 - Em toda divisão exata, se multiplicarmos o dividendo e o divisor por um mesmo número natural, diferente de zero, o quociente permanece o mesmo.
 - se o dividendo é multiplicado por 10 e o divisor permanece o mesmo, então, o quociente é multiplicado por 10:

$$416 \div 4 = 104 \quad \xrightarrow{\times 10} \quad 4\,160 \div 4 = 1\,040$$

- se o dividendo e o divisor são multiplicados por 10, o quociente permanece o mesmo.

$$416 \div 4 = 104 \quad \xrightarrow{\times 10} \quad 4\,160 \div 40 = 104$$

PARA REFLETIR:

É comum que essas análises a respeito das características e propriedades das operações não sejam foco do trabalho nas aulas de matemática, pois de modo geral, as ações centram-se nos procedimentos e técnicas, sem muita reflexão ou relação com as propriedades que as regem. Em especial, optamos por explorar essa regularidades por serem extremamente úteis na discussão dos algoritmos envolvendo a multiplicação e a divisão de números decimais.

| | | |
|-------|-------|--------|
| 6,5 | x 10 | 65 |
| x 6,5 | x 10 | x 65 |
| 325 | | 325 |
| 3900 | | 3900 + |
| 42,25 | x 100 | 4 225 |
| | ÷ 100 | |

$$36,9 \quad | \quad 0,75 \quad \xrightarrow{\times 100} \quad 3\,690 \quad | \quad 75$$

A intenção desse trabalho é apoiar os estudantes a compreenderem os processos envolvidos no cálculo de maneira significativa, num processo que envolve processos matemáticos fundamentais: a resolução de problemas e a investigação.

10 minutos de fluência 7: REGULARIDADES NA DIVISÃO

Entregue aos (as) estudantes a ficha de fluência 7 - **REGULARIDADES NA MULTIPLICAÇÃO**

Essa proposta tem como objetivo que os(as) estudantes percebam a relação entre os fatores e os produtos, quando estes são dobrados, triplicados ou quadruplicados. Discuta como as propostas realizadas em sala de aula ajudaram na resolução desse conjunto de cálculo com agilidade.

Aula 8: DIFERENTES FORMA DE DIVIDIR

INICIE:

- Nesta aula o objetivo é explorar algumas regularidades presentes na divisão por 10, 100 e 1000 e relacionar o seu uso em procedimentos de cálculo mental.
- Inicie a aula convidando os (as) estudantes a analisarem um conjunto de divisões por 10, 100

e 1000 já resolvidas. Peça que eles conversem com o colega ao lado que segredo elas possuem.

Sugestão de operações para colocar no quadro:

$$350 \div 10 = 35$$

$$21\ 500 \div 10 = 2\ 150$$

$$34\ 000 = 3\ 450 \div 10$$

$$5 = 50 \div 10$$

$$2\ 500 \div 100 = 25$$

$$4\ 800 \div 100 = 48$$

$$1\ 200 = 12\ 000 \div 100$$

$$102 = 10\ 200 \div 100$$

- Discuta com a turma as descobertas realizadas e relacione-as a multiplicação por 10 e 100. Provoque-os: “O que acontece com os valores da ordem de cada algarismo quando multiplicamos ele por 10? E agora, o que acontece quando dividimos por 10?”

| Centena de milhar | Dezena de milhar | Unidade de milhar | Centena | Dezena | Unidade |
|-------------------|------------------|-------------------|---------|--------|---------|
| | | 1 | 2 | 4 | 0 |
| | 1 | 2 | 4 | 0 | 0 |
| | | | 1 | 2 | 4 |

- Faça a mesma problematização referente a divisão por 100.
- Apresente à turma mais uma tabela para que eles/elas possam auxiliá-lo(a) a terminar o preenchimento de cada coluna, a partir da percepção da primeira coluna já preenchida:
Sugestão de tabela:

| | | | |
|---------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $12 \div 3 = 4$ | $81 \div 9 =$ | $56 \div 7 =$ | $35 \div 5 =$ |
| $120 \div 3 = 40$ | $810 \div 9 =$ | $560 \div 7 =$ | $350 \div 5 =$ |
| $1\ 200 \div 3 = 400$ | $8\ 100 \div 9 =$ | $5\ 600 \div 7 =$ | $350 \div 50 =$ |
| $12\ 000 \div 3 = 4\ 000$ | $81\ 000 \div 9 =$ | $56\ 000 \div 7 =$ | $3\ 500 \div 50 =$ |

- Explore e discuta as regularidades percebidas e apoie os(as) estudantes na compreensão dos cálculos. Relembre o que aprenderam na aula passada: “se o dividendo é multiplicado por 10 e o divisor permanece o mesmo, então, o quociente é multiplicado por 10”

DESENVOLVA:

- Entregue a FICHA DE ATIVIDADE: DIFERENTES FORMAS DE DIVIDIR, explique no primeiro momento farão uma análise da atividade 1 individualmente. Dê um tempo para que analisem as estratégias utilizadas pela Camila para resolver as 3 operações de divisão. Esse momento é importante para que os(as) estudantes analisem as diferentes escritas matemáticas, compreendam as estratégias e levantem suas dúvidas.
- Peça então, que conversem com um colega para verificar se ambos compreenderam as estratégias de Camila, se um pode apoiar o outro em alguma possível dúvida. Lembre-se que em duplas, eles/elas exercitarão trabalhar juntos(as) como uma instigante forma de aprender a colaborar e a assumir uma atitude de corresponsabilidade com o aprendizado do outro(a).
- Questione a turma, de modo a contribuir com esse processo de compartilhamento, perguntando:
 - Por que Camila fez $(6\ 000 + 400 + 80 + 2) \div 2$ e determinou a metade de cada

- número?
- Como é possível determinar rapidamente a metade desses números?
- Como ela obteve o quociente (resultado) da divisão?
- Problematize a segunda operação realizada por Camila: $12\ 168 \div 3$.
 - Como Camila decompôs 12 168?
 - Por que ela não fez $10\ 000 + 2\ 000 + 100 + 60 + 8$?

Observe como os (as) estudantes explicam essa estratégia, veja se estabelecem relação com as discussões sobre divisão por 10, 100 e 1000, reconhecendo que escolher dividir 12 000 por 3 é uma maneira mais fácil e direta já que $12\ 000 \div 3 = 4\ 000$.

- Ainda em trios, proponha que inspirados pelas estratégias usadas por Camila resolvam mais algumas divisões, propostas na FICHA DE ATIVIDADE: DIFERENTES FORMAS DE DIVIDIR tomando decisão de qual estratégia usar.

DISCUTA:

- Ao final, converse com a classe sobre essa atividade, como foi realizá-la o que não sabiam e aprenderam, de que forma as discussões nas duplas contribuíram para tirar dúvidas, o que foi comum entre os(as) colegas.
- Comente que essas estratégias materializam o cálculo mental, fazendo registro de cada etapa do pensamento.
- Após a finalização dessa etapa de análise, discussão e compartilhamento, comente que os 10 minutos de fluência será nos trios, e juntos terão oportunidade de explorar mais algumas divisões, usando as estratégias estudadas e trocarem entre si dúvidas e aprendizagens.

10 minutos de fluência 8:

Entregue aos (as) estudantes a ficha 8 de fluência - CALCULANDO METADES

Comente que farão algumas divisões e terão oportunidade de exercitar algumas das estratégias estudadas. Incentive os (as) estudantes a explorarem o que aprenderam para calcular as divisões por 2.

Aula 9 e 10 - CRIANDO PADRÕES DIVERSOS

INICIE

- Retome os padrões estudados:
 - Relembre todo o estudo realizado, apoiado nas Memórias coletivas.
 - Discuta a possibilidade de criar outros tipos de padrões com o corpo, música ou arte.
- Organize os grupos, explique a proposta e permita que escolham o tipo de padrão que desejam criar.
- Ofereça recursos de pesquisa com links sugeridos ou materiais preparados previamente.

SAIBA MAIS:

Algumas sugestões para essa curadoria: (se necessário imprima os materiais ou apresente usando projetor)

- **atividades com corpo, música e sequência:** A seguir apresentamos um video que pode inspirar os estudantes: <https://www.youtube.com/watch?v=ojFqc5ON3og>
- **padrões em capulanas:**
- <https://br.freepik.com/vetores/capulana-pattern>
- **grafismos indígenas:**
- <https://www.manio.com.br/collections/telas-pinturas-grafismos-indigenas?srsId=AfmBOorIJ6IXt8xNal5kbmn0wQz1HVFuLeLGxc5dUKoj9SqQuDg8mejX>
- **padrões na natureza:**
- <https://mentalidadesmatematicas.org.br/6-padroes-matematicos-na-natureza/>

DESENVOLVA

- Cada grupo desenvolverá um projeto, inspirados nos sites de pesquisa, como:
 - Pintura em tecido inspirada nas capulanas.
 - Pannel com grafismos indígenas ou locais.
 - Maquete com base na arquitetura Ndebele.
 - Sequência musical com corpo ou objetos.
 - Representações de padrões naturais.
- Circule pelos grupos, observando e incentivando a colaboração e criatividade. Auxilie no desenvolvimento das ideias sem impor soluções.

DISCUTA

- Organize uma exposição aberta para a comunidade escolar. Os(as) estudantes devem apresentar seus padrões e explicar o processo de criação.

PARA SUA MEDIAÇÃO

Incentive a interdisciplinaridade envolvendo professores(as) de Arte, Música ou Educação Física.

Aula 11 E 12 – O NOSSO PROBLEMA É...

INICIE:

- Entregue a FICHA DE ATIVIDADE DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: CRIPTOGRAMAS para cada estudante e dê um tempo para que leiam.
- Pergunte se conhecem esse tipo de representação - CRIPTOGRAMA.

SAIBA MAIS

A Criptaritmética está associada a matemática recreativa, e pode ser definida como a arte de propor e resolver criptogramas, que é um gênero de *quebra-cabeças* matemáticos com operações aritméticas onde os algarismos foram substituídos por letras do alfabeto ou outros símbolos. A invenção da criptaritmética tem sido atribuída à China antiga onde era originalmente denominada aritmética de letras ou aritmética verbal. Aparece também na Índia onde, durante a Idade Média, foram inventados os esqueletos ou restaurações aritméticas, um tipo de criptograma onde a maioria ou todos os dígitos foram substituídos por asteriscos (ou outros símbolos). Em 1955 o americano J.A. H. Hunter cria o termo alfabético para denominar os criptogramas nos quais as letras formam palavras aparentadas ou frases que fazem sentido.

- Peça que resolvam individualmente o primeiro criptograma da folha atividade, dê um tempo para eles (elas) de 5 a 10 minutos. Depois desse tempo, peça que escolham uma dupla para compararem suas resoluções. É importante que eles(elas) possam comparar não as respostas, mas como pensaram a resolução, quais dúvidas têm, a quais impasses chegaram e como podem superá-los juntos.

DESENVOLVA:

- Reserve tempo suficiente para que as duplas leiam e resolvam os criptogramas.
- Enquanto duplas resolvem o criptograma, circule pela classe e:
 - faça boas perguntas - explique para mim o que entendeu; como estão pensando; qual é a dúvida e como se interagem para buscar responder entre outras. As perguntas podem ajudar os (as) estudantes a manterem o foco e o esforço na tarefa. No entanto, não dê respostas, nem peça para prestarem atenção a algum detalhe. O caminho é fazer refletir, explicar, justificar.

- observe as resoluções e escolha pelo menos três diferentes (se isto aconteceu). Peça às duplas que você escolheu para colocarem as resoluções no quadro e analise com a classe porque as respostas podem ter sido diferentes (se isto aconteceu). Isto pode ser feito com soluções corretas ou incorretas.
- gaste mais tempo para que eles expliquem como chegaram às resoluções. É neste ponto que está o que mais nos interessa: investigação, levantamento e checagem de hipóteses, raciocínio dedutivo (se ...então), a análise da relação entre os algoritmos nas operações; as propriedades das operações, o sentido de incógnita; desenvolvimento da argumentação e da comunicação matemática, entre muitas outras coisas. Esse é o espírito de “fazer matemática” que queremos que apareça nas aulas. Para orientar essa discussão, leia os comentários a seguir para cada um dos criptogramas.

PARA SABER

Para apoiar as discussões coletivas:

Criptograma 1

Esse criptograma tem como resposta a maior soma 1 173 e a menor subtração 78. As regras e propriedades do Sistema de Numeração Decimal e comparação de números serão a base para que os (as) estudantes encontrem as soluções. Compreender quais os dígitos entre 1 e 6 deverão ocupar os espaços na 3ª terceira ordem do criptograma para a condição de soma ou subtração proposta.

Criptograma 2

Esse criptograma permite mais do que uma solução.

Veja algumas delas: $262 + 250 = 512$; $353 + 370 = 723$;

O mais interessante não é chegar à resposta apenas, mas explorar com os alunos as condições que eles encontram para descobrir cada uma das letras.

DISCUTA:

- Ao final, construa um painel de soluções para cada criptograma e convide algumas duplas para apresentarem suas soluções e argumentos que justifiquem os processos demonstrando como e quais conhecimentos foram mobilizados.
- Após o painel de soluções, organize uma roda de conversa sobre a experiência deles(as) na resolução dos Criptogramas.

O PAINEL DE SOLUÇÕES E AS PRÁTICAS INCLUSIVAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

O painel de soluções, também é uma oportunidade de trabalharmos a matemática na perspectiva da **equidade**, desmistificando a cultura do desempenho em matemática, que segrega os estudantes considerados portadores de “genes matemáticos” dos que “não possuem”, dos que “são capazes” daqueles que “não são capazes” numa perspectiva altamente classificatória e segregatória. Além de ser uma cultura elitista e que em sua maioria privilegia os estudantes brancos em detrimento dos não brancos, os homens em detrimento das mulheres, essa postura gera nos(as) estudantes sentimentos de não capacidade, de não pertencimento e um traço fixo de mentalidade que molduram a relação desses(as) estudantes com a matemática por suas vidas.

