



Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais

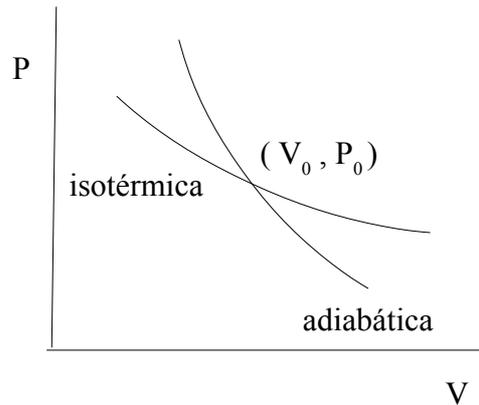
Prova de Física

Processo de Admissão para o Programa de Pós-Graduação em Astrofísica do INPE

09/12/2019

Duração: 4 horas

1. Em um diagrama Pressão-Volume de um gás ideal (ver figura), uma curva adiabática e uma curva isotérmica se interceptam no ponto (V_0, P_0) . Mostre que no ponto (V_0, P_0) o valor absoluto da inclinação da curva adiabática é um fator γ vezes maior do que a da curva isotérmica, onde γ é o índice adiabático: $\gamma = c_p / c_v$ (c_p é o calor específico à pressão constante; c_v é o calor específico à volume constante).

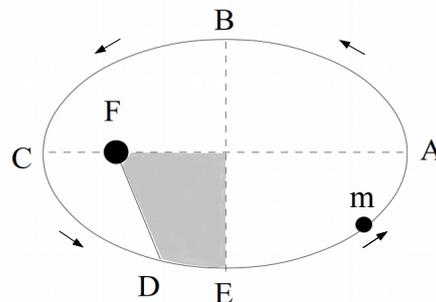


2. Em um processo industrial, o volume de 20 mol de um gás ideal monoatômico é reduzido a uma taxa uniforme de $0,6 \text{ m}^3$ para $0,3 \text{ m}^3$ em 4 horas, enquanto a temperatura é aumentada a uma taxa uniforme de $27 \text{ }^\circ\text{C}$ a $447 \text{ }^\circ\text{C}$. Durante todo o processo, o gás passa por estados de equilíbrio termodinâmico. Ao final das 4 horas quais são: a) o trabalho feito sobre o gás? b) a energia absorvida pelo gás na forma de calor?

Sugestão: para o cálculo da integral do trabalho use

$$\int \frac{a+bx}{c+dx} dx = \frac{b}{d}x + \frac{ad-bc}{d^2} \ln(c+dx).$$

3. No sistema mostrado na figura, sabe-se que o satélite de massa m gira ao redor do foco F . Se o tempo que leva para o satélite ir de D até A é 5 vezes maior do que o tempo para ir de C até D , que fração da área da elipse corresponde a região sombreada? (BE = eixo menor; AC = eixo maior).



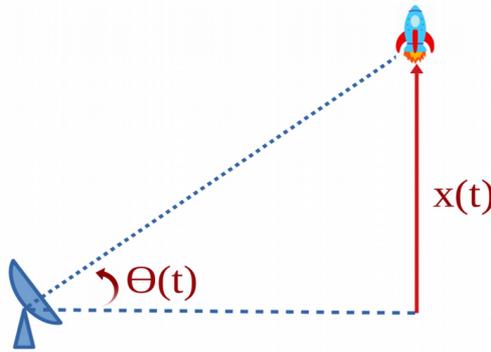
4. A energia cinética média dos átomos de hidrogênio numa certa atmosfera estelar (que assumimos estar em equilíbrio termodinâmico) é de $1,0 \text{ eV}$.

a) Qual é a temperatura da atmosfera em Kelvin?

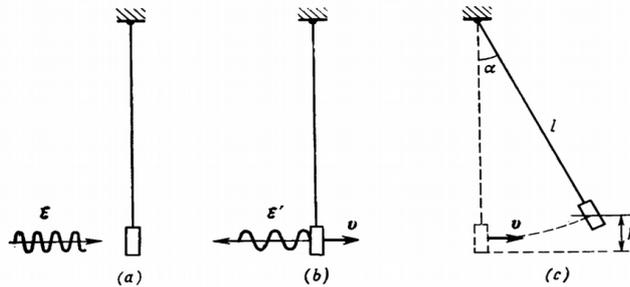
b) Qual é a razão entre o número de átomos no segundo estado excitado e o número de átomos no estado fundamental?

c) Obtenha uma estimativa para o número de átomos ionizados relativamente ao número de átomos no segundo estado excitado.

5. Uma antena de radar é posicionada a 500 metros da plataforma de lançamento de um foguete (ver figura). O foguete é lançado no tempo $t = 0$ e sobe verticalmente com uma aceleração de 10 m/s^2 . Se a antena permanece apontada na direção do foguete, encontre uma expressão para a velocidade angular de apontamento $\omega = d\theta/dt$. Após 10 segundos do lançamento, qual o valor de ω ?

