Danilo Leite Costa

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE DIFUSÃO DE NÊUTRONS PARA O ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA EM 3D, APLICADO A REATORES NUCLEARES

Dissertação submetida ao programa de Pós Graduação em Ciência e Tecnologia Nucleares do Instituto de Engenharia Nuclear da Comissão Nacional de Energia Nuclear como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Mestre em Ciências em Engenharia Nuclear – Ênfase em Engenharia de Reatores.

Orientadores: Prof.^a Maria de Lourdes Moreira (IEN/CNEN) Prof. Zelmo Rodrigues de Lima (IEN/CNEN)

> Rio de Janeiro 2013

COST Leite Costa, Danilo

Solução da equação de difusão de nêutrons para o estudo da distribuição de potência em 3D, aplicado a reatores nucleares / Danilo Leite Costa. – Rio de Janeiro: CNEN/IEN, 2013

<u>xiv</u>, 79f. : <u>il.</u> ; 31 cm

1.1.1.1

1.1.1.2 Orientadores: Maria de Lourdes Moreira e Zelmo Rodrigues de Lima

Dissertação (Mestrado em Engenharia de Reatores) - Instituto de Engenharia Nuclear, PPGIEN, 2013.

1. Reator Nuclear. 2. Difusão de Nêutrons. 3. Método de Diferenças Finitas.

CDD CDU SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE DIFUSÃO DE NÊUTRONS PARA O ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA EM 3D, APLICADO A REATORES NUCLEARES

Danilo Leite Costa

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA NUCLEARES DO INSTITUTO DE ENGENHARIA NUCLEAR DA COMISSÃO NACIONAL DE ENERGIA NUCLEAR COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA NUCLEARES – ÊNFASE EM ENGENHARIA DE REATORES

Aprovada por:

Prof.^a Maria de Lourdes Moreira, D. Sc.

Prof. Zelmo Rodrigues de Lima, D. Sc.

Prof. Rubens Souza dos Santos, D. Sc.

Prof. Alessandro da Cruz Gonçalves, D Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL ABRIL DE 2013

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por iluminar meu caminho, me dar saúde e permitir que eu alcançasse esse objetivo, mesmo que na maior parte do tempo eu não tenha voltado meus pensamentos a Ele.

Agradeço profundamente a Deus por ser filho de Maria de Lourdes Leite, a quem dedico esta dissertação e todos os frutos que surgirão a partir desta. Você, minha mãe, possibilitou que eu alcançasse um sonho; o sonho de dar prosseguimento à minha vida acadêmica; o sonho de obter o título de Mestre em Ciências. Este sonho se tornou realidade graças ao seu incentivo! Obrigado minha mãe por estar sempre ao meu lado, por ter me educado com discernimento e enorme bom senso. Obrigado por seu enorme amor!

Agradeço à minha família, meu filho Miguel, minha esposa Franciébia, minha irmã Graziela e meu querido sobrinho Matheus. Vocês são meu lastro de equilíbrio, de amor e de felicidade. Sem o apoio e compreensão de vocês o presente trabalho não teria sido possível.

Sou profundamente grato ao meu amigo Renato Raoni Werneck e sua esposa Luana, pessoas a quem devo meu ingresso no mestrado e minha vinda para o Rio de Janeiro. Obrigado por terem aberto as portas de sua casa, me recebendo no seio de seu lar e permitir-me fazer parte de sua família. Desejo a vocês muita felicidade e prosperidade!

Agradeço aos professores Zelmo Rodrigues de Lima e Maria de Lourdes Moreira pela valiosa orientação e ensinamentos, assim como o apoio e o incentivo para concluir este trabalho mesmo nos momentos mais incertos e difíceis.

A todos os professores, funcionários e colegas de mestrado do Programa de Pós Graduação (PPGIEN/CNEN), por terem me acolhido com tamanha hospitalidade e prestatividade, fazendo-me sentir como se estivesse em uma extensão de minha casa, apesar de estar tão distante dela. Afinal, uma boa instituição de ensino não se resume apenas à qualidade com que o conhecimento é transmitido, é fundamental que haja também um ambiente favorável ao aprendizado.

Finalmente, agradeço a CNEN e a CAPES pelo importante e indispensável apoio financeiro.

Resumo da Dissertação apresentada ao PPGIEN/CNEN como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M. Sc.)