Estamos certos que o motivo pelo qual isso ocorre no ambiente escolar é a maneira inacessível pela qual a matemática é ensinada. Então, nossa proposta é apoiar o(a) professor em sala de aula com **estratégias equitativas** que apostam em todos(as) os estudantes e os beneficiam para que possam sentirem-se aprendendo e incluídos nas aulas de matemática.

Nesta proposta de trabalho a ideia é que os(as) estudantes possam explorar uma situação problema e ter flexibilidade para escolherem a forma como desejam solucioná-la. Mais importante do que a resposta correta, o foco está em garantir que todos possam se envolver genuinamente na proposta,

que todas as ideias serão igualmente valorizadas e compartilhadas, criando um clima de respeito e confiança entre a turma.

Algumas dicas para promover inclusão e equidade:

- Adote uma escuta ativa: Preste atenção nas percepções, preocupações e necessidades dos(as) estudantes para ajustar sua abordagem pedagógica conforme necessário.
- Promova um ambiente inclusivo: Assegure-se de que todos(as) os estudantes se sintam incluídos e parte integrante do processo de aprendizagem.
- Demonstre empatia e respeito: Estabeleça interações baseadas na compreensão mútua, no respeito e na empatia, reforçando a confiança.
- Proporcione oportunidades de diálogo: Crie espaços para que os(as) estudantes compartilhem suas experiências e participem ativamente da construção de um ambiente de aprendizado colaborativo.
- Valide as experiências dos(as) estudantes: Reconheça e valorize as vivências e desafios enfrentados pelos(as) estudantes, usando essas informações para enriquecer o ensino de matemática.
- Facilite a comunicação entre pares: Incentive a colaboração e o apoio entre os (as) próprios estudantes, fortalecendo a rede de confiança dentro da sala de aula

ANTES DE FINALIZAR O TRABALHO COM ESTA SEQUÊNCIA DIDÁTICA:

- *Retome suas anotações, observações e análise das avaliações em processo realizadas pelos seus estudantes. Verifique se é necessário, retomar, ampliar as propostas realizadas para garantir que todos aprendam.*
- *Verifique se a composição das duplas para essa sequência didática funcionou e o que ainda precisa ser levado em consideração para a próxima Sequência.*

REFERÊNCIAS

- Boaler, Jo. *Mentalidades matemáticas : estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador*. Porto Alegre: Penso, 2018.
- SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2001. SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.).
- SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.) *Materiais manipulativos para o ensino das quatro operações básicas*. Porto Alegre: Penso, 2016. (Coleção Mathemoteca ; v.2).
- Lloyd, G. *Developing Essential understanding of Expressions, equations and functions for teaching Mathematics in grades 6-8*. Reston: NCTM, 2011.
- Modanez, L. *Das sequências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico*. Dissertação de mestrado apresentada à PUC SP, 2003. Disponível em http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/sd/textos/Leila_Modanez%2096.pdf (acesso maio de 2019)
- USISKIN, Zalman. *Concepções sobre a álgebra da escola média e utilização das variáveis*. In: *As ideias da álgebra*. COXFORD, A.F., SHULTE, A.P. (orgs.). São Paulo: Atual, 1994, pp. 9 – 22.
- WALLE, John A. *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. Capítulo 15: *Pensamento algébrico: Generalizações, padrões e funções*. Capítulo 7: *Ensinando matemática equitativamente para todas as crianças*. Porto Alegre: Artmed, 2009.

SD2: TANGRAM, FRAÇÕES E GEOMETRIA

Objetivos

- *Compor e decompor figuras geométricas planas.*
- *Associar ângulo a um movimento de giro ou mudança de direção.*
- *Identificar lados e ângulos em polígonos.*
- *Reconhecer ângulos retos e não retos em polígonos*
- *Relacionar frações a representações de partes de um inteiro.*
- *Reconhecer, ler e representar frações maiores e menores que a unidade.*
- *Comparar frações.*
- *Identificar frações equivalentes.*

Principal habilidade específica enfocada

- *(EF04MA18) Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria.*
- *(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.*
- *(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.*
- *(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.*
- *(EF05MA04) Identificar frações equivalentes.*
- *(EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.*

Competências em foco para o desenvolvimento integral

- Competência Geral 1 - Conhecimento
- Competência Geral 2 - Pensamento científico, crítico e criativo
- Competência Geral 4 - Comunicação

Expectativas de aprendizagem: o que os(as) estudantes vão aprender e saber fazer

- Identificar características das figuras geométricas, percebendo semelhanças e diferenças entre elas, por meio da composição e decomposição.
- Construir um medidor de ângulo reto e utilizá-lo para analisar ângulos e figuras planas.
- Ler e representar frações, em registros numéricos, desenhos e em língua materna;
- Compreender a ideia de fração como parte de um todo;
- Comparar e ordenar números racionais, em representação fracionária, menores ou maiores que um inteiro;
- Identificar frações equivalentes de modo visual.

Proposta de avaliação

Ao longo da Sequência Didática os(as) estudantes terão alguns momentos de avaliação processual: observação do professor, elaboração de lista de aprendizagem em várias etapas. Ao final desta Sequência os(as) estudantes farão a produção de situações problema que evidenciarão

suas aprendizagens.

Recursos e providências

- *Aulas 1 – FICHA DE ATIVIDADE DE ATIVIDADE: O TANGRAM.
Materiais: tesoura e lápis de cor*
- *Aulas 2 – FICHA DE ATIVIDADE DE ATIVIDADE: O TANGRAM
Materiais: papel pardo e fita adesiva;*
- *Aulas 3 e 4 – Materiais: copos descartáveis ou tampas circulares, tesoura e papel branco*
- *Aulas 5 e 6 – FICHA DE ATIVIDADE: FRAÇÕES DO TANGRAM; FICHA DE ATIVIDADE: OUTRAS ATIVIDADES DE FRAÇÕES*
- *Aulas 7 a 10: FICHA DE ATIVIDADE – RÉGUA DE FRAÇÕES; FICHA DE ATIVIDADE EM GRUPO – CARTAS DO PAPA TODAS DE FRAÇÃO.*
- *Aula 11 e 12 - Materiais: folhas para registro e materiais para a elaboração do livro de problemas;*

FICHAS DE FLUÊNCIA:

- *10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 1 - RESOLVENDO PEQUENOS PROBLEMAS*
- *10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 2 - ESTIMANDO O RESULTADO*
- *10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 3 - ESTIMANDO O QUOCIENTE*
- *10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 4 – QUARTOS*
- *10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 5 – ESTIMATIVA EM FRAÇÕES.*
- *10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 6 – FRAÇÕES MAIORES QUE O INTEIRO*

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:

Aula 13 - FICHA DE ATIVIDADE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: VERDADEIROS OU MENTIROsos

Duração sugerida

13 aulas de 50 minutos/cada.

Para sua mediação

Um ambiente acolhedor é fundamental para que os(as) estudantes se sintam à vontade para se expressar, levantar hipóteses e produzir conhecimento sem o receio de errar e repensar suas estratégias.

A cada início de aula, escreva no quadro o objetivo e as atividades que serão realizadas, deixando clara a expectativa de aprendizagem do dia. A organização da aula auxilia os(as) estudantes a perceberem o que é esperado deles em cada atividade proposta e os coloca como protagonistas na sala de aula. Ao final da aula separe um momento para, juntamente com os(as) estudantes, registre as principais aprendizagens, analise e reflita sobre o andamento da aula. Vocês atingiram o objetivo? Quais foram os destaques positivos? O que poderia ter sido melhor em relação à dinâmica da aula?

Como ao final haverá a produção de um livro coletivo, é importante que você auxilie os grupos a organizar as principais aprendizagens ao final de cada aula em um papel de curadoria que garantirá que a produção dos(as) estudantes reflita as explorações vivenciadas.

Planeje-se com antecedência para as aulas. Leia todo o conteúdo previamente, antecipe possíveis dúvidas que os(as) estudantes podem apresentar, separe os materiais necessários e organize o espaço da sala de modo a favorecer as características das atividades propostas. Por exemplo, caso a atividade envolva um momento de socialização, organizar as carteiras de modo que todos se vejam pode ser convidativo para o debate de ideias. Pense nos grupos que trabalharão juntos promovendo oportunidade para que aprendam uns com os outros.

Conclua cada aula dedicando um momento para refletir e registrar suas práticas pedagógicas. Documentar os acontecimentos do dia ajuda a ter uma perspectiva mais clara sobre o que foi planejado e executado, permitindo ajustes, aperfeiçoamentos e novas ideias para as próximas aulas. Esse hábito fortalece sua atuação como professor(a) e contribui para um ensino mais efetivo e reflexivo.

ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nesta sequência didática, optamos por explorar de modo conectado a geometria e as frações com o apoio de um material manipulativo: tangram, visando à aprendizagem ou retomada de conhecimentos sobre as figuras planas e ângulos. Mas por que essa escolha? O tangram é um quebra-cabeça chinês de origem milenar, formado pela decomposição de um quadrado em 7 peças: 5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo.

Uma das vantagens desse material é a possibilidade de ampliar os tipos de figuras conhecidas pelos(as) estudantes. Pela composição das peças, muitas e variadas figuras podem ser formadas, e nesse processo as relações de forma e tamanho são percebidas pelos(as) estudantes, permitindo que suas habilidades de percepção espacial se desenvolvam.

Pela composição e decomposição de figuras, os(as) estudantes passam a conhecer propriedades das figuras relacionadas à lados e ângulos. A partir daí, utilizamos o mesmo recurso para trabalhar a conceituação de frações.

Partindo da ideia de fração como parte de um todo, as propostas abordarão as diferentes representações dos números racionais, estimulando a leitura, a interpretação e a comunicação de conceitos matemáticos em diferentes linguagens. As primeiras propostas apresentam caminhos para explorar o significado de frações a partir da investigação das relações entre as áreas das peças do TANGRAM. Na sequência apresentamos a “Régua de frações” de modo a aprofundar e sistematizar a ideia de fração unitária como parte de um inteiro, ampliar a compreensão de frações maiores que um inteiro, dar significado à comparação de frações e ao conceito de equivalência de frações poderá ser utilizado para abordar em outros momentos a adição e subtração de frações.

A missão dos(as) estudantes ao final desta sequência é elaborar um livro de problemas de fração em um trabalho coletivo, promovendo o desenvolvimento de competências como criatividade, resolução de problemas e comunicação.

Etapa 1: PROBLEMATIZAÇÃO

Aula 1: EXPLORANDO AS PEÇAS DO TANGRAM

INICIE

- Essa aula tem como objetivo que os/as estudantes conheçam o Tangram, explorem e identifiquem características das figuras geométricas (triângulo, quadrado, paralelogramo), percebendo semelhanças e diferenças entre elas, por meio de composição e decomposição.
- Entregue a FICHA DE ATIVIDADE: O TANGRAM para os(as) estudantes. Pergunte se eles(as) já viram essas peças antes, se sabem do que se trata. Dê um tempo para eles/elas dialogarem e contarem o que sabem a respeito desse quebra-cabeças.

DESENVOLVA:

- Conte à turma que o Tangram é um quadrado composto por 7 figuras geométricas, cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo. Em chinês é conhecido como “As sete peças inteligentes”.
- Diga que você fará um desafio para que eles identifiquem essas peças no material entregue. Eles deverão pela pista dada identificar as peças relacionadas a ela:
 - a) Formamos um par de figuras idênticas. Juntos, ocupamos metade do quadrado do jogo.
 - b) Cada um de nós tem três lados. Quem somos? (Resposta: Triângulos grandes). Peça que pintem de vermelho.
 - c) Tenho quatro lados idênticos. Quem sou? (Resposta: Quadrado). Peça que pintem de verde.
 - d) Tenho três lados. Meus “irmãos” maiores têm o dobro do meu tamanho.

- e) Meus “irmãos” menores têm metade do meu tamanho. Quem sou? (Resposta: Triângulo médio). Peça que pintem de amarelo.
- f) Tenho quatro lados, mas não são todos iguais, ou melhor, são dois pares de lados iguais. (Resposta: Paralelogramo). Peça que pintem de azul.
- g) Somos um par de figuras idênticas. Cada um de nós tem três lados. Juntos, podemos formar uma outra forma do jogo: o quadrado. Quem somos? (Resposta: Triângulos pequenos). Pinte de rosa.
- h) Sou uma figura formada pelas sete peças do Tangram e possuo quatro lados iguais. Quem sou? (Resposta: Quadrado) Pinte de cinza.

DISCUTA

Assim que finalizarem a pintura e recortar as peças, peça que preencham a tabela da FICHA DE ATIVIDADE: O TANGRAM contendo algumas características da figura que eles conhecem e são capazes de preencher. Ao longo da exploração das atividades, poderão retomar essa tabela e ir completando. Deste modo não é necessário que todos preencham com todas as informações.

PARA SABER MAIS

Na internet você encontra opções para trabalhar o Tangram de forma virtual. Caso julgue pertinente, deixe que os(as) estudantes explorem diferentes construções com o auxílio da tecnologia.

Deixamos duas indicações:

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/11056/Tangran/tangran.html>

<https://rachacuca.com.br/raciocinio/tangram/>

https://www.mathplayground.com/tangram_puzzles.html (em inglês)

AMPLIE:

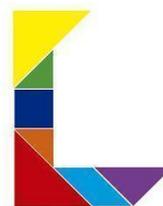
- Que tal propor aos(as) estudantes que montem algumas figuras com as peças do quebra-cabeça? Aqui estão algumas sugestões.
- Na primeira atividade, convide os(as) estudantes a formar a primeira letra de seus nomes usando as peças do Tangram. Essa proposta exige um raciocínio intuitivo sobre as características das figuras, identificando-as e posicionando-as corretamente no modelo. Por exemplo, veja como ficaria a letra "L" montada com as peças.

SAIBA MAIS

Modelos para outras letras podem ser encontrados facilmente na internet.

Observe:

Modelos de letras:



https://img.freepik.com/vetores-premium/vector-tangram-alfabeto-ingles-26-letras-coloridas-isoladas-em-um-fundo-branco-tangram_450469-1008.jpg?w=740

Modelos de números:

https://img.freepik.com/vetores-premium/jogo-de-quebra-cabeça-tangram-esquemas-com-números-diferentes-jogo-para-crianças-ilustração-vetorial_450469-199.jpg?w=740

- Ao final da aula não se esqueça de retomar o objetivo da aula e conversar sobre como foi o desenvolvimento das atividades previstas.

