

# Colapso gravitacional de uma distribuição de matéria politrópica na formulação de características nulas orientadas para o futuro

Carlos Eduardo Cedeño Montaña

Orientador : Dr. José Carlos Neves de Araújo

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
São José dos Campos - São Paulo  
Brasil

# Colapso gravitacional de uma distribuição de matéria politrópica na formulação de características nulas orientadas para o futuro

Carlos Eduardo Cedeño Montaña

Orientador : Dr. José Carlos Neves de Araújo

## Resumo

São apresentadas as equações de campo de Einstein na formulação de características nulas orientadas para o futuro, na aproximação linear. As variáveis métricas são fortemente restrinvidas, com o objetivo de desacoplar, pelo menos nas variáveis angulares, o sistema de equações diferenciais parciais de primeira ordem. É apresentado um esquema de integração do sistema que atualmente está sendo implementado.

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
São José dos Campos - São Paulo  
Brasil

# Problema de Valor Inicial

## Problema de Valor Inicial

- ▶ Evolução temporal da hidrodinâmica de uma distribuição de matéria

## Problema de Valor Inicial

- ▶ Evolução temporal da hidrodinâmica de uma distribuição de matéria
  - Sistemas binários com transferência de massa

## Problema de Valor Inicial

- ▶ Evolução temporal da hidrodinâmica de uma distribuição de matéria
  - Sistemas binários com transferência de massa
  - Condições iniciais + condições de contorno

## Problema de Valor Inicial

- ▶ Evolução temporal da hidrodinâmica de uma distribuição de matéria
  - Sistemas binários com transferência de massa
  - Condições iniciais + condições de contorno
  - Condições iniciais  $\Rightarrow$  problema de dado inicial

## Problema de Valor Inicial

- ▶ Evolução temporal da hidrodinâmica de uma distribuição de matéria
  - Sistemas binários com transferência de massa
  - Condições iniciais + condições de contorno
  - Condições iniciais  $\Rightarrow$  problema de dado inicial
- ▶ **Obtenção do dado inicial** para o problema de binárias com transferência de massa (no contexto da relatividade geral )

## Problema de Valor Inicial

- ▶ Evolução temporal da hidrodinâmica de uma distribuição de matéria
  - Sistemas binários com transferência de massa
  - Condições iniciais + condições de contorno
  - Condições iniciais  $\Rightarrow$  problema de dado inicial
- ▶ **Obtenção do dado inicial** para o problema de binárias com transferência de massa (no contexto da relatividade geral )
- ▶ Alvo: Dado inicial i.e., Configuração estável que possa representar uma estrela (neste caso de férmons)

## Problema de Valor Inicial

- ▶ Evolução temporal da hidrodinâmica de uma distribuição de matéria
  - Sistemas binários com transferência de massa
  - Condições iniciais + condições de contorno
  - Condições iniciais  $\Rightarrow$  problema de dado inicial
- ▶ **Obtenção do dado inicial** para o problema de binárias com transferência de massa (no contexto da relatividade geral )
- ▶ Alvo: Dado inicial i.e., Configuração estável que possa representar uma estrela (neste caso de férmons)
- ▶ Evolução temporal de uma distribuição de matéria (assimétrica) que obedece uma equação de estado politrópica

# Equações de Campo de Einstein

## Equações de Campo de Einstein

Em unidades geometrizadas ( $c = G = 1$ ) as equações de campo são escritas como

$$\mathbf{G} = 8\pi\mathbf{T} \quad (1)$$

## Equações de Campo de Einstein

Em unidades geometrizadas ( $c = G = 1$ ) as equações de campo são escritas como

$$\mathbf{G} = 8\pi \mathbf{T} \quad (1)$$

usando uma base coordenada local  $dx^\mu$

$$\mathbf{G} = G_{\mu\nu} \textcolor{blue}{dx^\mu dx^\nu}, \quad \mathbf{T} = T_{\mu\nu} \textcolor{blue}{dx^\mu dx^\nu} \quad (2)$$