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE DIFUSÃO DE NÊUTRONS PARA O ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA EM 3D, APLICADO A REATORES NUCLEARES

Danilo Leite Costa Março de 2013

Orientadores: Prof.^a Maria de Lourdes Moreira (IEN/CNEN) Prof. Zelmo Rodrigues de Lima (IEN/CNEN)

Programa: Ciência e Tecnologia Nucleares - IEN/CNEN

Empregando a equação de difusão de nêutrons em estado estacionário multidimensional para simular o fluxo de nêutrons em reatores refrigerados água, e fazendo uso do Método de Diferenças Finitas, o presente trabalho tem por objetivo apresentar um estudo sobre o comportamento da distribuição de potência num reator do tipo PWR, considerando a intensidade e a migração dos picos de potência à medida que ocorre a inserção das barras de controle no núcleo. Além disso, tomando como ponto de partida a distribuição axial de potência ao longo da vareta de maior fluxo de calor, realiza-se a análise térmica dessa vareta e do canal refrigerante associado. Para tal é empregado o código Fuel_Rod_3D, que usa o Método dos Elementos Finitos para modelar uma vareta combustível e seu canal refrigerante, possibilitando a simulação do comportamento termohidráulico de uma única vareta discretizada em três dimensões, considerando o fluxo de calor a partir do interior da pastilha combustível, passando pelo "gap" e pelo revestimento até alcançar o fluido refrigerante.

Palavras-chave: Reator Nuclear, Vareta combustível, Difusão de Nêutrons, Método de Diferenças Finitas, Fluxo de Nêutrons, Distribuição de Potência.

Abstract of dissertation submitted to PPGIEN/CNEN as part of the necessary requirements for obtaining of Master's degree Science (M. Sc.)

SOLUTION OF THE NEUTRON DIFFUSION EQUATION TO STUDY THE 3D DISTRIBUTION OF POWER, APPLIED TO NUCLEAR REACTORS

Danilo Leite Costa March / 2013

Advisors: Prof.^a Maria de Lourdes Moreira (IEN/CNEN) Prof. Zelmo Rodrigues de Lima (IEN/CNEN)

Program: Ciência e Tecnologia Nucleares – IEN/CNEN

This work aims to present a study about the power distribution behavior in a PWR type reactor, considering both intensity and migration of power peaks due to insertion of control rods into the core. Employing the multidimensional steady-state neutron diffusion equation in order to simulate the neutron flux, and using the Finite Difference Method. Furthermore, based on the axial power distribution on the largest heat flux rod, is carried out thermal analysis of this rod and associated coolant channel. For this purpose is employed the Fuel_Rod_3D code, it uses the Finite Element Method to model the fuel rod and the associated coolant channel, allowing the thermohydraulics simulation of a single rod discretized in three dimensions, considering the heat flux from the pellet, crossing the gap and the cladding until it reaches the coolant.

Keywords: Nuclear Reactor, Fuel Rod, Neutron Diffusion, Finite Difference Method, Neutron Flux, Power Distribution.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Distribuição do fluxo de nêutrons em um reator cilíndrico (DUDERSTADT e HAMILTON, 1976).	20
Figura 2: Interação entre a inserção das barras de controle e o perfil axial do fluxo de nêutrons (DUDERSTADT e HAMILTON, 1976)	21
Figura 3: Malha unidimensional associada ao MDF centrado na malha	23
Figura 4: Malha tridimensional associada ao MDF centrado na malha	23
Figura 5: Configuração do benchmark Koebke com simetria de ¼ do núcleo	32
Figura 6: Distribuição espacial do fluxo de nêutrons do grupo rápido em ¼ de núcleo do <i>benchmark</i> Koebke	33
Figura 7: Distribuição espacial do fluxo de nêutrons do grupo térmico em ¼ de núcleo do <i>benchmark</i> Koebke	33
Figura 8: Densidade de potência média por elemento combustível, em unidades de medida arbitrária, para 1/8 de núcleo do <i>benchmark</i> Koebke	34
Figura 9: Configuração do benchmark IAEA 2D com simetria de ¼ do núcleo	35
Figura 10: Distribuição espacial do fluxo de nêutrons para dois grupos de energia em ¼ de núcleo do <i>benchmark</i> IAEA 2D.	36
Figura 11: Perfil de distribuição radial do fluxo de nêutrons sobre o eixo x (x,z). Fonte: (THELER, CLAUSSE e BONETTO, 2011, p. 18)	37
Figura 12: Fluxo médio de nêutrons por EC em 1/8 de núcleo do <i>benchmark</i> IAEA 2D	38
Figura 13: Densidade média de potência por elemento combustível em 1/8 de núcleo do <i>benchmark</i> IAEA2D	38
Figura 14: Configuração dos elementos combustíveis do reator Ulchin-1	39