10 minutos de fluência 1:

Apresente aos (as) estudantes a ficha **10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 1 - RESOLVENDO PEQUENOS PROBLEMAS**. Diga que eles têm 5 minutos para resolvê-los. Verifique que os problemas 1 e 2 são realizados pela mesma operação ($72 \div 8$), no entanto um tem a ideia de repartir e outro de medir. Os outros dois problemas são de divisão, relacionados à ideia de parte de um todo. Ao final, faça uma breve discussão sobre as resoluções.

AULA 2: COMPONDO E DECOMPONDO

INICIE

- Essa proposta tem como objetivo ampliar os conhecimentos dos/as estudantes em relação ao reconhecimento de figuras geométricas planas, a composição e decomposição de formas.
- Solicite que peguem os/as estudantes peguem os seus Tangrams. O desafio é montar formas geométricas utilizando as peças do Tangram.

DESENVOLVA

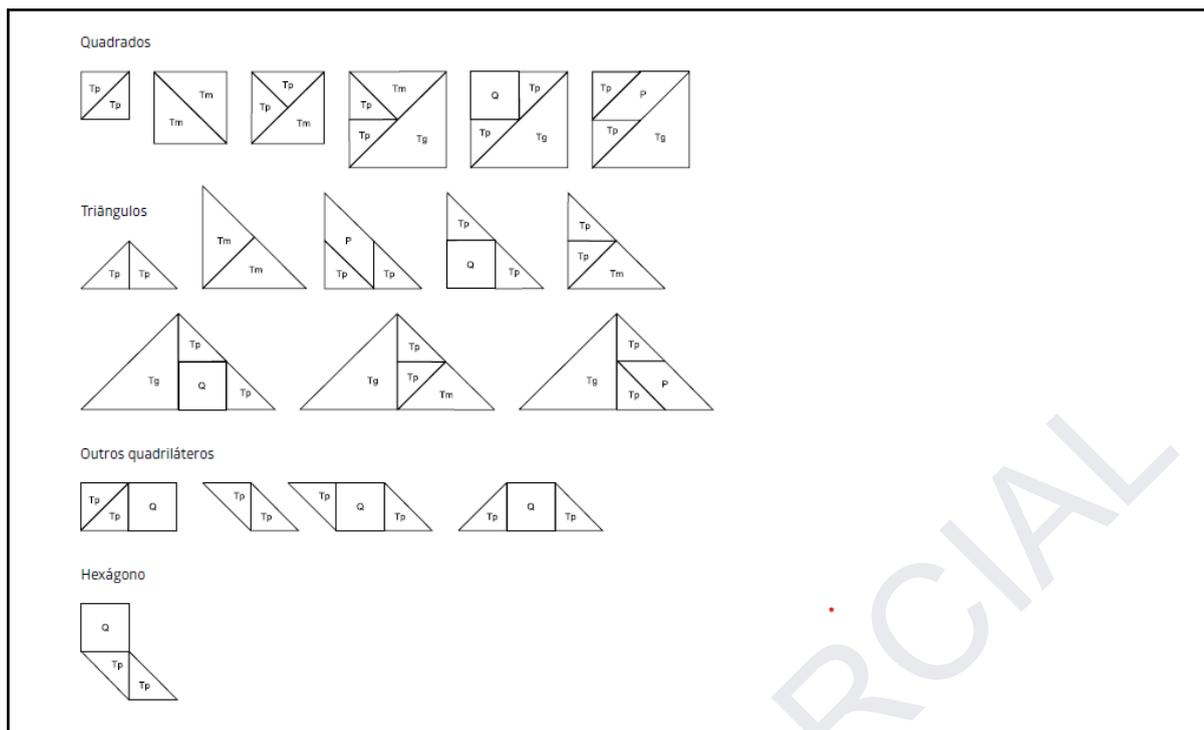
- Desafie os/as estudantes a formar figuras usando apenas os dois triângulos pequenos. Eles devem descobrir que podem formar um quadrado, um paralelogramo e um triângulo médio. Depois, peça que tentem formar as mesmas figuras com os triângulos grandes. Embora o tamanho seja diferente, os triângulos grandes também podem formar essas mesmas figuras.
- Agora, peça que os/as estudantes verifiquem se é possível formar triângulos usando quadrados e paralelogramos. Eles perceberão que não é possível, já que essas figuras têm mais de três lados, e unir seus lados não resulta em um triângulo.
- Por fim, proponha que descubram outras formas geométricas (de 3, 4 ou mais lados) que podem ser feitas com duas, três ou quatro ou mais peças do Tangram. Peça que façam cada figura geométrica em uma folha de papel em branco. Incentive-os a usar a régua para traçar melhor as figuras e que façam as marcações internas das peças.

DISCUTA:

- Cada estudante escolherá uma montagem para compartilhar com a classe. Incentive-os a explicar suas descobertas, como: é possível formar várias figuras a partir de outras; a maneira de unir as peças altera a quantidade de lados; triângulos podem formar quadriláteros; e outros. Incentive a comunicação na aula para que possam construir um vínculo entre suas noções informais e intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática.
- Aproveite o painel e verifique se conseguiram criar outros quadriláteros com as peças do Tangram, como retângulo e trapézios. Se há figuras de 6 lados, por exemplo. Solicite que registrem na tabela da atividade o nome dessas figuras e preencham com as informações a respeito delas, como número de lados e de vértices.
- Deixe exposto o painel com as figuras descobertas pelos/as estudantes. Na próxima aula eles/elas analisarão as formas explorando a ideia de ângulo.

PARA SABER MAIS

Compartilhamos algumas possibilidades de figuras geométricas que podem surgir no painel com os/as estudantes:



10 minutos de fluência 2:

Apresente aos (as) estudantes a ficha **10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 23 - ESTIMANDO O RESULTADO**. Diga que eles têm 5 minutos para resolvê-los. Atenção a ideia não é resolver as operações e sim ter estratégias e argumentos para dizer quantos algarismos terá o resultado. Compartilhe as diferentes estratégias encontradas pelos(as) estudantes.

AULAS 3 E 4 : ÂNGULOS E FIGURAS

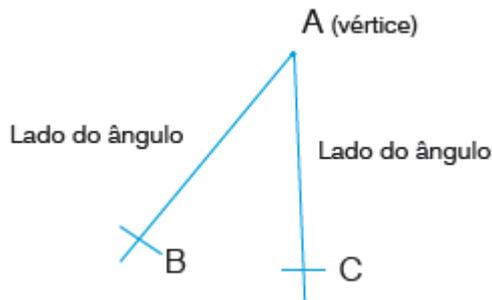
INICIE

- Nesta proposta o objetivo é explorar o conceito de ângulo como giro e a identificação de ângulos retos, maiores e menores que o reto nas figuras geométricas estudadas.
- Inicie a aula solicitando a todos(as) estudantes que fiquem em pé ao lado de suas mesas de frente para o quadro. Diga que você dará alguns comandos e eles deverão realizá-los, movimentando seus corpos e retornando sempre ao estado inicial (de frente para o quadro)
 - Gire seu corpo à direita, de modo a ficar de costas para o quadro.
 - Gire o seu corpo à esquerda, realizando um movimento que os leve a ficar novamente de frente para o quadro.
 - Gire o seu corpo de modo a ficar de frente para a porta (ou qualquer outra referência a 90 graus da situação inicial).
 - Em qual dos giros vocês deram uma volta completa? Vocês sabem como chamamos esse giro? Verifique se os/as estudantes relacionam com o ângulo de 360 graus.
 - Se um giro completo tem 360 graus, quantos graus corresponderia meio giro?
 - E o giro que vocês ficaram de frente para a “porta” ou outra referência dada?
- Incentive-os a falar a respeito das relações existentes entre os giros e os ângulos de uma volta, meia volta e um quarto de volta. Se possível, faça novas problematizações:
 - De quantas meias-voltas (meios giros) você necessita para ter uma volta completa?
 - E de quantos giros de um quarto você precisa para ter meio giro? E um giro

completo?

DESENVOLVA

- Conceitue com os estudantes o que é um ângulo, representando-o graficamente como duas semirretas de mesma origem:



- Conte que eles farão um medidor de ângulo, usando dobradura. Organize a turma em grupo e entregue para eles papel, tesoura e qualquer objeto que tenha uma base circular (copo de plástico, tampas etc). Peça que cortem um círculo. Explore: "qual giro ou ângulo esse círculo representa?"
- Agora pergunte: que dobra podemos fazer nesse círculo para que ele represente meio giro? Verifique se os/as estudantes sugerem dobrar o círculo ao meio.
- Então pergunte: como podemos obter um quarto de giro? Verifique se eles dizem que basta dobrar o semicírculo ao meio. Diga que este ângulo obtido é chamado ângulo reto, ou seja, um ângulo de 90 graus.

DISCUTA

- Você pode com a ajuda dos estudantes organizar um registro coletivo das descobertas sobre ângulos realizada na aula. Veja uma sugestão neste vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=-G9cCW-qbgQ>
- Solicite aos estudantes que verifiquem como podem usar esse "medidor" de ângulos para investigarem os ângulos presentes nas formas geométricas das peças do Tangram e do painel de formas geométricas montado na atividade anterior. Explore como posicionar o medidor de ângulo nos ângulos das figuras para descobrir se eles são retos, maiores que o ângulo reto ou menores que o ângulo reto.
- Circule pela sala e observe as interações entre os (as) participantes dos grupos. Faça perguntas que levem os (as) estudantes a refletir, como: "Como vocês chegaram a essa conclusão?", "Qual foi o raciocínio que usaram aqui?" ou "Há outras maneiras de resolver isso?".
- Evite dar respostas prontas, em vez de responder diretamente às perguntas dos (as) estudantes, oriente-os (as) com perguntas que estimulem o pensamento crítico.
- Retome com a turma a tabela da ATIVIDADE DO ESTUDANTE: O TANGRAM e solicite que preencham com as informações descobertas por eles.

AVALIAÇÃO PROCESSUAL

- Em relação a aprendizagem matemática, verifique se os/as estudantes compreendem ângulo como giro e reconhecem o ângulo de 360 graus como um giro completo, o ângulo de 180 graus como meio giro e o de 90 graus como um quarto de giro. Se identificam o ângulo de 90 graus, como um ângulo reto nas formas geométricas.

- Faça registro da sua observação em relação a aprendizagem matemática dos/as estudantes:
 - sabem nomear as figuras? (triângulo, quadrado, paralelogramo, trapézio, hexágono?)
 - identificam e quantificam lados e vértices?
 - identificam ângulos retos, maiores ou menores que o reto nas figuras geométricas?
- Utilize seus registros para verificar a necessidade de retomar conceitos e ideias que julgar necessárias.

10 minutos de fluência 3:

Entregue aos(as) estudantes a fichas **10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 3 - ESTIMANDO QUOCIENTES**. Essa é uma atividade semelhante a anterior, no entanto, aqui temos somente divisões. Verifique se em uma divisão os estudantes são capazes de dizer, sem fazer a conta quantos algarismos terá o quociente. Uma possível estratégia para $3\ 248 : 4$, pode verificar que $4 \times 1\ 000 = 4\ 000$ e $4 \times 100 = 400$, o quociente é menor que 4 000 e maior que 400, logo ele terá 3 algarismos.

AULAS 5 e 6 – FRAÇÕES NO TANGRAM

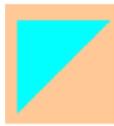
Essa é uma proposta que tem como objetivo abordar conceito de fração como parte de um todo, principalmente dando significado a frações unitárias e suas diferentes representações. Por meio da exploração das partes do TANGRAM e da relação entre suas áreas, esperamos que os(às) estudantes percebam, por exemplo, que $1/8$ do inteiro pode ter diferentes representações/formatos.

INICIE:

- Explique aos(as) estudantes que nessas próximas aulas vocês continuarão explorando o Tangram e usarão a relação entre as peças e o quadrado para trabalhar o conceito de fração. Registre no quadro as expectativas de aprendizagem para esse momento a fim de retomá-las ao final da aula:
 - Ler e representar frações, em registros numéricos, desenhos e em língua materna;
 - Compreender a ideia de fração como parte de um todo;
 - Relacionar as frações unitárias a medidas menores que a unidade.
- Antes de começar a exploração das peças, solicite que nos grupos façam uma lista do que já sabem de frações. É importante que cada time faça o seu registro.
- Após alguns minutos, peça que cada grupo leia um de seus itens. Estimule-os a complementar a ideia dos outros times. Não é necessário registrar as respostas. Entretanto, incentive-os a anotar pontos apresentados por outros, se for o caso.

DESENVOLVA

- Explique aos(as) estudantes que vocês irão considerar o quadrado maior (que contém todas as 7 peças do Tangram) como a unidade inteira e que cada peça representa uma parte desse todo.
- Solicite aos(as) estudantes que identifiquem qual fração do quadrado corresponde a cada peça, incentivando a discussão em grupo. Depois de um tempo, peça que compartilhem suas respostas com a turma. É fundamental estimular o diálogo e a troca de ideias para decidir a fração que cada peça representa no total.
- Se os(as) estudantes encontrarem dificuldades, sugira que utilizem o triângulo pequeno como referência, já que ele corresponde a $1/16$.
- Todas as outras peças podem ser vistas como combinações desse triângulo menor. Confira o exemplo a seguir:



Triângulo pequeno

$$\frac{1}{16}$$



Triângulo médio

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{2}{16}$$



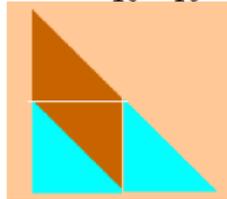
Paralelogramo

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{2}{16}$$



Quadrado

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{2}{16}$$



Triângulo grande

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{4}{16}$$

- Outra abordagem é imaginar o quadrado dividido em 16 partes iguais, formando pequenos quadrados de mesmo tamanho. Veja o exemplo:

Frações unitárias

| | | | |
|--|----------------|--|---------------|
| | $\frac{1}{4}$ | | $\frac{1}{8}$ |
| | $\frac{1}{4}$ | | $\frac{1}{8}$ |
| | $\frac{1}{16}$ | | $\frac{1}{8}$ |
| | $\frac{1}{16}$ | | |

- Explore a escrita, identificação e comparação das frações unitárias que correspondem às peças do Tangram. Além disso, é possível trabalhar frações maiores formadas pela união de várias peças. Aqui estão algumas sugestões para essa atividade:



- Para finalizar essa exploração entre cada peça do quebra-cabeça e o todo, proponha uma atividade que evidencie diferentes representações de frações, disponível na FICHA DE ATIVIDADE: FRAÇÕES DO TANGRAM.