## Equações de Campo de Einstein

Em unidades geometrizadas ( $c = G = 1$ ) as equações de campo são escritas como

$$\mathbf{G} = 8\pi \mathbf{T} \quad (1)$$

usando uma base coordenada local  $dx^\mu$

$$\mathbf{G} = G_{\mu\nu} \textcolor{blue}{dx^\mu dx^\nu}, \quad \mathbf{T} = T_{\mu\nu} \textcolor{blue}{dx^\mu dx^\nu} \quad (2)$$

portanto

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}, \quad (3)$$

## Equações de Campo de Einstein

Em unidades geometrizadas ( $c = G = 1$ ) as equações de campo são escritas como

$$\mathbf{G} = 8\pi \mathbf{T} \quad (1)$$

usando uma base coordenada local  $dx^\mu$

$$\mathbf{G} = G_{\mu\nu} \textcolor{blue}{dx^\mu dx^\nu}, \quad \mathbf{T} = T_{\mu\nu} \textcolor{blue}{dx^\mu dx^\nu} \quad (2)$$

portanto

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}, \quad (3)$$

mas

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R, \quad R = R^\mu_\mu, \quad R_{\mu\nu} := R_{\mu\nu}(g_{\mu\nu}, g_{\mu\nu,\gamma}, g_{\mu\nu,\gamma\delta}) \quad (4)$$

## Equações de Campo de Einstein

Em unidades geometrizadas ( $c = G = 1$ ) as equações de campo são escritas como

$$\mathbf{G} = 8\pi \mathbf{T} \quad (1)$$

usando uma base coordenada local  $dx^\mu$

$$\mathbf{G} = G_{\mu\nu} \textcolor{blue}{dx^\mu dx^\nu}, \quad \mathbf{T} = T_{\mu\nu} \textcolor{blue}{dx^\mu dx^\nu} \quad (2)$$

portanto

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}, \quad (3)$$

mas

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R, \quad R = R^\mu_\mu, \quad R_{\mu\nu} := R_{\mu\nu}(g_{\mu\nu}, g_{\mu\nu,\gamma}, g_{\mu\nu,\gamma\delta}) \quad (4)$$

enquanto que

$$T_{\mu\nu} = (\rho + P)u_\mu u_\nu - Pg_{\mu\nu} \quad (5)$$

## Equações de Campo de Einstein

Em unidades geometrizadas ( $c = G = 1$ ) as equações de campo são escritas como

$$\mathbf{G} = 8\pi \mathbf{T} \quad (1)$$

usando uma base coordenada local  $dx^\mu$

$$\mathbf{G} = G_{\mu\nu} \textcolor{blue}{dx^\mu dx^\nu}, \quad \mathbf{T} = T_{\mu\nu} \textcolor{blue}{dx^\mu dx^\nu} \quad (2)$$

portanto

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}, \quad (3)$$

mas

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R, \quad R = R^\mu_\mu, \quad R_{\mu\nu} := R_{\mu\nu}(g_{\mu\nu}, g_{\mu\nu,\gamma}, g_{\mu\nu,\gamma\delta}) \quad (4)$$

enquanto que

$$T_{\mu\nu} = (\rho + P)u_\mu u_\nu - Pg_{\mu\nu} \quad (5)$$

onde

$$P = \rho^\Gamma \quad (6)$$

## Equações de Campo de Einstein

Em unidades geometrizadas ( $c = G = 1$ ) as equações de campo são escritas como

$$\mathbf{G} = 8\pi \mathbf{T} \quad (1)$$

usando uma base coordenada local  $dx^\mu$

$$\mathbf{G} = G_{\mu\nu} \textcolor{blue}{dx^\mu dx^\nu}, \quad \mathbf{T} = T_{\mu\nu} \textcolor{blue}{dx^\mu dx^\nu} \quad (2)$$

portanto

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}, \quad (3)$$

mas

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R, \quad R = R^\mu_\mu, \quad R_{\mu\nu} := R_{\mu\nu}(g_{\mu\nu}, g_{\mu\nu,\gamma}, g_{\mu\nu,\gamma\delta}) \quad (4)$$

enquanto que

$$T_{\mu\nu} = (\rho + P)u_\mu u_\nu - Pg_{\mu\nu} \quad (5)$$

onde

$$P = \rho^\Gamma \quad (6)$$

Eqs. de Campo  $\implies$  SEDP de segunda ordem acoplado em todas as variáveis!!

