



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

EXAME DE ADMISSÃO PARA A PÓS-GRADUAÇÃO EM ASTROFÍSICA

06 DE DEZEMBRO DE 2021 - 8H00
DURAÇÃO: 4 HORAS

INSTRUÇÕES

Este exame consiste em 10 questões dissertativas. A “questão bônus” (ao final da prova) não é obrigatória, mas sua resolução (ou tentativa de resolução) contará ponto para a nota final.

A prova é individual, sem qualquer consulta

Não é permitido o uso de telefones celulares

É permitido o uso de calculadoras, desde que não sejam um aplicativo de celular

As constantes físicas necessárias para a resolução são fornecidas na página final deste exame.

A prova poderá ser feita a lápis, desde que seja um grafite escuro para permitir a leitura. Isso é particularmente importante no caso das provas realizadas fora do INPE, que serão digitalizadas.

Escreva seu nome em cada folha de prova e use somente um lado da folha de respostas.

Resolva uma questão por folha e numere as folhas, de forma a informar o total de folhas utilizadas (ex.: no caso de 12 folhas utilizadas, ao terminar, numere as folhas em sequência 1/12, 2/12, 3/12, etc.)

Todas as questões valem um (1.0) ponto, incluindo a questão “bônus”.

Se estiver fazendo a prova fora do INPE, use papel A4 e deixe margens de cerca de 2 cm.

Solicitamos que a prova digitalizada seja enviada ao INPE por email, para o endereço eletrônico pg.ast@inpe.br.

(Mecânica) Questão 1:

(1a) Avalie o trabalho feito pela força peso \vec{P} (resultante do campo gravitacional terrestre, próximo à superfície da Terra) sobre uma partícula de massa m , na medida em que esta é movida, pela aplicação de outras forças, ao longo das seguintes trajetórias (linhas retas na Fig. 1): **(a)** de A a B ; **(b)** de B a A ; **(c)** de A a C passando por B ; **(d)** de A a C diretamente; e **(e)** de A a B a C até A . Despreze o atrito do atmosfera.

(1b) Considere agora que a partícula se encontra a uma distância ao centro da Terra muito maior do que o raio terrestre. Responda aos mesmos itens anteriores: **(a)**, **(b)**, **(c)**, **(d)**, e **(e)**.

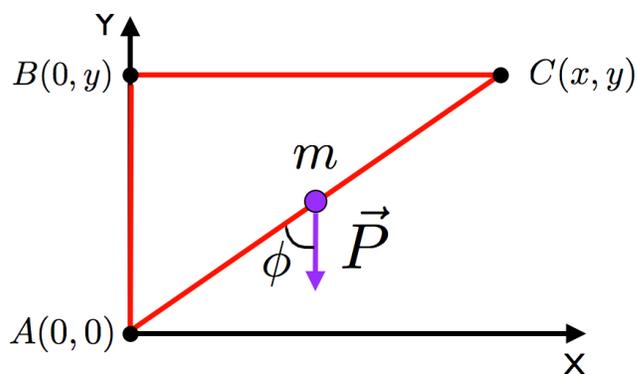


Figura 1: Questão 1.

(Mecânica) Questão 2:

Considere um disco sólido de massa $m_{\text{disco}} = 4 \text{ kg}$ (Fig. 2). O raio do disco está no plano horizontal e seu eixo está na direção vertical, perpendicular ao raio. Uma força horizontal constante de $F = 1,2 \text{ N}$ é aplicada tangencialmente ao eixo do disco, fazendo o disco girar em torno de seu eixo. O raio do eixo é de $r = 3 \text{ cm}$, o raio do disco é de $R = 8 \text{ cm}$. Calcule a aceleração angular α do disco, ignorando a massa do eixo.

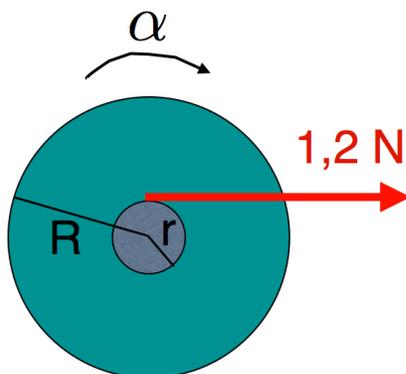


Figura 2: Questão 2.

(Gravitação) Questão 3:

A nave espacial Enterprise atinge um sistema estelar que possui dois planetas, A e B , de densidades uniformes com valores μ_A e $\mu_B = 2\mu_A/3$, respectivamente. Ao ser teletransportado ao planeta A , Spock mede a altura máxima que consegue atingir com um salto vertical, achando o valor de $h_A = 0,5 \text{ m}$. Em seguida, Spock desce ao planeta B , e nota que a altura máxima alcançada com um salto vertical é seis vezes maior do que em A . Encontre a razão entre o raio do planeta B com relação ao planeta A , isto é, R_B/R_A .

(Gravitação) Questão 4:

Derive a 3ª. Lei de Kepler do movimento planetário a partir da Lei da Gravitação Universal de Newton. Considere que as órbitas planetárias são circulares.