DISCUTA:

- Peça que cada time retome sua lista de aprendizagens sobre frações. Proponha que verifiquem a necessidade de correção ou de ampliação de algum conceito já registrado. Incentive-os a escrever suas novas descobertas a partir da exploração realizada com as peças do Tangram. Não esqueça de retomar as expectativas de aprendizagem listadas por você no

início da aula e conversar com a turma sobre como foi o desenvolvimento da aula e se percebem que atingiram o objetivo pré estabelecido.

AVALIAÇÃO PROCESSUAL

A avaliação processual é uma estratégia pedagógica que coloca o(a) estudante no centro do processo de aprendizagem, valorizando o percurso que ele realiza na construção do conhecimento. Nesse contexto, as listas de aprendizagens que estão sendo elaboradas pelos(as) estudantes permitem acompanhar de maneira contínua o desenvolvimento de cada time. Essas listas, combinadas com as observações do(a) professor(a), oferecem um panorama rico e detalhado sobre os avanços, dificuldades e reflexões os(as) estudantes ao longo das aulas.

Ao propor que os(as) estudantes registrem inicialmente o que sabem sobre frações e revisitem essas listas ao final de cada aula, o(a) professor(a) cria oportunidades para que eles(as) reflitam sobre suas aprendizagens, identifiquem lacunas no conhecimento e reconheçam o que foi ampliado ou consolidado. Essa prática contribui para que desenvolvam autonomia e um olhar crítico sobre sua própria aprendizagem, enquanto o(a) professor(a) tem acesso a evidências para avaliar não apenas o produto final, mas todo o processo de construção do conhecimento.

Para tornar essa avaliação processual ainda mais eficaz, o(a) professor(a) pode observar e registrar como os(as) estudantes interagem com as propostas: quais estratégias utilizam, como se engajam nas discussões, que dúvidas apresentam e como respondem às intervenções realizadas. Esses registros, somados às listas, formam uma base rica de dados para identificar padrões de aprendizagem, planejar intervenções pedagógicas e ajustar o ritmo e os métodos de ensino às necessidades específicas de cada time.

Além disso, as revisões e ampliações das listas podem servir como momentos de sistematização coletiva, nos quais os(as) estudantes compartilham suas descobertas e reflexões. Essa troca de ideias possibilita que o(a) professor(a) explore conceitos-chave, esclareça equívocos e promova conexões mais profundas entre os conteúdos abordados.

Essas discussões, mediadas pelo(a) professor(a), ajudam a consolidar aprendizagens e a desenvolver competências como comunicação, argumentação e colaboração.

AMPLIE:

- A fim de verificar a compreensão dos(as) estudantes sobre os conceitos explorados, utilize outros exercícios para explorar a relação entre parte e todo expressa por uma fração. Varie os exercícios para explorar essa relação e incentive os(as) estudantes a discutir se uma fração específica está representada. Organizamos na FICHA DE ATIVIDADES: OUTRAS ATIVIDADES DE FRAÇÕES, algumas possibilidades para essa exploração.
- Com esses exercícios, estamos incentivando os(as) estudantes a refletir sobre o conceito de fração como representação de partes de um todo, indo além da simples identificação. Observe o progresso e ajuste os exercícios conforme necessário.

10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 4 – QUARTOS

Apresente aos (as) estudantes a ficha 10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 4 – QUARTOS. Combine que dessa vez eles farão a leitura individualmente e depois de 3 primeiros minutos conversem sobre o que entenderam. Proponha que tentem resolver os cálculos nos 5 minutos seguintes e confirmem com os colegas.

Escolha dois itens para apresentar no quadro diferentes soluções.

Essa atividade tem como objetivo desenvolver diferentes estratégias de cálculo para quartos baseadas na decomposição de números e na ideia de que um quarto é metade da metade.

Etapa 3: SISTEMATIZAÇÃO

Aulas 7 a 10 - A RÉGUA DE FRAÇÕES

INICIE:

- Nessas aulas de sistematização apresentamos um outro recurso didático para a exploração de frações. Trata-se da “régua de frações”. Providencie uma cópia da FICHA DE ATIVIDADE – RÉGUA DE FRAÇÕES para cada estudante de modo que possam utilizá-la nas atividades propostas.
- Organize os(as) estudantes em times. Peça que retomem a lista feita na última aula sobre frações e tire as dúvidas que eventualmente aparecerem.
- Diga a eles que nessa aula vocês vão retomar o conceito de fração e aprofundar de modo a alcançar as seguintes expectativas de aprendizagem:
 - Ler, interpretar e representar frações menores que um inteiro e maiores do que um inteiro;
 - Comparar e ordenar frações;
 - Identificar frações equivalentes;
- Entregue a cada um a cópia da FICHA DE ATIVIDADE – RÉGUA DE FRAÇÕES.
- Apresente o material e informe que se chama RÉGUA DE FRAÇÕES, uma ferramenta visual rica para explorar conceitos relacionados a frações. Permita que os(as) estudantes a observem por alguns minutos e faça perguntas para estimular sua curiosidade:
 - Vocês conseguem imaginar como ela foi construída?
 - Conseguem nomear todas as frações representadas?
- Faça algumas explorações iniciais. Não forneça respostas. Incentive os(as) estudantes a investigar com a régua e pedir que expliquem seu raciocínio.
 - Quantos terços são necessários para formar 1 inteiro?
- Mostre como observar isso na régua, $1 = 1/3 + 1/3 + 1/3 = 3/3$. É importante sistematizar e representar as relações por meio da escrita matemática.
 - O que é maior: $1/5$ ou $1/2$?
- Pode ser que os(as) estudantes respondam com base no conceito de parte e todo. Mesmo assim, mostre como podem comparar usando a régua de frações como apoio.
 - O que é menor: $2/5$ ou $3/7$?
- Muito provavelmente para comparar esse par de frações será necessário recorrer à régua de frações. É essencial que os(as) estudantes percebam que $2/5$ equivalem a duas partes de $1/5$ e que $3/7$ equivalem a três partes de $1/7$. Nem sempre essa ideia é óbvia aos(as) estudantes. A régua de frações auxilia nessa percepção.
 - Dê um exemplo de uma fração menor que $1/2$:
- Há muitas possibilidades de respostas, você pode escrever e discutir se perceberam alguma relação entre os numeradores e denominadores dessas frações.
 - Dê um exemplo de uma fração maior que $1/2$ e menor que $3/4$:Mais uma vez, há muitas possibilidades. Se achar conveniente, faça uma relação com as escritas decimais desses números. Você pode usar a calculadora para isso, uma vez que o foco não está no cálculo e sim na comparação.
 - Qual fração está mais próxima de 1 inteiro: $7/8$ ou $11/12$?
- É possível fazer essa comparação usando a régua. Entretanto, incentive os(as) estudantes a pensar em quanto falta para 1 inteiro. Uma possibilidade de raciocínio é: $7/8$ para 1 inteiro falta $1/8$; $11/12$ para 1 inteiro falta $1/12$; como $1/8$ é maior que $1/12$, $11/12$ está mais próximo de 1 inteiro do que $7/8$.
- Peça aos estudantes que registrem as respostas dadas a cada problematização em seus cadernos de registro.

DESENVOLVA

- Para ampliar a percepção dos(as) estudantes sobre fração, após essas primeiras explorações

- sugerimos que você proponha um jogo chamado PAPA TODAS DE FRAÇÃO.
- Faremos a exploração desse jogo em 3 etapas. Ou seja, os estudantes terão 3 momentos distintos de trabalho com esse recurso, para que de fato possamos consolidar as aprendizagens esperadas.

METODOLOGIA EM AÇÃO – JOGOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O uso de jogos em aulas de matemática tem se consolidado como uma estratégia pedagógica eficaz para o desenvolvimento de conceitos matemáticos e da habilidade de resolução de problemas. Ao envolver os(as) estudantes em situações que exigem tomadas de decisão, planejamento e raciocínio lógico, os jogos estimulam não apenas a reflexão ou exercitação de conteúdos, mas também o desenvolvimento de competências essenciais para a vida, como a autonomia, comunicação, argumentação e a capacidade de trabalhar em equipe.

Na prática, os jogos oferecem oportunidades para os(as) estudantes experimentarem, errarem e corrigirem suas estratégias, promovendo um aprendizado ativo e reflexivo. Ao resolver situações problema durante o jogo, os(as) estudantes mobilizam conceitos matemáticos previamente aprendidos e são incentivados a buscar novos conhecimentos para superar desafios.

Outro aspecto importante no uso de jogos em sala de aula é o papel mediador do(a) professor(a). É fundamental que o docente planeje as atividades de forma alinhada aos objetivos de ensino, selecionando jogos que favoreçam a compreensão dos conceitos trabalhados e proporcionando momentos de reflexão após as partidas. Durante esses momentos, o(a) professor(a) pode explorar as estratégias utilizadas pelos(as) estudantes, discutir os erros mais comuns e sistematizar os conteúdos matemáticos abordados no jogo, conectando-os às habilidades previstas no currículo. A interação com colegas durante as atividades lúdicas estimula o diálogo e a troca de ideias, tornando o aprendizado mais colaborativo. Nesse sentido, os jogos também promovem o engajamento e a motivação.

Incluir jogos nas aulas de matemática não é apenas uma forma de tornar as aulas mais interessantes ou exercitar conceitos, mas também uma estratégia pedagógica poderosa para desenvolver a habilidade de resolução de problemas. O uso intencional de jogos permite que os(as) estudantes construam significados, experimentem ideias matemáticas e aprendam de maneira significativa, conectando a matemática a diferentes contextos e desenvolvendo competências para além da sala de aula.

PARA SABER MAIS

SMOLE, K.S; DINIZ, M.I. e CANDIDO, P. Jogos de matemática de 1º ao 5º ano. Coleção Cadernos do Mathema. Porto Alegre: Artmed, 2006.

SMOLE, K.S; DINIZ, M.I e MILANI, E. Jogos de Matemática de 6º ao 9º ano. Coleção Cadernos do Mathema. Porto Alegre: Artmed, 2006.

1o. momento

- Com os(as) estudantes ainda em times, antes de explicar as regras do jogo, entregue a cada grupo um conjunto de cartas preparado a partir da FICHA DE ATIVIDADE EM GRUPO– JOGO PAPA TODAS DE FRAÇÃO.
- Peça que, olhando a régua, separem três grupos de cartas com:
 - frações maiores que 1 inteiro
 - frações iguais a 1 inteiro
 - Frações igual a 1 inteiro
- Divida o quadro em três partes, uma para cada grupo, e escreva alguns exemplos falados pelos(as) estudantes. Conduza a conversa para que percebam a relação entre o numerador e o denominador em cada caso. Você pode dar os nomes às frações (próprias, impróprias ou aparentes), mas isso não é o foco para o desenvolvimento do conceito.

- Apresente aos estudantes as regras do jogo que se encontra na FICHA DE ATIVIDADE EM GRUPO: JOGO PAPA TODAS DE FRAÇÃO.
- Faça uma simulação do jogo, jogando contra a turma para verificar se eles compreenderam as regras, se possuem dúvidas.
- Observe que, além da comparação de frações, o jogo permite trabalhar o conceito de fração equivalente. Cada vez que empata, temos frações do mesmo tamanho em relação ao todo.
- Ande pela sala enquanto os estudantes realizam o jogo. Observe as dúvidas, intervenha para ajudá-los a saná-las, veja se os grupos estão interagindo bem e anote suas observações.
- A primeira vez pode parecer caótico a realização do jogo, pois os/as estudantes ficam empolgados, ainda não dominam por completo os materiais disponíveis e as regras do jogo. Mas tenha paciência, este não será o único momento em que eles terão oportunidade de explorar o jogo. Garanta que eles sintam-se a cada rodada mais à vontade e confiantes na atividade.
- Ao final, proponha uma conversa com a turma sobre a impressão deles em relação ao jogo: o que foi fácil, o que foi difícil, o que não compreenderam e como melhorar na próxima vez.
- Anote-as em um cartaz para ser retomado no próximo momento.

2o. momento

- Retome com o grupo o jogo Papa todas por meio do registro coletivo realizado no momento anterior. Faça combinados relacionados aos aspectos levantados por eles a respeito das melhorias para garantir um bom jogo.
- Organize os grupos para jogar. Retome suas observações e veja se é necessário realizar alguma mudança nos membros de cada equipe.
- Entregue os materiais e permita que realizem o jogo novamente.

AVALIAÇÃO PROCESSUAL

Quando propuser o jogo pela segunda vez, circule pela sala para observar como os(as) estudantes estão fazendo para comparar frações. Sugerimos alguns focos de observação:

- Os(as) estudantes já perceberam quando uma fração é igual ou maior que um inteiro e usam essa ideia para comparar, sempre utilizando a régua?
- Como eles comparam duas frações com denominadores diferentes?
- Já perceberam alguma relação entre as frações unitárias?
- Como eles comparam duas frações maiores que 1 inteiro?

Essas observações podem ajudá-lo a:

- Identificar necessidades de intervenção
- Aprofundar as conversas sobre frações
- Avaliar o progresso dos(as) estudantes

Use essas observações para ajustar sua abordagem e garantir que os(as) estudantes estejam desenvolvendo uma compreensão sólida sobre frações.

- Ao final, proponha aos estudantes que realizem em grupo a produção de um texto, contendo dicas e estratégias que eles dariam para alguém que fosse realizar o jogo.

AVALIAÇÃO PROCESSUAL

Segunda (Smole, 2007), ao escrever nas aulas de matemática, os/as estudantes manifestam suas aprendizagens, suas dúvidas e suas impressões sobre o conteúdo envolvido no jogo.