Figura 15: Configuração de ¼ de núcleo do reator Ulchin-1	41
Figura 16: Distribuição espacial do fluxo de nêutrons em $\frac{1}{4}$ de núcleo do reator Ulchin-1, malha espacial 5x5, grupo rápido, tolerâncias $\Delta \phi = 10^{-6}$ e $\Delta k = 10^{-7}$	42
Figura 17: Distribuição espacial do fluxo de nêutrons em $\frac{1}{4}$ de núcleo do reator Ulchin-1, malha espacial 5x5, grupo térmico, tolerâncias $\Delta \phi = 10^{-6}$ e	
∆k=10 ⁻⁷	43
Figura 18: Referência – Código CITATION. Distribuição espacial do fluxo de nêutrons em ¹ / ₄ de núcleo do reator Ulchin-1, malha espacial 5x5, tolerâncias $\Delta \phi = 10^{-5}$ e $\Delta k = 10^{-5}$. <i>Fonte:</i> (FILHO, 2005, p. 67)	45
Figura 19: Referência – Código CITATION. Distribuição espacial do fluxo de nêutrons em $\frac{1}{4}$ de núcleo do reator Ulchin-1, malha espacial 5x5, tolerâncias $\Delta \phi = 10^{-5}$ e $\Delta k = 10^{-5}$. <i>Fonte:</i> (FILHO, 2005, p. 67)	45
Figura 20: Referência – Código CITATION. Módulo da diferença relativa percentual entre os fluxos das malhas 2x2 e 5x5, tolerâncias $\Delta \phi$ =10 ⁻⁵ e Δk =10 ⁻⁵ . <i>Fonte:</i> (FILHO, 2005, p. 69).	48
Figura 21: Referência – Código CITATION. Módulo da diferença relativa percentual entre os fluxos das malhas 2x2 e 5x5, tolerâncias $\Delta \phi$ =10 ⁻⁵ e Δk =10 ⁻⁵ . <i>Fonte:</i> (FILHO, 2005, p. 69).	48
Figura 22: Módulo da drp entre os fluxos das malhas 2x2 e 5x5, tolerâncias $\Delta \phi$ =10 ⁻⁵ e Δk =10 ⁻⁵ .	49
Figura 23: Módulo da drp entre os fluxos das malhas 2x2 e 5x5, tolerâncias $\Delta \phi$ =10 ⁻⁵ e Δk =10 ⁻⁵ .	49
Figura 24: Módulo da diferença relativa percentual entre os fluxos das malhas 2x2 e 5x5, tolerâncias $\Delta \phi = 10^{-5}$ e $\Delta k = 10^{-5}$	50
Figura 25: Distribuição radial do fluxo de nêutrons em duas dimensões para $\frac{1}{4}$ de núcleo do reator Ulchin-1, malha espacial 5x5, grupo térmico, tolerâncias $\Delta \phi = 10^{-6}$ e $\Delta k = 10^{-7}$	51

Figura 26: Média do fluxo de nêutrons por elemento combustível do reator Ulchin-1, simetria de 1/8 do núcleo ativo.	53
Figura 27: Média da densidade de potência por elemento combustível do reator Ulchin-1, simetria de 1/8 do núcleo ativo	54
Figura 28: Geometria radial de ¼ de núcleo do <i>Benchmark</i> EPRI-9R 3D. Em destaque a configuração dos elementos combustíveis do tipo 1 (vermelho) e tipo 2 (azul).	55
Figura 29: Geometria axial do Benchmark EPRI-9R 3D.	56
Figura 30: <i>Benchmark</i> Koebke configuração A, distribuição da densidade de potência sobre ¼ do núcleo	60
Figura 31: <i>Benchmark</i> Koebke configuração B, distribuição da densidade de potência sobre ¼ do núcleo	61
Figura 32: Benchmark IAEA 2D, distribuição da densidade de potência sobre ¼ do núcleo	61
Figura 33: Reator Ulchin-1, distribuição da densidade de potência sobre ¼ do núcleo	63
Figura 34: Geometria radial de ¼ de núcleo do <i>Benchmark</i> EPRI-9R 3D modificado	66
Figura 35: Distribuição radial da potência média por elemento combustível do reator EPRI-9R 3D modificado	67
Figura 36: Migração axial do pico de potência em função da inserção das barras de controle no núcleo (deve-se atentar para as diferentes escalas de cores).	68
Figura 37: Distribuição de potência no plano transversal situado em um dos eixos de simetria do núcleo. Há barras de controle no elemento combustível situado na posição radial 51 a 68	69