(Eletromagnetismo) Questão 5:

Sejam duas pequenas esferas (ver Fig. 3), ambas de mesma massa, $m = 0,20$ g, e de mesma carga, q . Ao serem suspensas por hastes rígidas, finas e de peso desprezível, de 50 cm de comprimento cada, formam um ângulo de 37° com a vertical, e mantêm-se em repouso. Encontre o valor da carga q das esferas.

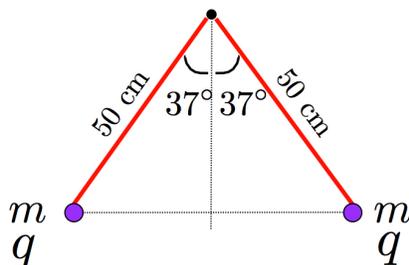


Figura 3: Questão 5.

(Eletromagnetismo) Questão 6:

O fio condutor mostrado na Fig. 4 possui uma corrente elétrica de 40 A, e é formado por uma parte circular incompleta e duas partes lineares. Encontre o campo magnético no ponto P . Note que a parte circular do fio possui raio de 2 cm, e que o ponto P se encontra no centro dessa parte circular. Ambas partes lineares do fio estão alinhadas de tal forma que, se projetadas até o centro da parte circular do fio, atingiriam o ponto P , formando um ângulo de 90° , como mostrado na Fig. 4.

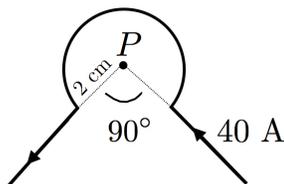


Figura 4: Questão 6.

(Termodinâmica) Questão 7:

Um ciclo termodinâmico ABCA é composto por três processos, tal como mostrado no diagrama $P \times V$ da Fig. 5, onde P é a pressão do sistema e V , o seu volume. Sabe-se que o processo AB ocorre a temperatura constante. O processo BC ocorre a volume constante, com decréscimo de 40 J de energia interna. No processo adiabático CA, um trabalho de 40 J é efetuado sobre o sistema. Em um ciclo completo, o trabalho total realizado pelo sistema é de 30 J. Calcule a quantidade de calor trocada durante o processo AB.

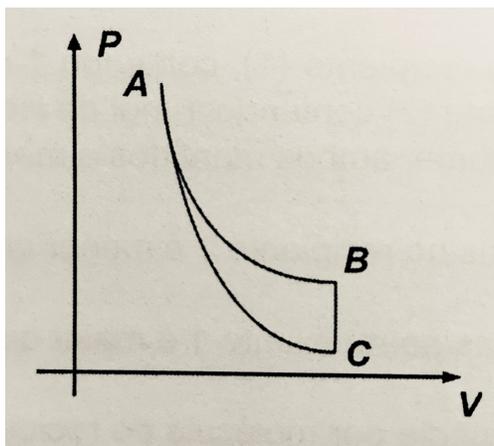


Figura 5: Questão 7.

(Ondas / Eletromagnetismo) Questão 8:

Seja uma onda eletromagnética plana no vácuo, cujo campo elétrico \vec{E} , em unidades do SI e em coordenadas cartesianas, é dado por:

$$E_x = 10^2 \sin [\pi (3 \times 10^6 z - 9 \times 10^{14} t)]; \quad E_y = 0; \quad E_z = 0. \quad (1)$$

Determine: **(a)** a velocidade de propagação da onda; **(b)** a frequência da onda; **(c)** o comprimento de onda; **(d)** o período da onda; **(e)** a constante de fase da onda; **(f)** a amplitude de \vec{E} ; e **(g)** a polarização de \vec{E} .

(Física Moderna) Questão 9:

A energia necessária para ionizar um átomo de hidrogênio no estado fundamental é cerca de 13,6 eV. Considerando um átomo de hélio uma vez ionizado, quais são as energias de ionização a partir dos seguintes estados: **(a)** estado fundamental; **(b)** primeiro estado excitado?

(Relatividade) Questão 10:

Uma cascata de partículas é criada a partir de um raio cósmico, que atinge o topo da atmosfera terrestre. Nesse processo, dentre várias partículas, um feixe de múons é criado a 3 km de altura do solo. O tempo próprio de meia-vida dos múons é de cerca de $2,2 \mu\text{s}$ e, nesse processo, os múons se direcionam à superfície com uma velocidade de 0,99 da luz. Determine se esses múons poderão ser detectados no solo por um observador na Terra e explique sua resposta.

Questão Bônus:

Um polígono é convexo se, e somente se, qualquer segmento de reta, cujas extremidades pertencem à área poligonal, está contido nessa região. Mostre que a soma das medidas dos ângulos internos (S_i) de um polígono convexo de N ($N \geq 3$) lados é tal que:

$$S_i = (N - 2) \times 180^\circ \tag{2}$$

FORMULÁRIO

Constantes físicas e conversões:

- Velocidade da luz: $c \approx 3,0 \times 10^8$ m/s.
- Aceleração da gravidade: $g \approx 9,8$ m/s².
- Constante de Planck: $h \approx 4,1 \times 10^{-15}$ eV.s.
- Carga elementar: $e \approx 1,6 \times 10^{-19}$ C.
- Constante de Coulomb: $k \approx 9,0 \times 10^9$ N m² C⁻².
- Permeabilidade magnética do vácuo: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m.
- $[T] = [H].[A].[m]^{-2}$.