Esse tipo de proposta encoraja os/as estudantes a reflexão, clareando as ideias e agindo como um catalisador para as discussões em grupo. Os registros ajudam o/a estudante a aprender o que está estudando. Do mesmo modo, quem observa e lê as produções dos/das estudantes tem

informações importantes a respeito de suas aprendizagens, o que significa que nos registros produzidos temos um importante instrumento de avaliação.

- Recolha a produção dos estudantes, analise os dados de aprendizagem, de dúvidas ou incompreensões dos estudantes.

3o. momento:

- Inicie a aula retomando a produção dos estudantes. Escolha uma delas para ler para o grupo, ou trechos de várias delas, selecionados anteriormente por você.
- Dê um tempo para os estudantes realizarem o jogo mais uma vez.
- Ao final entregue a FICHA DO ESTUDANTE: PROBLEMAS A PARTIR DO JOGO e peça que em grupos, resolvam os problemas propostos.
- Verifique que estamos usando o jogo para propor problemas que estão dentro de um contexto significativo para os/as estudantes e permitindo a todos que vejam de modo mais detalhado a ideia de equivalência de frações que é um dos focos da aula.
- Após essa sequência de explorações com o jogo Papa Tudo de frações, retome os objetivos previstos e solicite que eles completem a sua lista a respeito da aprendizagem sobre frações.

10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 5 – ESTIMATIVA EM FRAÇÕES

Essa atividade poderá ser realizada ao final desta aula ou no início da próxima como retomada das aprendizagens realizadas. Entregue aos (as) estudantes a **FICHA 10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 45– ESTIMATIVA EM FRAÇÕES** e diga que eles têm 5 minutos para respondê-la. Nos outros 5 minutos converse sobre como tomaram decisões para chegar à resposta. Se necessário, use a régua de frações como apoio.

Essa atividade visa estimular o senso numérico relacionado aos números racionais na forma de fração.

10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 6 – FRAÇÕES MAIORES QUE O INTEIRO

As atividades propostas na **FICHA 10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 6 – FRAÇÕES MAIORES QUE O INTEIRO** visa aprofundar o conceito de equivalência de frações para interpretar e dar significado a frações maiores que um inteiro e sua escrita na forma de número misto.

Para essa atividade o(a) estudante precisará saber escrever o inteiro se modos diferentes e reconhecer a escrita mais conveniente em cada situação, habilidade apoiada no conceito de equivalência.

Aula 11 e 12 – FRAÇÃO NÃO É UM PROBLEMA!

- Após explorar diversas atividades sobre fração, é hora de consolidar os conhecimentos adquiridos e desenvolver habilidades de resolução de problemas. Nesta proposta, você e seus(as) estudantes criarão um livro de problemas sobre fração, utilizando uma metodologia ativa e colaborativa. Este projeto estimulará a criatividade, a resolução de problemas e a comunicação matemática.

ETAPA 1: Revisão das Aprendizagens

Antes de iniciar o projeto, revise com os(as) estudantes as listas de aprendizagens sobre fração elaboradas durante as atividades anteriores. É importante evidenciar o que entenderam por:

- Conceito de fração
- Comparação de frações
- Frações unitárias
- Frações menores ou maiores que um inteiro
- Frações equivalentes

ETAPA 2: Elaboração dos problemas

Cada time deve elaborar ao menos 3 problemas sobre fração para compor o livro.

Sugestões de orientações para os grupos:

- Utilizem como repertório as atividades exploradas com o tangram, régua de frações ou adaptem propostas encontradas em sites ou livros.
- Certifiquem-se de que os problemas abordem diferentes conceitos sobre fração.
- Incluam problemas de diferentes níveis de dificuldade.
- Usem linguagem clara e objetiva.

ETAPA 3: Revisão

Após a elaboração dos problemas, peça que cada time revise e faça indicação de sugestões e ajustes nos problemas dos outros times. Isso ajudará a:

- Verificar a precisão matemática
- Ajustar a dificuldade
- Melhorar a clareza da linguagem

ETAPA 4: Socialização e Compartilhamento

Organize uma sessão de socialização para que os times compartilhem a versão final de seus problemas com a turma. Isso pode ser feito por meio de:

- Apresentações orais
- Exposição de posters
- Compartilhamento digital

ETAPA 5: Compilação e Edição

Compile os problemas elaborados pelos grupos e edite o livro. Certifique-se de que:

- Os problemas estejam organizados por conceito ou habilidade
- A linguagem seja clara e consistente
- As soluções sejam incluídas (opcional)

Considere criar uma versão digital do livro, utilizando ferramentas como:

- Documentos do Google
- PowerPoint
- Canva
- Flipboard
- Sites de educação

Isso permitirá que os(as) estudantes compartilhem seu trabalho mais facilmente e acessem o livro de problemas em qualquer lugar.

A construção do livro de problemas sobre fração é uma oportunidade para os(as) estudantes

desenvolverem habilidades de resolução de problemas, criatividade e comunicação matemática. Ao seguir esses passos, você estará utilizando uma metodologia ativa e colaborativa que estimulará o aprendizado e a motivação dos seus(suas) estudantes.

Aula 13 – RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

- Nessa aula apresentamos problemas “verdadeiros ou mentirosos”, um desafio lógico que envolve um conjunto de afirmações, dentre as quais algumas são verdadeiras e outras são falsas. O desafio consiste em identificar quais afirmações são verdadeiras com base nas informações disponíveis.

INICIE:

- Diga aos(as) estudantes que resolverão dois problemas envolvendo “verdadeiros ou mentirosos”. O primeiro deles será resolvido coletivamente. O segundo será resolvido nos times que terão que escolher um relator para contar como chegaram à solução. É importante destacar como será a socialização da resolução a fim de que os(as) estudantes saibam o que é esperado deles.

DESENVOLVA

- Proponha o primeiro problema que se encontra na **FICHA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: VERDADEIROS OU MENTIROSO**.

PROBLEMA 1

Você está em uma ilha onde cada habitante é um verdadeiro ou um mentiroso. Os verdadeiros sempre dizem a verdade; os mentirosos sempre mentem. Israel e Gabriel estão na ilha. Israel diz: "Se 7 é par, então eu sou um verdadeiro." Gabriel diz: "Israel é um mentiroso."

- Deixe que reflitam por alguns minutos individualmente e convide alguns estudantes para contar com pensou, mesmo que não tenha chegado a uma resposta.
- Independentemente da turma ter encontrado a resposta correta e ter conseguido defender seu ponto de vista, explique que para resolver problemas desse tipo, habitualmente analisamos o que ocorreria com a história se assumirmos que uma das personagens é o verdadeiro ou o vilão.
- Mostre a eles uma possibilidade de resolução.

Analisando a afirmação de Israel:

- Se Israel é um verdadeiro, então sua afirmação é verdadeira. Como 7 é ímpar, não par, sua afirmação não garante que ela seja uma verdadeira.
- Se Israel é um mentiroso, então sua afirmação é falsa. Nesse caso, o fato de 7 ser ímpar não a tornaria um verdadeiro.

Agora, vamos analisar a afirmação de Gabriel:

- Se Gabriel é um verdadeiro, então Israel é realmente um mentiroso.
- Se Gabriel é um mentiroso, então Israel não é um mentiroso, o que significaria que Israel é um verdadeiro.

Portanto, temos uma possível análise:

- Se Israel é um mentiroso, Gabriel é um verdadeiro (concordando com a mentira de Israel).
- Se Israel é um verdadeiro, Gabriel é um mentiroso (negando a verdade de Israel).

Assim sendo, temos que: Israel é um mentiroso e Gabriel é um verdadeiro.

- Caso a turma tenha dificuldade em compreender a explicação, faça com eles uma simulação convidando dois estudantes para fazer o papel de Israel e Gabriel.

DISCUTA:

- Proponha o problema que deve ser resolvido pelos times e explicado por um orador escolhido por eles.

PROBLEMA 2

Silvia, Livia e Carlos têm idades distintas. Em uma conversa, eles fizeram as seguintes declarações:

- Silvia: "Eu sou mais nova que Livia."
- Livia: "Carlos é mais velho que Silvia."
- Carlos: "Livia é a mais jovem dos três."

Se apenas um deles falou a verdade, então é correto concluir que:

- (A) Silvia é a mais jovem dos três.
- (B) Livia é a mais velha dos três.
- (C) Carlos é o mais velho dos três.
- (D) Silvia é mais velha que Carlos.
- (E) Livia é mais velha que Carlos.

Resposta: (A) Silvia é a mais jovem dos três.

Possível solução:

Se apenas um deles falou a verdade, temos que:

- Se Silvia falou a verdade, ela é mais nova que Livia, mas não sabemos sua relação com Carlos.
- Se Livia falou a verdade, Carlos é mais velho que Silvia, mas Livia não pode ser a mais jovem.
- Se Carlos falou a verdade, Livia seria o mais jovem, mas isso contradiz a afirmação de Livia.

Portanto, a única opção viável é Silvia ser a mais jovem dos três.

PARA SABER MAIS

Esses problemas remetem ao conceito do paradoxo do mentiroso, que tem suas raízes na antiguidade, com Epimênides, um poeta e profeta grego do século VI a.C., de Creta. Ele formulou uma afirmação que gerou um paradoxo lógico: "Todos os cretenses são mentirosos." O problema surge porque Epimênides, sendo um cretense, estaria incluído nessa categoria. Se sua afirmação for verdadeira, então ele mesmo seria um mentiroso, o que tornaria a afirmação falsa. Por outro lado, se considerarmos a afirmação como falsa, isso significaria que os cretenses não são todos mentirosos, o que tornaria a afirmação de Epimênides verdadeira. O paradoxo do mentiroso é um exemplo clássico de uma contradição lógica, que desafia a noção de verdade e mentira. Sua formulação original por Epimênides continua a intrigar filósofos e lógicos até hoje.

REFERÊNCIAS

- HUMPHREYS, C. & PARKER, R. Conversas numéricas: estratégias de cálculo mental para uma compreensão profunda da matemática. Porto Alegre: Penso, 2019.
- SMOLE, K.S; DINIZ, M.I. e CANDIDO, P. Jogos de matemática de 1º a 5º ano. Coleção Cadernos do Mathema. Porto Alegre: Artmed, 2006.
- VAN DE WALLE, J. A. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. 1.ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. HUMPHREYS, C. & PARKER, R. Conversas numéricas: estratégias de cálculo mental para uma compreensão profunda da matemática. Porto Alegre: Penso, 2019.

SITE

- REORIENTAÇÃO CURRICULAR MATEMÁTICA -Ensino Fundamental -Volume I -Materiais Didáticos -GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO (disponível em: <http://www.proietofundao.ufri.br/matematica/atividades/portaldoprofessor/pdf/DominoDasFracoesComTangram.pdf>)

ARTE, MEDIDAS E DECIMAIS

Objetivos

- Relacionar grandezas, unidades de medidas e instrumentos de medidas de massa, comprimento, tempo e capacidade
- Relacionar unidades de medida de comprimento e utilizá-las na resolução de problemas.
- Resolver problemas com números racionais positivos na representação decimal na reta numérica relacionados ao seu contexto.
- Relacionar medida de comprimento a números decimais.
- Ler, escrever, comparar, compor e decompor números decimais em contextos da vida cotidiana dos estudantes.

Principal habilidade específica enfocada

- **(EF05MA02)** Ler, escrever e ordenar números racionais na forma decimal com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal, utilizando, como recursos, a composição e decomposição e a reta numérica.
- **(EF05MA19)** Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.

Competências em foco para o desenvolvimento integral

- Competência Geral 2
- Competência Geral 4

Expectativas de aprendizagem: o que os estudantes vão aprender e saber fazer

- Reconhecer unidades e instrumentos de medida relacionados a diferentes grandezas: comprimento, massa, capacidade e tempo.
- Realizar estimativa de medidas em situações diversas e compreender sua importância para a vida diária.
- Ler, escrever, comparar números decimais relacionando-as às medidas de comprimento.
- Desenvolver estratégias de cálculo mental.

Proposta de avaliação

Ao longo da Sequência Didática os estudantes terão alguns momentos de avaliação processual, descritas: observação do professor, teste relâmpago, avaliação entre pares.
Ao final desta Sequência os estudantes farão uma auto-avaliação.

Recursos e providências

- Aula 1: FICHA DE ATIVIDADE EM GRUPO: JOGO DA MEMÓRIA DAS MEDIDAS;
- Aulas 2 e 3: FICHA DE ATIVIDADE: DISTÂNCIA PERCORRIDA A CAMINHO DA ESCOLA
- Aulas 4 e 5 : FICHA ATIVIDADE EM GRUPO: NOSSAS MEDIDAS.
Materiais: tesoura, barbante; diferentes instrumentos de medida: fita métrica, trena, metro de carpinteiro, régua etc.
- Aulas 6 e 7: FICHA DE ATIVIDADE EM GRUPO: FICHAS SOBREPOSTAS e FICHA DE ATIVIDADE: EXPLORANDO AS FICHAS SOBREPOSTAS
- Aula 8 e 9: Materiais: papel pardo de 2m para cada grupo; cola, tesoura, tinta, pincel e rolinho, pedaços de papel colorido, canetões.

FICHAS DE FLUÊNCIA:

- 10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 1 - SITUAÇÃO E UNIDADE DE MEDIDA
- 10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 2 - TRANSFORMANDO METROS EM QUILOMETROS
- 10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 3 – TRANSFORMANDO METROS EM CENTÍMETROS

| | |
|--|------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> 10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 4: DECOMPONDO NÚMEROS DECIMAIS RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: <ul style="list-style-type: none"> Aula 10: FICHA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: TRAVESSIA | |
| Duração sugerida | 10 aulas de 50 minutos/cada. |
| <p>Para sua mediação</p> <p><i>Criar um ambiente acolhedor e organizado na sala de aula é essencial para promover a aprendizagem. Utilize o quadro como um suporte para comunicação: escreva ao início de cada aula uma mensagem de boas-vindas, registre os principais tópicos discutidos e anote as conclusões dos debates fomentando o registro por parte dos estudantes. Transforme as paredes em espaços de conhecimento, exibindo os resultados das atividades, por exemplo. Prepare-se previamente, lendo todo o material, separando os materiais necessários e organizando previamente as carteiras para os trabalhos, evitando, assim, a perda de tempo durante as aulas. Durante as aulas, os(as) estudantes se organizarão em grupos ou duplas, pois essa dinâmica será frequentemente utilizada nas atividades deste material. Trabalhando dessa forma, eles(as) terão a oportunidade de desenvolver habilidades de colaboração e a responsabilidade compartilhada pelo seu aprendizado e do seu grupo. Ao final de cada aula, lembre-se de fazer seus registros e refletir sobre sua prática de ensino. Registrar o cotidiano escolar permite um olhar mais distanciado sobre as ações e o planejamento realizados, ajudando você, professor(a), a revisar, planejar e refletir sobre sua atuação em sala de aula.</i></p> | |

ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Essa sequência didática tem como foco retomar conceitos relacionados a grandezas e medidas, em especial, aos instrumentos e unidades de medidas das grandezas massa, comprimento, capacidade e tempo.