Figura 38: Comportamento da distribuição axial de potência em função da	
introdução das barras de controle	70
Figura 39: Modelagem do canal refrigerante. <i>Fonte:</i> (AFFONSO, 2013)	71
Figura 40: Distribuição axial de temperatura no combustível para diversas	
posições dos BBC	73
Figura 41: Evolução da temperatura da água na saída do canal refrigerante	73
Figura 42: Evolução da temperatura máxima do combustível.	74
Figura 43: Distribuição de temperatura no revestimento em função da	
inserção dos BBC	75

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Parâmetros nucleares para dois grupos de energia, <i>benchmark</i> Koebke	32
Tabela 2: Parâmetros nucleares para dois grupos de energia, <i>benchmark</i> IAEA-2D	36
Tabela 3: Parâmetros nucleares para dois grupos de energia, reator Ulchin- 1, Ciclo-1	40
Tabela 4: Resultados obtidos para o reator Ulchin-1, tolerância $\Delta \phi$ =10 ⁻⁶ e Δk =10 ⁻⁷	43
Tabela 5: Referência – Código CITATION. Resultados obtidos para o reator Ulchin-1, tolerância $\Delta \phi = 10^{-5} \text{ e } \Delta k = 10^{-5}$	44
Tabela 6: Resultados obtidos para o reator Ulchin-1, tolerância $\Delta \phi$ =10 ⁻⁵ e Δk =10 ⁻⁵	46
Tabela 7: Comparativo entre o fluxo de nêutrons nas tolerâncias ($\Delta \phi = 10^{-6}$ e $\Delta k = 10^{-7}$) e ($\Delta \phi = 10^{-5}$ e $\Delta k = 10^{-5}$), aplicadas ao código DIF3D2G	47
Tabela 8: Seções de choque do Benchmark EPRI-9R 3D	56
Tabela 9: Diferença relativa percentual da potência média por elemento combustível.	57
Tabela 10: Potência média das varetas para as diferentes posições das barras de controle	68
Tabela 11: Parâmetros termohidráulicos empregados na simulação	72

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

MP	-	Método de Potências		
EC	-	Elemento combustível		
MGS	-	Método de Gauss-Seidel		
MDF	-	Método de Diferenças Finitas		
BBC	-	Bancos de barras de controle		
drp	-	Diferença relativa percentual		
pcm	-	Percentmilion		
BOC	-	Begin of Cycle		
LWR	-	Light Water Reactor		
SOR	-	Sucessive Overrelaxation		
PWR	-	Pressurized Water Reactor		
DNB	_	Departure from Nucleate Boiling		

SUMÁRIO

1	IN	TRODUÇÃO	15
	1.1	OBJETIVO	
	1.2	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	
2	FL	JNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	
3	M	ODELAGEM COMPUTACIONAL	
4	IM	PLEMENTAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL	
5	VA	ALIDAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL	
	5.1	Коевке	
	5.2	IAEA 2D	
	5.3	ULCHIN-1	
	5.3	.1 Procedimento 1	41
	5.3	.2 Procedimento 2	52
	5.4	Epri-9r 3d	
6	ES	STUDOS DE CASO	
	6.1	Коевке / IAEA 2D	
	6.2	ULCHIN-1 2D	
	6.3	EPRI-9R 3D MODIFICADO	
	6.3	.1 Análise neutrônica	65
	6.3	.2 Análise termohidráulica	70
7	C	ONCLUSÃO	
8	R	EFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	

1 INTRODUÇÃO

No que diz respeito às centrais nucleares, o fator segurança está novamente em evidência, sendo, desta vez, evidenciado pelo acidente ocorrido em março de 2011 na Central Nuclear de Fukushima Daiiche, no Japão. E por mais que especialistas da área nuclear enfatizem que tal episódio se deu por conta de um evento da natureza de proporções colossais, a sociedade civil mantem o arraigado ponto de vista no qual tudo aquilo que carrega consigo o termo nuclear traz embutido algo de extremo perigo. Em contrapartida, a indústria nuclear mantem o fator segurança como uma de suas principais diretrizes, senão a principal, sempre buscando inovar e/ou aprimorar os meios e técnicas que garantam melhor desempenho e maior estabilidade aos parâmetros relativos à confiabilidade das plantas nucleares.