## Problema de dado inicial

## Problema de dado inicial

- Problemas:

## Problema de dado inicial

- Problemas:
  - Equações de campo covariantes

## Problema de dado inicial

- ▶ Problemas:
  - Equações de campo covariantes
  - Equações diferenciais com as variáveis completamente misturadas

## Problema de dado inicial

- ▶ Problemas:
  - Equações de campo covariantes
  - Equações diferenciais com as variáveis completamente misturadas
  - Equações diferenciais parciais altamente não lineares

## Problema de dado inicial

- Problemas:
  - Equações de campo covariantes
  - Equações diferenciais com as variáveis completamente misturadas
  - Equações diferenciais parciais altamente não lineares
  - Não soluções analíticas

## Problema de dado inicial

- Problemas:
  - Equações de campo covariantes
  - Equações diferenciais com as variáveis completamente misturadas
  - Equações diferenciais parciais altamente não lineares
  - Não soluções analíticas
  - Condições iniciais

## Problema de dado inicial

- Problemas:
  - Equações de campo covariantes
  - Equações diferenciais com as variáveis completamente misturadas
  - Equações diferenciais parciais altamente não lineares
  - Não soluções analíticas
  - Condições iniciais
  - Condições de contorno

## Problema de dado inicial

- Problemas:
  - Equações de campo covariantes
  - Equações diferenciais com as variáveis completamente misturadas
  - Equações diferenciais parciais altamente não lineares
  - Não soluções analíticas
  - Condições iniciais
  - Condições de contorno
- Soluções:

## Problema de dado inicial

- ▶ Problemas:
  - Equações de campo covariantes
  - Equações diferenciais com as variáveis completamente misturadas
  - Equações diferenciais parciais altamente não lineares
  - Não soluções analíticas
  - Condições iniciais
  - Condições de contorno
- ▶ Soluções:
  - Quebrar covariância das equações

## Problema de dado inicial

► Problemas:

- Equações de campo covariantes
- Equações diferenciais com as variáveis completamente misturadas
- Equações diferenciais parciais altamente não lineares
- Não soluções analíticas
- Condições iniciais
- Condições de contorno

► Soluções:

- Quebrar covariância das equações
- Fazer foliações do espaço-tempo

## Problema de dado inicial

► Problemas:

- Equações de campo covariantes
- Equações diferenciais com as variáveis completamente misturadas
- Equações diferenciais parciais altamente não lineares
- Não soluções analíticas
- Condições iniciais
- Condições de contorno

► Soluções:

- Quebrar covariância das equações
- Fazer foliações do espaço-tempo
- Obter as equações de campo conforme as foliações

## Problema de dado inicial

► Problemas:

- Equações de campo covariantes
- Equações diferenciais com as variáveis completamente misturadas
- Equações diferenciais parciais altamente não lineares
- Não soluções analíticas
- Condições iniciais
- Condições de contorno

► Soluções:

- Quebrar covariância das equações
- Fazer foliações do espaço-tempo
- Obter as equações de campo conforme as foliações
- Discretizar as equações

## Problema de dado inicial

► Problemas:

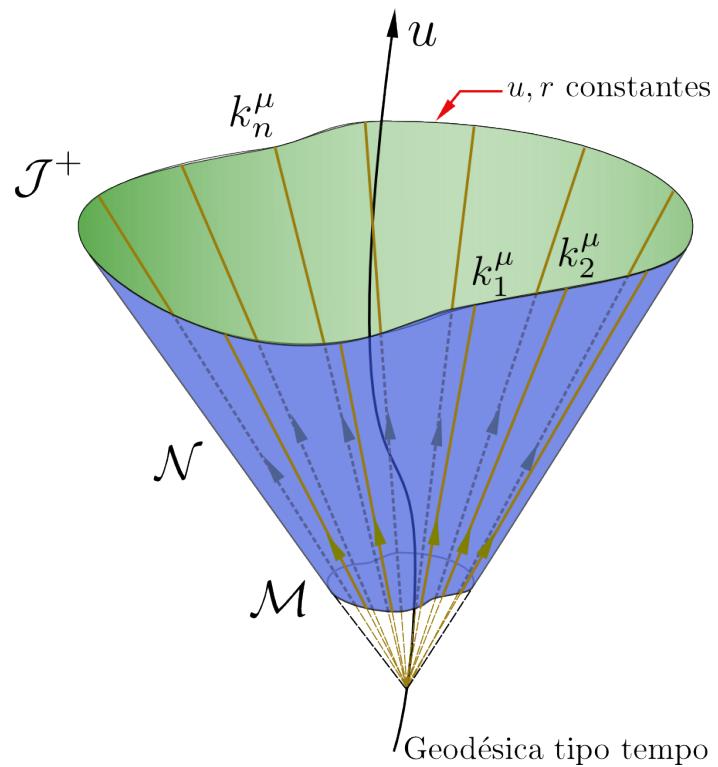
- Equações de campo covariantes
- Equações diferenciais com as variáveis completamente misturadas
- Equações diferenciais parciais altamente não lineares
- Não soluções analíticas
- Condições iniciais
- Condições de contorno

► Soluções:

- Quebrar covariância das equações
- Fazer foliações do espaço-tempo
- Obter as equações de campo conforme as foliações
- Discretizar as equações
- Integrar o sistema numericamente

## Formulação em características nulas orientadas para o futuro (1)

## Formulação em características nulas orientadas para o futuro (1)



## Formulação em características nulas orientadas para o futuro (2)

## Formulação em características nulas orientadas para o futuro (2)

As equações podem ser escritas assim:

$$E_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T \right); \quad E_{\mu\nu} = 0 \quad (7)$$

## Formulação em características nulas orientadas para o futuro (2)

As equações podem ser escritas assim:

$$E_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T \right); \quad E_{\mu\nu} = 0 \quad (7)$$

onde o intervalo espaço-temporal mais geral [Bondi, Burg e Metzner 1962] é

$$\begin{aligned} ds^2 = & - \left( \frac{V}{r}e^{2\beta} - r^2 h_{AB} U^A U^B \right) du^2 - 2e^{2\beta} dudr \\ & - 2r^2 h_{AB} U^B dudx^A + r^2 h_{AB} dx^A dx^B. \end{aligned} \quad (8)$$

## Formulação em características nulas orientadas para o futuro (2)

As equações podem ser escritas assim:

$$E_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T \right); \quad E_{\mu\nu} = 0 \quad (7)$$

onde o intervalo espaço-temporal mais geral [Bondi, Burg e Metzner 1962] é

$$\begin{aligned} ds^2 = & - \left( \frac{V}{r}e^{2\beta} - r^2 h_{AB} U^A U^B \right) du^2 - 2e^{2\beta} dudr \\ & - 2r^2 h_{AB} U^B dudx^A + r^2 h_{AB} dx^A dx^B. \end{aligned} \quad (8)$$

Agora, usando uma base tetrada na origem e calibrando

$$E_{11} = 0, \quad E_{1A} q^A = 0, \quad E_{AB} q^A q^B = 0 \quad (9)$$

## Formulação em características nulas orientadas para o futuro (2)

As equações podem ser escritas assim:

$$E_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T \right); \quad E_{\mu\nu} = 0 \quad (7)$$

onde o intervalo espaço-temporal mais geral [Bondi, Burg e Metzner 1962] é

$$\begin{aligned} ds^2 = & - \left( \frac{V}{r}e^{2\beta} - r^2 h_{AB} U^A U^B \right) du^2 - 2e^{2\beta} dudr \\ & - 2r^2 h_{AB} U^B dudx^A + r^2 h_{AB} dx^A dx^B. \end{aligned} \quad (8)$$