A ideia é ainda explorar as unidades de medidas de comprimento relacionando-a ao sistema numérico decimal e explorar os números decimais em relação a leitura, escrita e comparação e representação na reta numérica.

A missão dos estudantes ao final desta sequência é produzir uma obra de Arte em grupo, com as suas alturas, baseados na obra do artista brasileiro Alex Flemming.(1954-)

Para todas as atividades propostas os estudantes trabalharão em times, ou seja, o mesmo grupo deve permanecer junto em todas as propostas desta sequência didática.

Etapa 1: PROBLEMATIZAÇÃO

Aula 1 – MEMÓRIA DAS MEDIDAS

- Essa é uma proposta que tem como objetivo levantar os conhecimentos prévios dos (as) estudantes em relação aos seus conhecimentos a respeito de medidas: conhecimento das grandezas (comprimento, massa, capacidade e tempo), algumas unidades de medida relacionadas a essas grandezas e os principais instrumentos utilizados.

INICIE:

- Com os (as) estudantes organizados em semicírculo, proponha uma primeira conversa, trazendo algumas perguntas provocativas para estimular o pensamento do tema a turma:
 - O que é possível medir ou mensurar no mundo em que vivemos?

- Como fazemos essas medições? Quais instrumentos e formas usamos para medir?
- É provável que os estudantes mencionem que medimos o tempo, a distância entre lugares, a altura das pessoas e o “peso” dos objetos. Pode ser que surjam também ideias sobre coisas que não conseguimos medir, como o amor, a saudade ou a raiva.
- Explore as ideias trazidas pelos estudantes, relacionando-as às suas experiências, vivências e ao cotidiano. Peça para que exemplifiquem e argumentem seu ponto de vista, promovendo um ambiente de diálogo e respeito, onde todos possam colaborar e aprender com a fala dos colegas.
- Proponha algumas perguntas que estimulem a reflexão e o aprofundamento das ideias:
 - "Vocês mencionaram que medimos comprimentos. Será que usamos o mesmo instrumento para medir o comprimento de um lápis e o da quadra de esportes da escola?". Espera-se que os (as) estudantes percebam que com uma régua conseguimos medir o comprimento de um lápis, por exemplo, mas não é um instrumento adequado para medir o comprimento de uma quadra de esportes.
 - "Será que usamos a mesma unidade de medida para medir o tempo que levamos para pegar um lápis que caiu no chão e o tempo de uma aula inteira?". Espera-se que os (as) estudantes percebam que na primeira situação leva-se segundos e um cronômetro pode ser ideal para realizar essa medição, já o tempo de uma aula, leva muito mais tempo e um relógio poderia funcionar bem.
- Essas problematizações ajudam a abrir espaço para a exploração das diferentes unidades e instrumentos de medida, bem como para a aplicação prática dos conceitos de medidas e decimais na vida cotidiana.

DESENVOLVA

- Explique aos estudantes que vocês irão jogar um jogo de memória para relembrar conceitos a respeito de grandezas e medidas e que cada time receberá um conjunto de cartas para o jogo que estão disponíveis na **FICHA DE ATIVIDADE EM GRUPO: JOGO DA MEMÓRIA DAS MEDIDAS**

METODOLOGIA EM AÇÃO: O TRABALHO COM JOGOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Utilizamos jogos como um importante recurso nas aulas de matemática porque promove uma aprendizagem ativa e lúdica, estimulando o raciocínio lógico e a compreensão dos conceitos matemáticos de forma prática e envolvente pelos estudantes.

Os jogos facilitam a construção do conhecimento ao permitirem que os estudantes explorem estratégias, resolvam problemas e colaborem uns com os outros, tudo em um ambiente que reduz a pressão do erro e valoriza a experimentação, o diálogo e a tomada de decisão.

Essa abordagem torna o aprendizado mais significativo e ajuda a desenvolver habilidades como concentração, planejamento e flexibilidade, fundamentais para o pensamento matemático.

- Peça que cada grupo analise as cartas e observe o que está representado em cada uma. É importante que identifiquem, por exemplo, unidades de medida como metro, quilômetro, litro, quilo, hora, mililitro; além de instrumentos de medição, como fita métrica, copo graduado, régua, relógio e cronômetro, e também as grandezas, como comprimento, massa, capacidade e tempo. Vejam que há palavras que se repetem.
- Depois dessa exploração inicial, explique o objetivo do jogo: virar três cartas que se relacionem, por exemplo: comprimento – metro – trena. Quem formar um trio ganha um

ponto. O jogo continua com os participantes se alternando, e vence quem tiver mais pontos ao final.

- Ao final do jogo, solicite que os estudantes façam um registro em seus cadernos, na forma de uma tabela a organização das cartas obtidas:

| Grandeza | Unidade de medida | Instrumento de medida |
|----------|-------------------|-----------------------|
| | | |

DISCUTA:

- Promova uma roda de conversa com os estudantes sobre o que perceberam do jogo, a partir dos seus registros:
 - Que conceitos de medida lembraram?
 - Houve algum conceito novo que desconheciam (uma grandeza, unidade de medida ou instrumento)?
 - Ficaram em dúvida em relação a alguma carta ou relação entre elas?
- Solicite que cada grupo discuta e faça um **registro** no caderno de anotações a respeito de uma descoberta promovida pelo jogo.

10 minutos de fluência 1:

Apresente aos (as) estudantes a ficha **10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 1 - SITUAÇÃO E UNIDADE DE MEDIDA**. Diga que eles têm 5 minutos para indicar qual unidade de medida utilizariam para cada situação proposta.

Ao final, faça uma breve discussão sobre as escolhas utilizadas pelos (as) estudantes para que possam justificá-las, refutá-las ou modificá-las.

Essa atividade tem como objetivo “Reconhecer a unidade de medida mais apropriada para medições de comprimento, massa, capacidade e tempo”.

Aula 2 e 3 – MEMÓRIA DAS MEDIDAS - parte 2

- Essa atividade tem como objetivo aprofundar o trabalho com grandezas e suas unidades de medida, avançando para a relação existente entre elas.

INICIE

- Retome com os (as) estudantes o JOGO DA MEMÓRIA DAS MEDIDAS. Relembre como foi jogar e solicite que os grupos compartilhem as descobertas que registraram em seus cadernos sobre grandezas e medidas.
- Ouça cada grupo, comente e incentive os demais grupos a realizarem o mesmo. Problematize: “Alguém mais não sabia que copo graduado é um instrumento de medida que serve para medir a capacidade?”; “Alguém mais não tinha ideia do que era capacidade?”; “O que a capacidade mede?”. “mililitro é menor que o litro?” À medida que os grupos forem expondo suas ideias, faça um registro num papel pardo sobre as descobertas do grupo deixe afixado na sala para consulta da turma.

DESENVOLVA

- Convide os (as) estudantes a jogarem mais uma vez o JOGO MEMÓRIA DAS MEDIDAS em

seus respectivos grupos.

AVALIAÇÃO EM PROCESSO:

Aproveite esse momento para analisar se os grupos organizam os trios de cartas com mais facilidade; se reconhecem a diferença entre grandeza, unidade e instrumento de medida; se relacionam a grandeza a unidade de medida. Faça suas anotações e apoie os grupos que necessitarem de mais ajuda. Incentive-os a consultarem o registro feito no papel pardo.

- Ao final do jogo, solicite que resolvam em grupo os problemas propostos na **FICHA DE ATIVIDADE: DISTÂNCIA PERCORRIDA A CAMINHO DA ESCOLA**, seguindo as orientações do material.

PARA REFLETIR

- Essa atividade tem como objetivo ensinar a leitura de problemas ajudando os (as) estudantes a compreenderem os dados, a pergunta e o que é preciso saber para resolver cada problema, para além de relacionar as unidades de medida metro e quilômetro na resolução de problemas.
- Observe que a maioria dos (as) estudantes não têm dificuldade para ler palavras ou frases, a dificuldade está em articular o texto como um todo. Isso acontece porque o texto do problema tem características próprias e, por isso, sua leitura exige uma forma de ler que precisa ser aprendida nas aulas de matemática.
- A primeira condição para se resolver um problema é a de aceitá-lo como seu. Ou seja, a proposta do problema deve ser tal que mobilize o resolvidor a querer resolvê-lo. Em seguida, é preciso iniciativa no sentido de buscar compreender do que trata o problema, identificando o que se pede, o que se sabe e o que é preciso saber para resolver a situação. O processo de resolução não para aí, mas sem essas duas etapas iniciais, a resolução se torna obrigação, gerando, então, baixo envolvimento, a busca por soluções prontas ou, ainda pior, o abandono rápido à espera de que outra pessoa resolva o problema.

- Circule pela sala, sem interferir nos trabalhos dos grupos, observando de perto o trabalho deles. Anote as diferentes formas utilizadas pelos estudantes para chegar a solução. Observe se eles percebem que para resolver o primeiro problema basta multiplicar $600 \text{ m} \times 7 = 4\ 200 \text{ m}$. Para resolver os problemas 2 e 3 será necessário saber que $1\ 000 \text{ m} = 1 \text{ km}$. Assim, no problema 2, terão que realizar $21\ 000 \text{ m}$: $600 \text{ m} = 35 \text{ dias}$. Já no problema 3, farão $300 \text{ m} \times 200 = 60\ 000 \text{ m}$ e, que $60\ 000 \text{ m}$, equivale a 60 km .
- Se possível, permita que os (as) estudantes utilizem a calculadora na resolução da atividade, uma vez que o foco não está nos cálculos em si, mas no desenvolvimento da estratégia de resolução das situações.

DISCUTA:

- Escolha um grupo para cada um dos problemas propostos. Peça que cada grupo apresente à classe o que identificaram como a pergunta do problema, quais foram os dados usados para a resolução e quais palavras indicam o que foi feito com os dados iniciais para responder à

pergunta.

- Peça também que exponham no quadro a forma como solucionaram o problema. Se surgirem diferentes formas de resolução, solicite que todas sejam apresentadas e promova a discussão das semelhanças e diferenças com a turma.
- Você poderá incentivar o grupo a resolver o mesmo problema em casa, tomando por base a distância entre sua residência e a escola. Discuta sobre como eles podem descobrir essa distância. Aproveite para analisar as questões relacionadas ao tempo também.

AMPLIE

- Caso tenha outros tempos com os estudantes, proponha problemas semelhantes aos que foram explorados em aula para outras grandezas e unidades de medida, a partir das necessidades dos estudantes. Deixamos aqui algumas sugestões:

Coleta de Tampinhas para Reciclagem

- Se você recolhesse 200 gramas de tampinhas de plástico todos os dias, quantos quilos teria ao final de uma semana?
- Quanto tempo levaria para juntar 1 kg de tampinhas?
- Se continuasse coletando 200 gramas de tampinhas diariamente durante um bimestre, qual seria o peso total coletado?

Estudos Noturnos

- Se você estudasse por 40 minutos todas as noites, quanto tempo total teria estudado ao final de uma semana?
- Quanto tempo levaria para acumular 12 horas de estudo?
- Se continuasse estudando 40 minutos por noite durante um mês, quantas horas totalizaria ao final?

Economia de água

- Se cada estudante economizasse 250 ml de água ao fechar a torneira enquanto ensaboa as mãos, quantos litros a turma inteira economizaria em um dia com 30 alunos?
- Quanto tempo levaria para economizar 15 litros de água?
- Se todos mantivessem essa economia diária durante o mês, quantos litros de água seriam poupados?

10 minutos de fluência 2:

Apresente aos (as) estudantes a ficha **10 MINUTOS DE FLUÊNCIA 2 - TRANSFORMANDO METROS EM QUILOMETROS E VICE-VERSA**. Diga que eles têm 5 minutos para completar as igualdades. Ao final, selecione algumas igualdades para discutir com os estudantes a respeito das estratégias utilizadas por eles.

Essa atividade tem como objetivo levar os (as) estudantes a: “Relacionar as unidades de medida de comprimento metro e quilômetro e as relações de igualdade/equivalência”.

Etapa 2: DESENVOLVIMENTO

Aulas 4 e 5 – EXPLORANDO COMPRIMENTOS

INICIE:

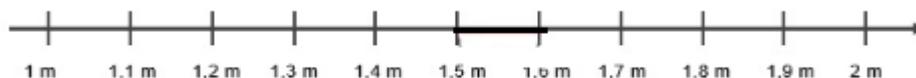
- Que tal explorar um pouco mais a grandeza comprimento com seus (suas) estudantes? A intenção dessa proposta é apresentar o sistema métrico decimal, explorando a leitura,

escrita e comparação de números decimais e sua representação na reta numérica.

