

Excitação de Ondas Magnetohidrodinâmicas (MHD) através de Ondas Gravitacionais produzidas por Binárias de Estrelas de Nêutrons

Adam S. Gontijo Oswaldo D. Miranda

Divisão de Astrofísica
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais

Workshop, 2015

ROTEIRO

- 1 INTRODUÇÃO
- 2 GAMMA-RAY BURST
 - Estrutura do GRB
- 3 ONDAS GRAVITACIONAIS
 - Visão Geral
 - Equação de Campo de Einstein Linearizada
 - Sistema Binário de ENs
- 4 TEORIA MHD
 - Plasma como um único fluido neutro condutor
 - Equações MHD da Relatividade Geral - GRM
 - Ondas GRM
- 5 OBJETIVOS CIENTÍFICOS

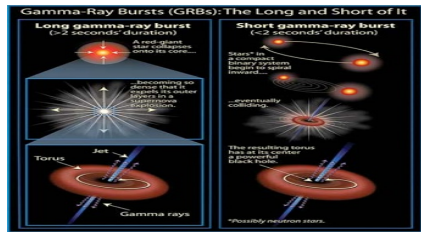


ESTRUTURA DO GRB

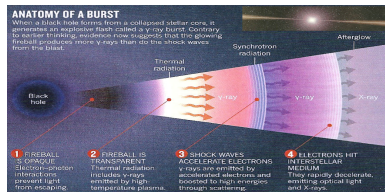
- Duração entre ~ 1 mseg e 1000 seg
- Energia entre $\sim 100\text{KeV}$ e 1MeV
- GRBs de curta duração ($t \lesssim 2$ seg): EN-EN e BN-EN

(Kouveliotou et al. 1993)

- Outflow (Mészáros 2006)
 - Luminosidade: 10^{47} e $10^{54} \text{ ergs}^{-1}$
 - Fluence: 10^{49} e 10^{55} erg
 - Fator de Lorentz: $\Gamma \sim 100 - 1000$
- (Lü et al. 2012)



Fonte: ecup.lib.uchicago.edu



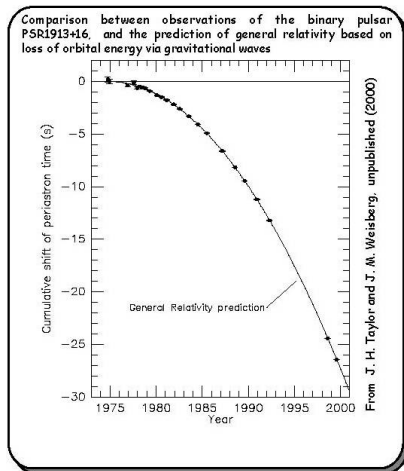
Fonte: universe-review.ca

FATOR DE LORENTZ

- Contaminação de Bárions
(Zhang 2011)
- Dissipação Magnética e Reconexão das linhas de campo
(Parker 1957)
- Ondas Alfvén
(Moortgat, Kuijpers 2003)

VISÃO GERAL

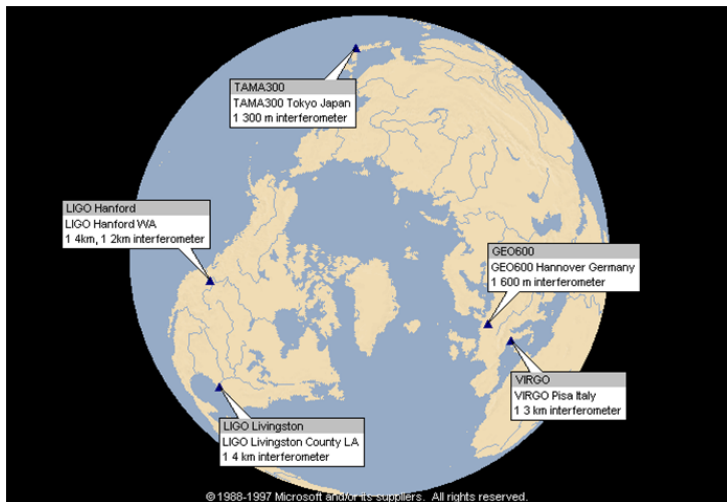
- Primeira Evidência das OGs com a binária de pulsares PSR 1913+16 (Weisberg & Taylor, 2005)