Agora, usando uma base tetrada na origem e calibrando

$$E_{11} = 0, \quad E_{1A} q^A = 0, \quad E_{AB} q^A q^B = 0 \quad (9)$$

onde  $q^A$  são vetores tangentes à esfera unitária.  $\zeta$  representa coordenadas estereográficas [Newman e Penrose 1966]

$$q^A = \frac{(1 + \zeta\bar{\zeta})(\delta_1^A + i\delta_2^A)}{2}; \quad \zeta = \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\phi} \quad (10)$$

## Formulação em características nulas orientadas para o futuro (3)

## Formulação em características nulas orientadas para o futuro (3)

No caso inteiramente linear e supondo [Bishop 2005] que

$$\beta = \beta_0 \cdot {}_0Z_{lm}, \quad V = V_0 \cdot {}_0Z_{lm}, \quad U = U_1 \cdot {}_1Z_{lm}, \quad J = J_2 \cdot {}_2Z_{lm}, \quad (11)$$

## Formulação em características nulas orientadas para o futuro (3)

No caso inteiramente linear e supondo [Bishop 2005] que

$$\beta = \beta_0 {}_0 Z_{lm}, \quad V = V_0 {}_0 Z_{lm}, \quad U = U_1 {}_1 Z_{lm}, \quad J = J_2 {}_2 Z_{lm}, \quad (11)$$

onde os harmônicos esféricos  ${}_s Z_{lm}$  [Zlochower et al. 2003] são dados por

$${}_s Z_{lm} = \begin{cases} ({}_s Y_{lm} + (-1)^m {}_s Y_{l-m}) / \sqrt{2} & \text{para } m > 0 \\ i ((-1)^m {}_s Y_{lm} - {}_s Y_{l-m}) / \sqrt{2} & \text{para } m < 0 \end{cases} \quad (12)$$

## Formulação em características nulas orientadas para o futuro (3)

No caso inteiramente linear e supondo [Bishop 2005] que

$$\beta = \beta_0 {}_0 Z_{lm}, \quad V = V_0 {}_0 Z_{lm}, \quad U = U_1 {}_1 Z_{lm}, \quad J = J_2 {}_2 Z_{lm}, \quad (11)$$

onde os harmônicos esféricos  ${}_s Z_{lm}$  [Zlochower et al. 2003] são dados por

$${}_s Z_{lm} = \begin{cases} ({}_s Y_{lm} + (-1)^m {}_s Y_{l-m}) / \sqrt{2} & \text{para } m > 0 \\ i ((-1)^m {}_s Y_{lm} - {}_s Y_{l-m}) / \sqrt{2} & \text{para } m < 0 \end{cases} \quad (12)$$

este sistema de equações fica reduzido ao sistema simples

$$\beta_{0,r} {}_0 Z_{lm} = 2\pi r(\rho + p)u_1^2, \quad (13)$$

## Formulação em características nulas orientadas para o futuro (3)

No caso inteiramente linear e supondo [Bishop 2005] que

$$\beta = \beta_0 {}_0 Z_{lm}, \quad V = V_0 {}_0 Z_{lm}, \quad U = U_1 {}_1 Z_{lm}, \quad J = J_2 {}_2 Z_{lm}, \quad (11)$$

onde os harmônicos esféricos  ${}_s Z_{lm}$  [Zlochower et al. 2003] são dados por

$${}_s Z_{lm} = \begin{cases} ({}_s Y_{lm} + (-1)^m {}_s Y_{l-m}) / \sqrt{2} & \text{para } m > 0 \\ i ((-1)^m {}_s Y_{lm} - {}_s Y_{l-m}) / \sqrt{2} & \text{para } m < 0 \end{cases} \quad (12)$$

este sistema de equações fica reduzido ao sistema simples

$$\beta_{0,r} {}_0 Z_{lm} = 2\pi r(\rho + p)u_1^2, \quad (13)$$

enquanto que

$$\begin{aligned} (r^4 U_{1,r})_{,r} {}_1 Z_{lm} &= 16\pi r^2(\rho + p)u_1 u_{\text{ang}} \\ &\quad + 2r^4 (r^{-2}\beta_0)_{,r} (l(l+1))^{1/2} {}_1 Z_{lm} \\ &\quad - r^2 J_2((l+2)(l-1))^{1/2} {}_1 Z_{lm}. \end{aligned} \quad (14)$$