- Para essa proposta pedimos que providencie alguns instrumentos de medida. É possível solicitar aos estudantes que também tragam algum tipo de instrumento de medida de comprimento que tenham em casa, como fita métrica, trena, metro de costureira, régua e que tragam para a aula.
- Disponibilize os instrumentos de medida entre os grupos e inicie uma conversa a respeito do que eles sabem sobre esses instrumentos de medida. Permita que manipulem os instrumentos e relatem seus conhecimentos a respeito dos instrumentos, como eles são, quais marcações possuem, onde são utilizados. À medida em que os estudantes contam a respeito, faça em um cartaz num papel tipo pardo o registro das ideias que surgirem sob o título: “O que sabemos sobre medida de comprimento e seus instrumentos”.
- Nessa discussão com a turma, garanta que algumas ideias seja percebidas por eles:
 - O metro está dividido em 100 partes iguais (cada uma delas corresponde a 1 centímetro do metro) – $1\text{ cm} = 1/100\text{ m}$ ou $1\text{ cm} = 0,1\text{ m}$
 - O metro está dividido em 10 partes iguais (cada uma delas corresponde a 10 cm ou 1 decímetro do metro) – $1\text{ dm} = 1/10\text{ m}$ ou $1\text{ dm} = 0,1\text{ m}$
 - O metro está dividido em 1000 partes iguais (cada uma delas corresponde a 1mm ou 1 milímetro do metro) – $1\text{ mm} = 1/1000$ ou $1\text{ mm} = 0,001$

DESENVOLVA:

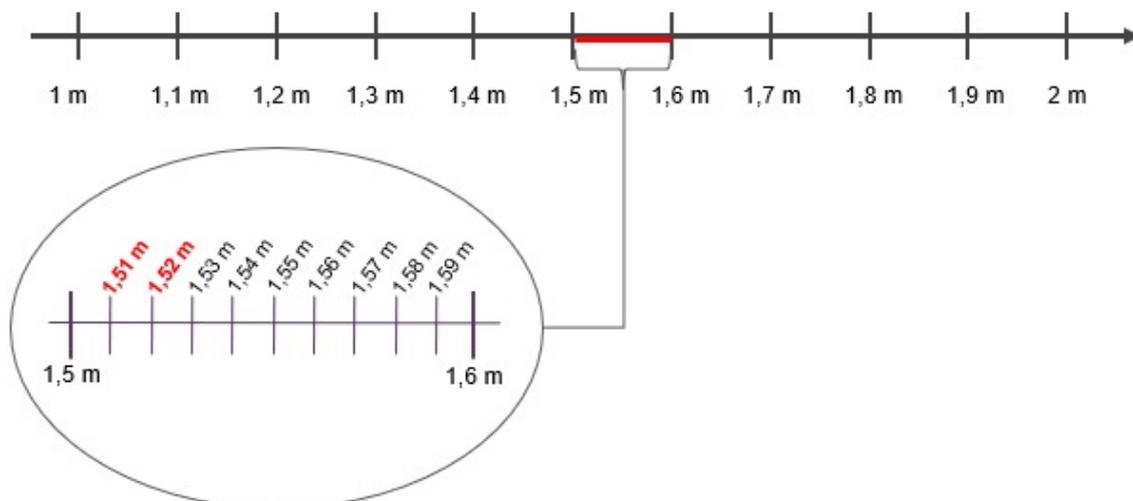
- Peça que os (as) estudantes se organizem em times. Entregue um rolo de barbante e uma tesoura para cada grupo.
- Solicite que realizem as atividades 1 a 3 da **FICHA DE ATIVIDADE EM GRUPO: NOSSAS MEDIDAS**.
- Os (as) estudantes deverão recortar barbantes correspondentes a suas respectivas alturas e utilizar um dos instrumentos de medida para realizar a medição dos seus barbantes.
- Depois, deverão realizar a anotação das suas medidas em uma tabela. Aproveite esse momento para explorar as diferentes formas que os estudantes utilizaram para realizar esse registro: 135 cm ou 1,35 m ou 1 metro e trinta e cinco centímetros ou cento e trinta e cinco centímetros. Problematize: “Estou vendo que o Fernando e João têm a mesma medida, mas o Fernando escreveu 135 cm e o João, 1,35 m! Quem escreveu corretamente sua medida?”
- Reproduza no quadro uma grande reta numerada, conforme proposta na atividade 2 da **FICHA DE ATIVIDADE EM GRUPO: NOSSAS MEDIDAS**. Verifique se os estudantes conhecem o que seja uma reta numérica. Explore os números presentes na reta: “O que significa 1,3m na reta? Como sabemos que essa reta refere-se a medida de comprimento? O que vem antes e depois da medida 1,3 m? Como lemos essa medida? Essa reta tem uma regularidade, qual é? Como ela está dividida?”. “Na reta temos representado 2m, tem outra forma de representar essa medida?” Por que usamos a abreviatura “m” à frente dessas escritas?”
- Após essa exploração, solicite que os(as) estudantes identifiquem em que local da reta está representada a medida da sua altura:



- Problematize: “Vocês acham que a medida da altura da maioria da nossa turma está entre

quais números da reta?” “Será que está mais perto de um número da reta ou de outro? Como podemos saber?”. Por exemplo: “Sofia me disse que mede 1,43m, a representação desta medida está entre quais números na reta numérica? Está mais próximo de 1,4m e 1,5m?”

- Aproveite para discutir o que tem entre dois pontos dessa reta, por exemplo, “Entre 1,5 m e 1,6 m, quais medidas podem estar entre esses números”



- Proponhas outras problematizações de modo coletivo, promovendo a discussão e debate do grupo:
 - Eu tenho 1,64m, em que local desta reta numerada está localizada a minha altura? Está mais perto de 1,6m ou de 1,7m?
 - O professor de Educação Física tem 1,78m. Em que local desta reta numerada está localizada a altura dele? Está mais perto de 1,7m ou de 1,8 m?
- Apresente à turma um quadro mostrando o sistema métrico decimal e com a ajuda do grupo, escreva a altura de um dos (as) estudantes nele, explorando as relações entre as diferentes representações:

| Parte inteira | Parte decimal | | |
|---------------|---------------|------------|-----------|
| | Decímetro | Centímetro | Milímetro |
| 1, | 3 | 5 | |

- podemos ler: 1 metro e 35 centímetros
1 metro e 350 milímetros;
135 centímetros
1350 milímetros
- Explore as diferentes leituras do número e o papel do zero que não está registrado neste quadro.

- Peça que realizem a atividade 4 da **FICHA DE ATIVIDADE EM GRUPO: NOSSAS MEDIDAS**, representando e escrevendo no quadro de ordens do sistema métrico decimal as medidas dos componentes do grupo.

DISCUTA:

- Finalize a aula, retomando o cartaz realizado no início desta atividade, de modo a complementá-lo com novas aprendizagens. É possível realizar essa solicitação para cada time. Deste modo você, verifique a ampliação de conhecimento dos seus (suas) estudantes.
- Solicite que os grupos guardem em um envelope os barbantes com suas medidas, porque elas serão utilizadas na aula de Fechamento desta sequência didática.

AVALIAÇÃO EM PROCESSO:

Propomos que ao final destas duas aulas você realize uma atividade avaliativa para verificar se os conhecimentos dos estudantes.

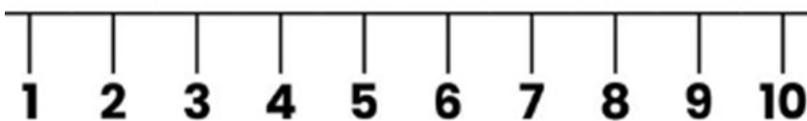
Trata-se de uma proposta avaliativa rápida que os estudantes realizam com a finalidade de verificar o quanto aprenderam da aula. Após análise das produções realizadas pelos estudantes, é possível obter uma série de insights que podem apoiar as discussões da próxima aula. Dessa maneira é possível também acompanhar a aprendizagem de cada estudante e da turma replanejando a estratégia da aula garantindo que nenhum estudante fique para trás em relação à turma que se encontra e que todos consigam avançar em suas aprendizagens matemáticas.

Prepare o início da próxima aula para realizar uma devolutiva da atividade junto aos estudantes por meio de uma Roda de Conversa apontando as estratégias utilizadas, os acertos, os erros e sobretudo como superá-los.

Proposta:

João e Ana mediram o comprimento de duas árvores que estão crescendo rapidamente em uma área da escola. A árvore de João mede 4,5 metros, e a árvore de Ana mede 6,5 metros.

1. Localize as alturas de ambas as árvores na reta numérica.



2. Observando a reta numérica, responda: quantos metros a árvore de Ana é maior em comparação à de João?
3. Se as árvores crescerem 1 metro por mês, qual será o comprimento de cada árvore após 3 meses? Localize essas novas alturas na reta numérica.

AMPLIE:

- Caso tenha outros momentos com os (as) estudantes, amplie a conversa sobre o sistema métrico abordando a história das medidas. Em nossa história, muitos foram os processos de medição e as unidades de medida utilizadas. Apenas no ano de 1960 foi criado o Sistema Internacional (SI), que padronizou as unidades de medida ao redor do mundo. Até então, as civilizações recorreram a formas próprias de medir e registrar o resultado dessa medição.

PARA SABER MAIS

Sugerimos alguns materiais que podem ser consultados e utilizados para essa conversa:

- Livros paradidáticos como: Medindo Comprimentos – Nilson José Machado, publicado pela primeira vez no ano de 1995 pela editora Scipione.

- Vídeos da internet. Sugerimos o vídeo Ciência Explica – “De onde surgiu o Sistema Métrico?”, do canal Click Ciência UFSCar – Universidade Federal de São Carlos disponível em

https://www.youtube.com/watch?v=4A_6UCrzBg

- Caso você não tenha acesso ao livro ou a como projetar o vídeo, você pode ler com os estudantes um texto da internet. Deixamos como sugestão “Medidas Antigas”, de Paulo de Oliveira, da Revista Educação e Matemática da Associação de Professores de Matemática de Portugal (disponível em:

http://www.apm.pt/files/_EM27_pp35-36_4e831074d149a.pdf).

10 minutos de fluência 3:

Apresente aos (as) estudantes a ficha **10 MINUTOS DE FLUÊNCIA - TRANSFORMANDO METROS EM CENTÍMETROS**. Diga que eles têm 5 minutos para completar as igualdades. Ao final, selecione algumas igualdades para discutir com os estudantes a respeito das estratégias utilizadas por eles. Essa atividade tem como objetivo levar os (as) estudantes a: “Relacionar as unidades de medida de comprimento metro e centímetro e as relações de igualdade/equivalência”.

Aula 6 e 7 : Explorando os números decimais – FICHAS SOBREPOSTAS

INICIE:

- Essa proposta tem como objetivo a leitura, escrita, comparação, composição e decomposição de números decimais de diferentes maneiras.

SAIBA MAIS

As fichas sobrepostas (também conhecidas por fichas escalonadas) é um recurso de ampla utilização em sala de aula e muito útil para explorar a decomposição numérica, o princípio aditivo do Sistema de Numeração Decimal e para desenvolver estratégias pessoais de cálculo. Trata-se de um conjunto de fichas numeradas que podem ser colocadas uma sobre as outras para formar diferentes numerais. É comum utilizá-las com foco nos números naturais mas aqui fizemos uma versão para explorar a escrita, leitura, composição e decomposição de números decimais.

Neste caso, o conjunto de fichas é ampliado contendo, também, o conjunto dos décimos, centésimos e milésimos. Veja que as fichas das unidades (inteiros) vêm acompanhadas da vírgula e haverá também:

- Fichas das unidades: 1,; 2,; 3,; 4,; 5,; 6,; 7,; 8, e 9,

- Fichas dos décimos: 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8 e 0,9

- Fichas dos centésimos: 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05; 0,06; 0,07; 0,08 e 0,09

- Fichas dos milésimos: 0,001; 0,002; 0,003; 0,004; 0,005; 0,006; 0,007; 0,008 e 0,009

As fichas devem ser sobrepostas para montar o número desejado

- Peça aos (as) estudantes, que recortem o material da **FICHA DE ATIVIDADE EM GRUPO: FICHAS SOBREPOSTAS** e estimule-os a explorarem livremente o material com seu time. Observe como eles (as) alinham uma ficha ao lado da outra. Caso isso ocorra explique que as fichas devem ser colocadas uma sobre a outra de modo que os algarismos fiquem visualizados;
- Pergunte como eles poderiam organizar os montes com as fichas. Analise se eles agrupam as fichas usando o algarismo diferente de zero ou se utilizam as ordens decimais. Se julgar conveniente auxilie-os para reunir os décimos, os centésimos e os milésimos;

- Mostre algumas fichas para turma e peça para que tentem formar um número usando-as. Por exemplo, suponha que tenha mostrado as fichas:

| |
|----|
| 5, |
|----|

| | |
|----|---|
| 0, | 4 |
|----|---|

| | | |
|----|---|---|
| 0, | 0 | 1 |
|----|---|---|

| | | | |
|----|---|---|---|
| 0, | 0 | 0 | 7 |
|----|---|---|---|

Neste caso espera-se que os(as) estudantes sobreponham as fichas 5,0; 0,4; 0,01 e 0,007 nessa ordem para obter o número 5,417, conforme mostra a figura a seguir:

| | | | |
|----|---|---|---|
| 5, | 4 | 1 | 7 |
|----|---|---|---|

- Pergunte quais fichas foram usadas para compor o número montado anteriormente. No exemplo dado foram utilizadas as fichas 5 inteiros, 4 décimos, 1 centésimo e 7 milésimos.
- Solicite que retomem a **FICHA DE ATIVIDADE EM GRUPO: NOSSAS MEDIDAS** e representem por meio das fichas sobrepostas a medida de cada membro do time.
- Assim que os (as) estudantes estiverem familiarizados com o uso das fichas sobrepostas decimais lance como desafio compor alguns números onde um determinado algarismo ocupe diferentes ordens decimais. Por exemplo, solicite à turma que montem os números 5,1; 0,52; 3,465 e 7,859. Pergunte se eles notaram algo semelhante nos números formados. Espera-se que eles (as) notem que o único algarismo comum aos números é o 5. Assim que eles (as) identificarem isso pergunte se o valor do algarismo 5 é o mesmo em todos os números formados.

| | |
|----|---|
| 5, | 1 |
|----|---|

| | | |
|----|---|---|
| 0, | 5 | 2 |
|----|---|---|

| | | | |
|----|---|---|---|
| 3, | 4 | 6 | 5 |
|----|---|---|---|

| | | | |
|----|---|---|---|
| 7, | 8 | 5 | 9 |
|----|---|---|---|

- Apesar de todos os números terem o algarismo 5, o valor dele em cada número depende da posição ocupada. No número 5,1 o valor do algarismo 5 é 5 inteiros; no caso do número 0,52 vale 5 décimos; em relação à 3,465 o algarismo vale 5 milésimos e em 7,859 seu valor é de 5 décimos.