ONDA GRAVITACIONAL

- Onda Transversal
- Oposta e ao longo dos eixos ortogonais (Trace-free)
- Duas polarizações: '+' e '×'
- Objetos Astronômicos
 - Supernovas de Colapso Nuclear
 - Rotação de EN com pequena assimetria em sua forma
 - Coalescência de binárias compactas

DETECTORES DE OGS



TEORIA DA RELATIVIDADE LINEARIZADA

Equação de Campo de Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{-8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

onde a métrica é: $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \varepsilon h_{\mu\nu}$

Equação da Onda para campos fracos em gauge TT

$$\square h_{ab}^{TT} = \frac{-16\pi G}{c^4}T_{ab}$$

A onda gravitacional plana no gauge TT:

$$h_{\mu\nu}^{TT}(t, z) = h_{\mu\nu}^{TT}(t - z/c) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_x & 0 \\ 0 & h_x & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE ONDA

A solução da Equação de Onda

$$h_{ab}^{TT}(t, \vec{r}) = \frac{1}{r} \frac{2G}{c^4} \ddot{Q}_{ab}^{TT}(t - r/c)$$

onde

$$Q^{ab} \equiv \int \rho(t, \vec{r}) \left(x^a x^b - \frac{1}{3} r^2 \delta^{ab} \right) d^3x$$

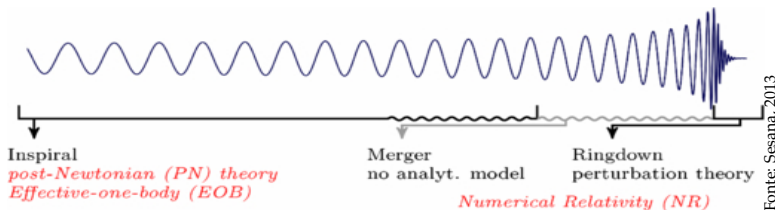
EMISSÃO DE UM SISTEMA BINÁRIO

Onda Gravitacional Plana em função do tempo de coalescência

$$h_+(t) = \frac{1}{r} \left(\frac{GM_c}{c^2} \right)^{5/4} \left(\frac{5}{c\tau} \right)^{1/4} \left(\frac{(1 + \cos^2(l))}{2} \right) \cos(\phi(\tau))$$

$$h_\times(t) = \frac{1}{r} \left(\frac{GM_c}{c^2} \right)^{5/4} \left(\frac{5}{c\tau} \right)^{1/4} \cos(l) \sin(\phi(\tau))$$

onde a Massa "chirp" $\Rightarrow M_c = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}}$



EMIÇÃO DE UM SISTEMA BINÁRIO

A frequência orbital do movimento circular orbital

$$f_{OG}(\tau) \simeq 134\text{Hz} \left(\frac{1.21M_{\odot}}{M_c} \right)^{5/8} \left(\frac{1\text{s}}{\tau} \right)^{3/8}$$

Energia total radiada durante a fase inspiral

$$\Delta E_{rad} \sim 4.2 \times 10^{-2} M_{\odot} c^2 \left(\frac{M_c}{1.21M_{\odot}} \right)^{5/3} \left(\frac{2 * (f_s)_{ISCO}}{1\text{kHz}} \right)^{2/3}$$

onde a frequência da última órbita mais estável (ISCO = Inner-Most Stable Circular Orbit):

$$(f_s)_{ISCO} \simeq 2.2\text{kHz} \left(\frac{M_{\odot}}{m} \right)$$

PLASMA COMO UM ÚNICO FLUIDO NEUTRO CONDUTOR

- Equação de Movimento
 - Neutralidade macroscópica, $\rho = 0$
- Equação da Energia
 - Viscosidade desprezível, $\nabla \mathbf{p} = p\mathbf{I}$
 - Dissipação Joule, $\vec{j} \cdot \vec{E} = 0$
 - Sem fluxo de calor, $\vec{q} = 0$
- Lei de Ohm
 - Desconsiderar os termos $\frac{\partial \vec{j}}{\partial t}, \nabla \mathbf{p}_e$
 - Desprezar termo Hall, $\vec{j} \times \vec{B}$
 - Altamente Condutor $\delta \rightarrow \infty$