Também,

$$\begin{aligned} 2V_{0,r} \ _0Z_{lm} = & \ 8\pi(p + \rho)u^2 - 8\pi r^2(p - \rho) \\ & + 4\beta_0 \ _0Z_{lm} + 2l(l+1)\beta_0 \ _0Z_{lm} \\ & - \frac{r^{-2}(l(l+1))^{1/2}(r^4(\bar{U}_1 + U_1)),_r}{4} \ _0Z_{lm} \\ & + \frac{1}{2}((l-1)l(l+1)(l+1))^{1/2} (J_2 + \bar{J}_2) \ _0Z_{lm}, \end{aligned} \quad (15)$$

Também,

$$\begin{aligned} 2V_{0,r} \ _0Z_{lm} &= 8\pi(p + \rho)u^2 - 8\pi r^2(p - \rho) \\ &\quad + 4\beta_0 \ _0Z_{lm} + 2l(l+1)\beta_0 \ _0Z_{lm} \\ &\quad - \frac{r^{-2}(l(l+1))^{1/2}(r^4(\bar{U}_1 + U_1)),_r}{4} \ _0Z_{lm} \\ &\quad + \frac{1}{2}((l-1)l(l+1)(l+1))^{1/2} (J_2 + \bar{J}_2) \ _0Z_{lm}, \end{aligned} \quad (15)$$

e finalmente,

$$\begin{aligned} 2r(rJ_2),_{ur} \ _2Z_{lm} &= (rV_{0,r} - V_0) J_{2,r} \ _0Z_{lm} \ _2Z_{lm} \\ &\quad - ((l-1)(l+1))^{1/2} (r^2U_1),_r \ _2Z_{l+1m} \\ &\quad + 2\beta_0 ((l-1)l(l+1)(l+2))^{1/2} \ _2Z_{lm} \\ &\quad + 8\pi r(p + \rho)u_{\text{ang}}^2 + 16\pi pr^3 J_2 \ _2Z_{lm}. \end{aligned} \quad (16)$$

# Avanços

## Avanços

- Código algébrico (primeira versão)

## Avanços

- ▶ Código algébrico (primeira versão)
  - Representação de tensores a partir de listas de listas

## Avanços

- ▶ Código algébrico (primeira versão)
  - Representação de tensores a partir de listas de listas
  - Paralelização para agilizar as contas (código muito lento)

## Avanços

- ▶ Código algébrico (primeira versão)
  - Representação de tensores a partir de listas de listas
  - Paralelização para agilizar as contas (código muito lento)
  - Apagador de memória (código pesado)

## Avanços

- ▶ Código algébrico (primeira versão)
  - Representação de tensores a partir de listas de listas
  - Paralelização para agilizar as contas (código muito lento)
  - Apagador de memória (código pesado)
  - Obtenção das equações de campo

## Avanços

- ▶ Código algébrico (primeira versão)
  - Representação de tensores a partir de listas de listas
  - Paralelização para agilizar as contas (código muito lento)
  - Apagador de memória (código pesado)
  - Obtenção das equações de campo
- ▶ Código algébrico (segunda versão -em construção-)

## Avanços

- ▶ Código algébrico (primeira versão)
  - Representação de tensores a partir de listas de listas
  - Paralelização para agilizar as contas (código muito lento)
  - Apagador de memória (código pesado)
  - Obtenção das equações de campo
- ▶ Código algébrico (segunda versão -em construção-)
  - Construção de objetos simbólicos; implementação de álgebra simbólica