DESENVOLVA:

- Realize um ditado de números decimais para que os estudantes utilizem as fichas sobrepostas para montar os números ditados. A seguir vemos alguns exemplos de possíveis números ditados e sua respectiva representação usando as fichas sobrepostas.

“Três inteiros e sete décimos”

| | |
|----|---|
| 3, | 7 |
|----|---|

“Cinquenta e três centésimos”

| | | |
|----|---|---|
| 0, | 5 | 3 |
|----|---|---|

“Dois inteiros, quatrocentos e oito milésimos”

| | | | |
|----|---|---|---|
| 2, | 4 | 0 | 8 |
|----|---|---|---|

- Enquanto realiza o ditado verifique se os (as) estudantes utilizam as fichas corretas para compor os números. Pode ocorrer de que ao formar o número três inteiros e sete décimos algum (a) estudante selecione as fichas 3, (três inteiros) e 0,07 (sete centésimos).
- Sugerimos que você mude a estratégia de leitura dos números, anunciando, por exemplo: “4 inteiros, 3 décimos, 2 centésimos e 1 milésimo”. Você também poderá pedir que cada time fale um número para que todos possam montar usando suas fichas. Solicite que eles registrem os números formados em uma tabela em seus cadernos:

| Número | Decomposição | Como se lê esse número |
|--------|--------------|------------------------------|
| 3,7 | $3 + 0,7$ | três inteiros e sete décimos |
| 0,53 | $0,5 + 0,03$ | Cinquenta e três centésimos |

- Os estudantes poderão também colocar os números ditados em ordem crescente ou decrescente e ainda localizá-los em uma reta numérica previamente organizada por você.

VALE REFLETIR! POSSÍVEIS ERROS DOS ESTUDANTES!

Uma das dificuldades enfrentadas pelos(as) estudantes é a comparação de números com casas decimais. Muitos desenvolvem conceitos equivocados, como a ideia de que o comprimento do número determina seu valor, levando-os a pensar, por exemplo, que 0,185 é maior que 2. Outros não têm clareza sobre a diferença entre números como 2,05 e 2,5, muitas vezes confundindo-os como

iguais. Por isso, sempre que possível, é recomendável retomar o uso do quadro de ordens, as fichas sobrepostas e da reta numérica. Esses recursos são valiosos para ajudar a desfazer aprendizagens inadequadas que podem estar bem enraizadas. Dessa forma, é importante desestabilizar essas crenças com frequência, utilizando questionamentos e confrontações com o apoio desses materiais.

DISCUTA:

- Reúna os (as) estudantes para discutir alguns números representados com as fichas sobrepostas, sua decomposição e leitura. Questione-os (se possível, utilizando os números ditados):
 - O que foi mais desafiador: montar o número, escrever a decomposição ou sua leitura?
 - Quais números tiveram mais dificuldade de escrever e decompor? Por quê?
 - Qual número é maior: 1,65 ou 1,4? Como vocês sabem?
 - Qual o valor do algarismo 4 nestas duas escritas: 1,46 e 1,64? O que muda? O que permanece?
- Finalize a atividade solicitando que os (as) estudantes resolvam individualmente os problemas propostos na **FICHA DE ATIVIDADE: EXPLORANDO AS FICHAS SOBREPOSTAS**. Este é um Teste Relâmpago. Recolha a ficha para sua análise e avaliação.

AVALIAÇÃO EM PROCESSO – TESTE RELÂMPAGO

Professor (a) essa é uma proposta diagnóstica rápida que os estudantes realizam com a finalidade de verificar o quanto aprenderam da aula. Após análise das produções realizadas pelos estudantes, é possível obter uma série de *insights* que podem apoiar as discussões da próxima aula. Dessa maneira é possível também acompanhar a aprendizagem de cada estudante e da turma replanejando a estratégia da aula garantindo que nenhum estudante fique para trás em relação à turma que se encontra e que todos consigam avançar em suas aprendizagens matemáticas.

Prepare o início da próxima aula para realizar uma devolutiva da atividade junto aos estudantes por meio de uma Roda de Conversa apontando as estratégias utilizadas, os acertos, os erros e sobretudo como superá-los.

10 minutos de fluência 4:

Essa atividade poderá ser realizada ao final desta aula ou no início da próxima como retomada das aprendizagens realizadas. Entregue aos (as) estudantes a **FICHA DE ATIVIDADE: DECOMPONDO NÚMEROS DECIMAIS**. Diga que eles têm 5 minutos para completar as igualdades. Ao final, selecione algumas igualdades para discutir com os estudantes a respeito das estratégias utilizadas por eles. Essa atividade tem como objetivo levar os (as) estudantes a: “Ler, escrever, compor e decompor números decimais, observando a equivalência entre as escritas”.

Etapa 3: SISTEMATIZAÇÃO

Aula 8 e 9: Minha altura, minha obra

PARA SUA MEDIAÇÃO

Você poderá planejar essa aula em conjunto com o (a) professor(a) de Arte da sua escola. A ideia é iniciar com uma Nutrição Estética da série Alturas das obras do artista Alex Flemming.

Para ter acesso às obras, clique no endereço:

<https://alexflemming.com.br/project/alturas/>

Providencie para cada grupo papéis de 2m de comprimento, cola, rolos e pincéis, tintas de cores diversas, canetinhas, retalhos de papéis coloridos ou outros que desejar.

Nesta aula os (as) estudantes vão utilizar os barbantes com suas respectivas alturas obtidos na Aula 3: Explorando comprimentos.

- Acesse o conjunto de obras da série Alturas do artista Alex Fleming. Organize um espaço de projeção amplo e realize algumas problematizações, visando inserir os estudantes num processo de nutrição estética
 - Porque vocês acham que o título dessa série chama-se Alturas?
 - O que você imagina que ele está representando?
 - O que elas têm em comum?
 - O artista também preparou o fundo dessa obra, como ele é?
 - Quais são as cores?
 - O que você sente quando olha para essa obra?
 - Tem ideia da sua dimensão?
- Apresente um pouco sobre o artista para a turma.

SAIBA MAIS

SOBRE ALEX FLEMING

Paulistano, descendente da junção de uma família tradicional paulista com família de origem alemã, nascido em 1954, estudou arquitetura, mas não concluiu o curso nem se dedicou a construir casas e edifícios. Passou a registrar suas impressões da vida pintando, desenhando, gravando.

Flemming é um artista de experimentação constante. Sua obra fala sobre a condição humana, sobre anatomia e emoção, sobre corpo e palavra. Mesmo quando representa roupas e móveis, está pensando em aspectos da vida humana.

Em uma de suas obras da série alturas, Flemming representa a altura real de algumas pessoas: Paulo Caruso, Lívio Tragtenberg, Bete Coelho, Giulia Gam, Júlio Bressane, Horácio Costa. Cada linha representa uma dessas pessoas. Você pode imaginar o tamanho deste quadro?

SOBRE NUTRIÇÃO ESTÉTICA:

No campo da arte, a "nutrição estética" conforme abordado por Gisa Picosque refere-se ao processo de alimentar e enriquecer o repertório estético e cultural dos indivíduos. Para Picosque, a nutrição estética é uma maneira de promover a sensibilidade, o olhar crítico e a capacidade de apreciação das obras artísticas. Esse conceito é importante na educação artística, pois busca expandir o entendimento e a apreciação dos estudantes, nutrindo-os com experiências visuais, sensoriais e reflexivas, fundamentais para uma compreensão mais ampla do mundo da arte.

A ideia central é que, assim como o corpo precisa de nutrientes para crescer e se desenvolver, o campo estético também exige estímulos e vivências que alimentem a percepção, a interpretação e a capacidade de expressão criativa das pessoas. Isso pode ser feito por meio da exposição a diferentes estilos artísticos, movimentos culturais, artistas variados e discussões críticas sobre a arte, tudo com o objetivo de formar um olhar mais sensível e enriquecido culturalmente.

- **Agora é com você!** Convide os (as) estudantes a produzirem uma obra do seu time, utilizando os barbantes guardados da aula 3.
- Com tinta em mãos, instigue o grupo a realizar um fundo bem colorido para sua obra 3. Ela pode conter algo que seja significativo para o grupo. Eles (as) também devem decidir de que modo colocarão o barbante com suas alturas na obra: esticados? Enrolados, entrelaçados?

Essa é uma decisão do grupo.

- Convide os (as) estudantes a darem um título à sua obra e expô-las em algum lugar da escola para a apreciação de todos.

Aula 10 – O NOSSO PROBLEMA É...

INICIE:

- Essa é uma proposta de problema que chamamos de problemas não convencionais.

VALE REFLETIR

Esse tipo de problema é importante por não permitir o desenvolvimento de crenças inadequadas à aprendizagem de matemática pelos (as) estudantes. Mas, além disso, é com esse tipo de problema que podemos trabalhar com maior liberdade as habilidades de pensamento sem eventuais dificuldades de conteúdo específico que os(as) estudantes podem trazer em sua formação.

Trabalhar habilidades de pensamento nos permite desenvolver também algumas atitudes - como é o caso da organização e da dedicação para aprender - que são o foco do tipo de problema que apresentamos nessa atividade.

- Os chamados problemas de travessia têm sua origem em escritos bem antigos e formulações diversas. Os primeiros deles de que se tem registro aparecem em pergaminhos que datam do século 9. O que os caracteriza é o fato de que em sua resolução é preciso organizar as idas e vindas das pessoas, objetos, animais etc. até se completar uma travessia sempre com algumas limitações dependendo de cada situação problema.
- O problema selecionado exige o raciocínio lógico dedutivo, e não há uma forma correta de resolução. Ele exigirá dos(as) estudantes algum registro organizado para controlar todos os dados e possibilidades de movimento para realizar a travessia. No entanto, não há uma forma fixa para esse tipo de registro, ele pode ser uma tabela, um diagrama, um texto explicativo de cada etapa da travessia, uma dramatização etc.

DESENVOLVA:

- Apresente o desafio que se encontra FICHA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: TRAVESSIA e uma folha de papel branco para realizarem o registro da solução da dupla.
- Primeiramente, peça que cada estudante se certifique de que entendeu o texto do problema, para depois discutir com o(a) colega de dupla como buscar uma resolução.
- Estabeleça o tempo necessário para que todos possam pensar sobre o problema.
- Esclareça que para resolver este problema é preciso dedicação e organização porque um bom registro é essencial para se encontrar a solução.
- Acompanhe os trabalhos, percorrendo a sala e observando como os (as) estudantes registram suas soluções. Observe se eles fazem listas, desenhos, tabelas etc. porque é muito importante que na socialização dos resultados eles possam conhecer outras formas de registro, além da que utilizaram na dupla.

DISCUTA:

- Prepare um painel e peça que as duplas cole suas soluções nele.
- O foco não está na resolução correta do problema, mas em articular uma forma de organizar os dados e desenhar uma possível solução.
- Discuta os diferentes recursos utilizados pelas duplas. Selecionem uma estratégia para que possam fazer uma encenação da situação e verificar por esse meio se ela chega a uma

possível solução.

AVALIAÇÃO FINAL

Para finalizar essa Sequência didática, sugerimos que os estudantes realizem uma avaliação do trabalho realizado.

- É hora de pensar: Qual foi a atividade que mais gostamos? Como foi trabalhar com seu time? O que aprendemos de matemática? O que aprendemos sendo protagonistas?
- Depois será momento de conversar, trocar opiniões e avaliar!
- Solicite que os (as) estudantes respondam com sinceridade as questões a seguir:
 - De qual das ATIVIDADES dessa Sequência Didática você mais gostou de realizar? Por quê?
 - Como você avalia a SUA PARTICIPAÇÃO nas aulas do clube de Letramento Matemático? Por quê?
 - O que você prefere, trabalhar INDIVIDUALMENTE ou em QUARTETO? Por quê? O que não foi bom? Por quê?
 - Como você avalia a atuação do(a) PROFESSOR(A) nas aulas do Clube de Letramento Matemático? Por quê?
 - O que você aprendeu de MATEMÁTICA durante as atividades desta Sequência Didática do Clube? Ficou alguma dúvida?
- Forme uma roda e converse com os estudantes sobre suas percepções em relação a cada pergunta. É importante que o clima instalado na sala seja de troca, escuta e envolvimento, de modo que os(as) estudantes não se sintam receosos em fazer suas observações. Deixe-os à vontade para falar e nem todos precisam falar sobre todas as questões. Cuide apenas para que não sejam os mesmos a expor suas ideias e opiniões.
- Recolha todas as avaliações, pois elas podem ser bastante úteis para você durante o trabalho do ano. Parabenize a turma e esclareça que todos são importantes no Clube e ouvi-los é essencial para o avanço e aprendizagem em matemática.

ANTES DE FINALIZAR O TRABALHO COM ESTA SEQUÊNCIA DIDÁTICA:

- *Retome suas anotações, observações e análise das avaliações em processo realizadas pelos seus estudantes. Verifique se é necessário, retomar, ampliar as propostas realizadas para garantir que todos aprendam.*
- *Verifique se a composição dos grupos para essa sequência didática funcionou e o que ainda precisa ser levado em consideração para a próxima Sequência.*

REFERÊNCIAS

- BOALER, Jo. Mentalidades matemáticas na sala de aula: ensino fundamental Porto Alegre : Penso, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, DF: MEC, 2018.
- DINIZ, Maria. Ignez. et al. A matemática das sete peças do Tangram. 4. ed. São Paulo: CAEM-IME/USP, 2006.
- FAINGUELERNT, Estela Kaufman; NUNES, Katia Regina Ashton. Fazendo arte com a matemática. Porto Alegre: Penso, 2015.

- MISSE, Bruno Henrique La Briola et al. O Tangram como recurso para o trabalho com leitura e escrita nas aulas de matemática. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba: 18 a 21 de julho de 2013. ISSN 2178-034X.
- NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (Org.). Escritas e leituras na educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.). Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.
- WALLE, John A. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. Capítulo 18: Os conceitos de decimal, porcentagem e cálculo decimal; Capítulo 20: Desenvolvendo conceitos de medida. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ENTREGA PARCIAL