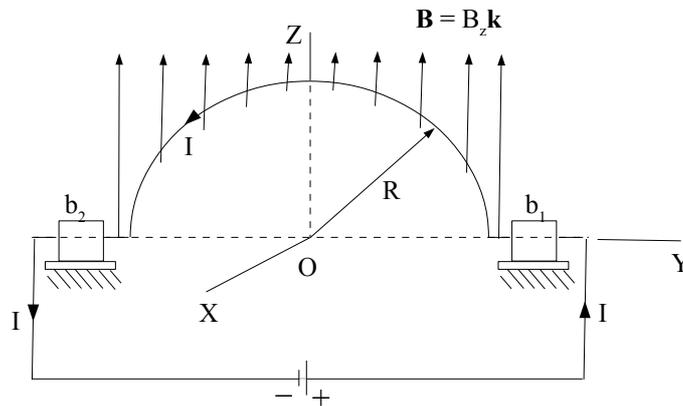


6. Um pequeno espelho de massa igual a $9,0 \text{ mg}$ é suspenso por um fino filamento de comprimento igual a $4,0 \text{ cm}$ (ver figura). Um poderoso feixe de laser é emitido na direção perpendicular ao espelho, de forma que o sistema é desviado da vertical de um certo ângulo. Calcule este ângulo, sabendo que a energia do feixe de laser é $E = 1,0 \times 10^2 \text{ J}$.



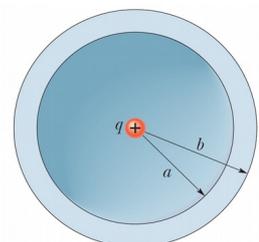
Lembrete: $\frac{1}{2} \text{sen}^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 1 - \cos \alpha$

7. Um fio condutor semi-circular, de raio R , suportado em b_1 e b_2 , e com corrente elétrica I , encontra-se numa região com campo magnético uniforme e paralelo ao eixo Z (ver figura), isto é, $\vec{B} = B_z \hat{k}$. O ângulo entre o plano YZ e o plano do semi-círculo é arbitrário. Encontre a força total no fio.

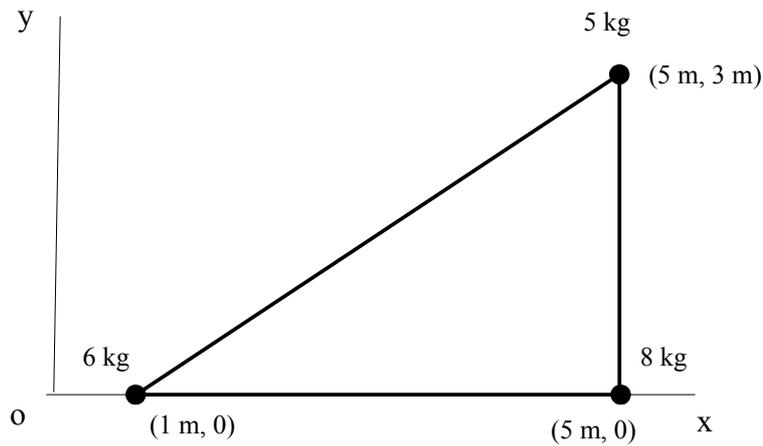


8. Considere dois referenciais inerciais, L e L' , com respectivos eixos alinhados paralelamente entre si e origens O e O' coincidentes em $t = t' = 0$. O referencial L' se move com velocidade uniforme v ao longo do eixo x de L . Suponha que no instante $t = t' = 0$ uma lâmpada seja acionada. De acordo com o observador em L , uma frente de onda esférica de luz expande a partir de O com a velocidade da luz, c . Mostre que, apesar de L' estar se movendo com relação à L , o observador em L' nota também uma frente de onda esférica expandindo a partir de O' em $t = t' = 0$ com velocidade c .

9. Uma casca esférica não condutora de raio interno " a " e raio externo " b " tem (dentro de sua espessura) uma densidade volumétrica de carga positiva $\rho = A/r$, onde A é uma constante e r é a distância do centro da casca. Além disso, uma pequena bola de carga positiva q está localizada no centro (veja figura ao lado). Que valor deveria ter A para que o campo elétrico na casca ($a \leq r \leq b$) seja uniforme.



10. Encontre o centro de massa do sistema constituído por três partículas, como apresentado na figura abaixo



11. Questão Bônus: Para fazer a numeração das páginas de um grosso livro foi utilizado um total de 1890 dígitos. A numeração de cada página é feita, evidentemente, usando-se um certo número de dígitos, começando a numeração da primeira página com "1". Por exemplo: a página "439" contém 3 dígitos. Considere também que para fazer a numeração das páginas não foram utilizados zeros à esquerda, isto é, para a quinta página do livro utilizou-se a numeração "5", com 1 dígito apenas, e não algo como "05" ou "005", etc. Qual é o total de páginas desse livro?

Formulário

Gás ideal: $PV = nRT$, $PV^\gamma = cte$ (processo adiabático)

1ª Lei da Termodinâmica: $dU = dQ - dW$,

onde $dU = nc_v dT$ e $dW = PdV$. Para um gás ideal monoatômico: $c_v = \frac{3}{2}R$

Níveis de energia do átomo de hidrogênio: $E_n = -\frac{13,6}{n^2} eV$

Distribuição de Boltzmann: $\frac{N_i}{N_j} = \exp\left(\frac{E_j - E_i}{kT}\right)$

Momento linear do fóton: $p = \frac{E}{c}$

Força de Lorentz: $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$

Transformações de Lorentz:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{e} \quad t = \frac{t' + vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Lei de Gauss: $\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = q/\epsilon_0$

Constante universal dos gases: $R = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Constante de Boltzmann: $k = 8,62 \times 10^{-5} \text{ eV / K}$

Velocidade da luz no vácuo: $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m/s}$