## Avanços

- ▶ Código algébrico (primeira versão)
  - Representação de tensores a partir de listas de listas
  - Paralelização para agilizar as contas (código muito lento)
  - Apagador de memória (código pesado)
  - Obtenção das equações de campo
- ▶ Código algébrico (segunda versão -em construção-)
  - Construção de objetos simbólicos; implementação de álgebra simbólica
  - Contas bem mais rápidas

## Avanços

- ▶ Código algébrico (primeira versão)
  - Representação de tensores a partir de listas de listas
  - Paralelização para agilizar as contas (código muito lento)
  - Apagador de memória (código pesado)
  - Obtenção das equações de campo
- ▶ Código algébrico (segunda versão -em construção-)
  - Construção de objetos simbólicos; implementação de álgebra simbólica
  - Contas bem mais rápidas
  - Implementação de simetrias nos índices

## Avanços

- ▶ Código algébrico (primeira versão)
  - Representação de tensores a partir de listas de listas
  - Paralelização para agilizar as contas (código muito lento)
  - Apagador de memória (código pesado)
  - Obtenção das equações de campo
- ▶ Código algébrico (segunda versão -em construção-)
  - Construção de objetos simbólicos; implementação de álgebra simbólica
  - Contas bem mais rápidas
  - Implementação de simetrias nos índices
  - Não listas para contas intermediárias (código mais leve)

## Avanços

- ▶ Código algébrico (primeira versão)
  - Representação de tensores a partir de listas de listas
  - Paralelização para agilizar as contas (código muito lento)
  - Apagador de memória (código pesado)
  - Obtenção das equações de campo
- ▶ Código algébrico (segunda versão -em construção-)
  - Construção de objetos simbólicos; implementação de álgebra simbólica
  - Contas bem mais rápidas
  - Implementação de simetrias nos índices
  - Não listas para contas intermediárias (código mais leve)
  - Não paralelização, mas mais eficiente em termos de memória

## Avanços

- ▶ Código algébrico (primeira versão)
  - Representação de tensores a partir de listas de listas
  - Paralelização para agilizar as contas (código muito lento)
  - Apagador de memória (código pesado)
  - Obtenção das equações de campo
- ▶ Código algébrico (segunda versão -em construção-)
  - Construção de objetos simbólicos; implementação de álgebra simbólica
  - Contas bem mais rápidas
  - Implementação de simetrias nos índices
  - Não listas para contas intermediárias (código mais leve)
  - Não paralelização, mas mais eficiente em termos de memória
  - Construção de uma *palette* para escrever tensores

## Avanços

- ▶ Código algébrico (primeira versão)
  - Representação de tensores a partir de listas de listas
  - Paralelização para agilizar as contas (código muito lento)
  - Apagador de memória (código pesado)
  - Obtenção das equações de campo
- ▶ Código algébrico (segunda versão -em construção-)
  - Construção de objetos simbólicos; implementação de álgebra simbólica
  - Contas bem mais rápidas
  - Implementação de simetrias nos índices
  - Não listas para contas intermediárias (código mais leve)
  - Não paralelização, mas mais eficiente em termos de memória
  - Construção de uma *palette* para escrever tensores
- ▶ Código numérico (teste) para a integração das equações F90/C/CUDA/MPI