FORMALISMO 3+1

Considerando um referencial se movendo com velocidade \vec{u} , o sistema de coordenadas desse referencial é dado:

$$\hat{e}_0 = \left(\frac{\partial}{\partial t}, 0, 0, 0 \right)$$

$$\hat{e}_1 = \left(0, \left[1 - \frac{h_+}{2} \right] \frac{\partial}{\partial x}, \frac{-h_\times}{2} \frac{\partial}{\partial y}, 0 \right)$$

$$\hat{e}_2 = \left(0, \frac{-h_\times}{2} \frac{\partial}{\partial x}, \left[1 + \frac{h_+}{2} \right] \frac{\partial}{\partial y}, 0 \right)$$

$$\hat{e}_3 = \left(0, 0, 0, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

Com a métrica em termos das polarizações da perturbação h:

$$g_{TT}^{ab}(t, z) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & 1 - h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

GRM - FLUIDO MAGNETIZADO

Equação Adiabática

$$\nabla p^{(1)} = c_s^2 \nabla \mu^{(1)}$$

$$c_s^2 = \frac{\gamma p^{(0)}}{\omega^{(0)}}$$

$$\omega^{(0)} = \mu^{(0)} + p^{(0)}$$

$$\mu = \rho_m + \frac{p}{\gamma - 1}$$

Fluido Magnetizado

$$\frac{\partial \rho_m^{(1)}}{\partial t} + \rho_{m0} \nabla \cdot \vec{v}^{(1)} = 0$$

$$(\mu^{(0)} + p^{(0)}) \frac{\partial \vec{v}^{(1)}}{\partial t} + \nabla p^{(1)} = \vec{j}_m^{(1)} \times \vec{B}^{(0)}$$

$$\frac{\partial p^{(1)}}{\partial t} + \gamma p^{(0)} \nabla \cdot \vec{v}^{(1)} = 0$$

GRM-ELETROMAGNETISMO

Eletromagnetismo

$$\nabla \times \vec{E}^{(1)} + \frac{\partial \vec{B}^{(1)}}{\partial t} = -\vec{J}_B^{(1)}$$

$$\nabla \times \vec{B}^{(1)} - \frac{\partial \vec{E}^{(1)}}{\partial t} = 4\pi \vec{J}_m^{(1)} + \vec{J}_E^{(1)}$$

$$\nabla \cdot \vec{E}^{(1)} = 4\pi \rho^{(1)}$$

Termos de OGs

$$\vec{J}_B^{(1)} = -\frac{B_x^{(0)}}{2} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} h_x \\ h_\times \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{J}_E^{(1)} = \frac{B_x^{(0)}}{2} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} -h_\times \\ h_+ \\ 0 \end{pmatrix}$$

Lei de Ohm generalizada

$$\vec{E}^{(1)} = -\vec{v}^{(1)} \times \vec{B}^{(0)}$$

ONDAS GRM

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - u_m^2 \nabla \nabla \cdot \right) \vec{v}^{(1)} - \left[\vec{u}_A \frac{\partial^2}{\partial t^2} - (\vec{u}_A \cdot \nabla) \nabla \right] \vec{v}^{(1)} \cdot \vec{u}_A \\ & = (\vec{u}_A \cdot \nabla)^2 \vec{v}^{(1)} - \vec{u}_A (\vec{u}_A \cdot \nabla) (\nabla \cdot \vec{v}^{(1)}) \\ & + \frac{1}{\sqrt{4\pi\omega_{tot}}} \left[\nabla (\vec{u}_A \cdot \vec{J}_B^{(1)}) - \frac{\partial}{\partial t} (\vec{J}_E^{(1)} \times \vec{u}_A) - (\vec{u}_A \cdot \nabla) \vec{J}_B^{(1)} \right] \end{aligned}$$

onde

$$u_A^2 = \frac{|B^{(0)}|^2}{4\pi\omega_{tot}}$$

$$u_m^2 = \frac{\gamma p^{(0)}}{\omega_{tot}} + \frac{|B^{(0)}|^2}{4\pi\omega_{tot}}$$