# Avanços

# Avanços

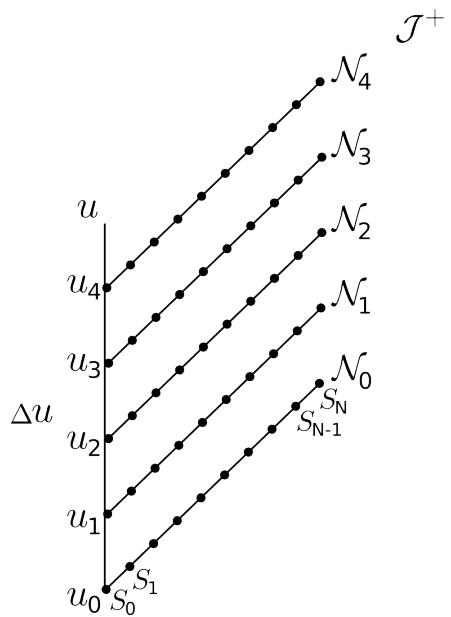
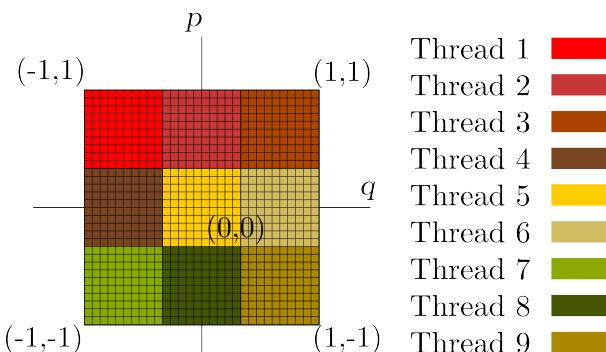
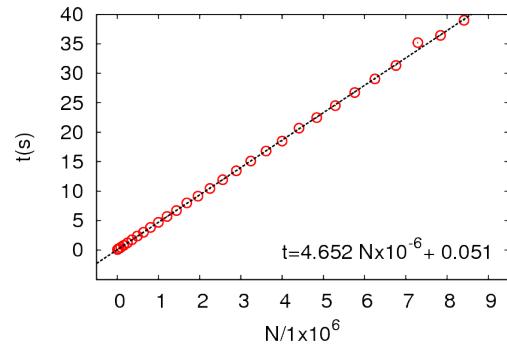


Figure 1: Esquema de integração

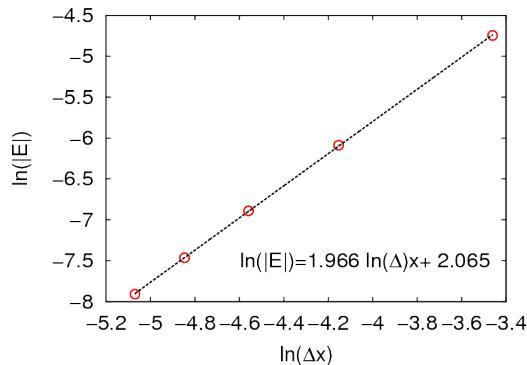
## Avanços



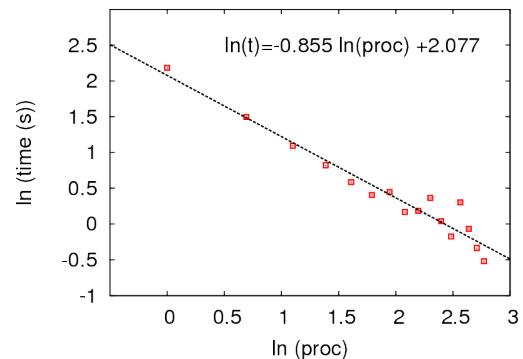
(a) Domínio de integração em regiões



(b) Tempo de cálculo em serial



(c) Convergência



(d) Tempo de cálculo em paralelo

## References

- [Bishop 2005] BISHOP, N. T. Linearized solutions of the einstein equations within a bondi-sachs framework, and implications for boundary conditions in numerical simulations. *Classical and Quantum Gravity*, v. 22, n. 12, p. 2393, 2005. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0264-9381/22/i=12/a=006>>.
- [Bondi, Burg e Metzner 1962] BONDI, H.; BURG, M. G. J. van der; METZNER, A. W. K. Gravitational waves in general relativity. vii. waves from axi-symmetric isolated systems. *Royal Society of London Proceedings Series A*, v. 269, p. 21–52, aug 1962.
- [Newman e Penrose 1966] NEWMAN, E. T.; PENROSE, R. Note on the bondi-metzner-sachs group. *Journal of Mathematical Physics*, AIP, v. 7, n. 5, p. 863–870, may 1966. ISSN 00222488. Disponível em: <<http://dx.doi.org/doi/10.1063/1.1931221>>.
- [Zlochower et al. 2003] ZLOCHOWER, Y. et al. Mode coupling in the nonlinear response of black holes. *Physical Review D*, v. 68, n. 8, 2003.