$$\omega_{tot} = \omega^{(0)} + \frac{|B^{(0)}|^2}{4\pi}$$

RELAÇÃO DE DISPERSÃO

Supondo $h_{+, \times} \propto e^{i\omega(z-t)}$

$$D\vec{\sigma}^{(1)} = \mathbf{J}_{OG}^{(1)}$$

$$D = \begin{pmatrix} \omega^2(1 - u_{A\perp}^2) - k^2 u_{A\parallel}^2 & 0 & -(\omega^2 - k^2)u_{A\parallel}u_{A\perp} \\ 0 & \omega^2 - k^2 u_{A\parallel} & 0 \\ -(\omega^2 - k^2)u_{A\parallel}u_{A\perp} & 0 & \omega^2(1 - u_{A\parallel}^2) - k^2(u_m^2 - u_{A\parallel}^2) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{OG}^{(1)} = -\frac{i\omega^2 u_{A\perp}}{\omega - k} \begin{pmatrix} u_{A\parallel} h_+ \\ u_{A\parallel} h_\times \\ -u_{A\perp} h_+ \end{pmatrix}$$

SOLUÇÕES DA RELAÇÃO DE DISPERSÃO

Ondas Alfvén

$$\omega = \pm k_A u_{A\parallel}$$



Figura 3 - Propagação de uma onda Alfvén. Representação das linhas de campo magnético congeladas a um plasma com movimento oscilatório.

Ondas *Slow, Fast* Magnetosônicas

$$\omega = \pm \frac{k_{s,f}}{\sqrt{2}} \sqrt{(u_m^2 + c_s^2 u_{A\parallel}^2)} \sqrt{1 \pm \sqrt{(1 - \sigma)}}$$

onde $\sigma(\theta) \equiv \frac{4c_s^2 u_{A\parallel}^2}{(u_m^2 + c_s^2 u_{A\parallel}^2)^2}$

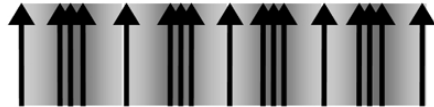


Figura 4 - Onda magnetosônica propagando-se paralelamente ao campo magnético. Observemos as compressões e rarefações de linhas de força e do fluido condutor. Fluido e linhas de força movem-se juntos (situação de congelamento do plasma).

SOLUÇÕES NO ESPAÇO DE LAPLACE E NO ESPAÇO-TEMPO

Com a inversa de D , vem:

$$v_i^{(1)} = (D^{-1}J_{OG}^{(1)})_i$$

$$\frac{B_y^{(1)}}{B_x^{(0)}} = \frac{h \times}{4} \left[\frac{1 - u_{A\parallel}}{1 + u_{A\parallel}} e^{i\phi_A^-} + \frac{1 + u_{A\parallel}}{1 - u_{A\parallel}} e^{i\phi_A^+} - \frac{1 + u_{A\parallel}^2}{1 - u_{A\parallel}^2} 2e^{i\phi_g} \right]$$

E são obtidos, por exemplo:

$$v_y^{(1)}(k, \omega) = -\frac{i h \times \omega u_{A\parallel} u_{A\perp}}{2 \omega^2 - k^2 u_A^2} \frac{\omega + k}{\omega - k}$$

onde $k_A = \omega / u_{A\parallel}$, $\phi_A^\pm = \pm k_{Az} - \omega t$ e $\phi_g = \omega(z - t)$

$$B_y^{(1)}(k, \omega) = -v_y^{(1)}(k, \omega) \frac{B_x^{(0)}}{u_{A\parallel} u_{A\perp}} \frac{\omega + k u_{A\parallel}^2}{\omega + k}$$

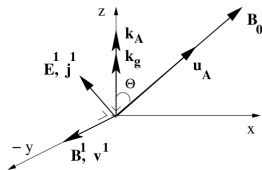


Figure 4.1: Orientation of the perturbations in the Alfvén mode

CONSEQUÊNCIAS

- Para interagir coerentemente com a OG, $v_{ph} = u_A \cos\theta \sim c$
- $k_A \parallel B_x^{(0)}$
- $\frac{B_y^{(1)}(z,t)}{B^{(0)}} = -v_y^{(1)}(z,t) \sim \frac{\theta h_x}{2} \omega z \mathfrak{S}[e^{i\phi_g}]$
- $v_y^{(1)}(z,t) \approx -\frac{h_x u_{A\perp}}{4\Gamma^2} \omega z \mathfrak{S}[e^{i\phi_g}]$

OBJETIVOS CIENTÍFICOS

- Aprofundamento do cenário apresentado
- Variar h no tempo durante a fase *inspiral*
- Energia integrada da coalescência depositada na Fireball
- Comparar com altos fatores de Lorentz em GRBs
- Aproximações pós-Newtonianas