Nesse contexto, a física de reatores e a termohidráulica são áreas de estudo da engenharia nuclear que contribuem fortemente com estas inovações e aprimoramentos, podendo, através dos estudos de neutrônica e de limites termohidráulicos dos componentes da planta, estabelecer situações sob as quais um reator nuclear pode operar de forma segura, confiável e eficaz. Constituindo, as varetas e elementos combustíveis, alguns dos componentes submetidos a tais análises de limites de operação.

A integração dessas duas áreas de conhecimento é feita em virtude da geração de calor no núcleo do reator, onde a neutrônica está atrelada à predição do comportamento do fluxo de nêutrons e consequente liberação de energia pelo combustível, e a termohidráulica está incumbida, dentre outros aspectos, da remoção eficaz dessa energia gerada no núcleo. Sendo assim, para um dado reator é de grande importância que se conheça o comportamento da geração de calor em diversas situações, buscando identificar circunstâncias que tenham potencial de causar danos à operação do reator ou mesmo aos componentes do núcleo.

1.1 OBJETIVO

Os níveis de potência assumidos durante a operação de um reator estão fortemente vinculados às particularidades do seu projeto. Sendo que, dentre outros aspectos, a distribuição de potência depende sensivelmente de parâmetros como o enriquecimento do combustível; a distribuição de temperatura no núcleo; o tipo de controle de reatividade empregado; a localização dos bancos de controle; e a geometria do núcleo. Determinar essa distribuição consiste numa tarefa árdua que envolve o emprego de dados empíricos e intrincadas relações matemáticas. E, em se tratando de reatores comerciais, dadas suas grandes proporções e a complexidade de seu arranjo estrutural, essa tarefa se torna inviável sem a utilização de ferramentas computacionais.

Sendo assim, pretende-se aplicar a equação de difusão de nêutrons em estado estacionário multidimensional para simular o fluxo de nêutrons em reatores refrigerados água, fazendo uso do Método de Diferenças Finitas. Por conseguinte, o presente trabalho tem por objetivo apresentar um estudo sobre o comportamento da distribuição de potência num reator do tipo PWR, considerando a intensidade e a migração dos picos de potência à medida que ocorre a inserção das barras de controle no núcleo. Verificando, para cada passo de inserção, se a localização desses pontos coincide com a posição da vareta combustível de maior densidade de potência; e ainda, se essa última pertence ao elemento combustível que apresenta maior potência média.

Além disso, tomando como ponto de partida a distribuição axial de potência ao longo da vareta de maior fluxo de calor, pretende-se realizar a análise termohidráulica dessa vareta e do canal refrigerante associado. Para tal, será usado o código Fuel_Rod_3D (AFFONSO, 2013), que usa o Método dos Elementos Finitos para modelar uma vareta combustível e seu canal refrigerante. Possibilitando a simulação do comportamento termohidráulico de uma única vareta discretizada em três dimensões, considerando o fluxo de calor a partir do interior da pastilha combustível, passando pelo "*gap*" e pelo revestimento até alcançar o fluido refrigerante.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No capítulo 2 é feita uma breve explanação a cerca da Teoria de Difusão de Nêutrons, bem como dos preceitos teóricos que descrevem o controle e o comportamento da geração de energia no núcleo de um reator nuclear. Em seguida, no capítulo 3, o Método de Diferenças Finitas em *esquema "box"* é aplicado à equação de difusão de nêutrons em três dimensões com dois grupos de energia e em estado estacionário. Também é discutido o método numérico empregado.

O processo de solução numérico demanda o uso de considerável quantidade de processamento computacional, sobretudo quando o domínio espacial é extenso e/ou extremamente refinado. Nesse contexto, no capítulo 4 são apresentadas as características do código computacional DIF3D2G, desenvolvido em consonância com os objetivos aqui propostos.

No capítulo 5 o código DIF3D2G é aplicado na solução de alguns problemas de *benchmark* - a saber, IAEA 2D, Koebke 2D e EPRI-9R 3D - visando sua validação e implicando na verificação da precisão de seus resultados.

Tomando como pressuposto que o objetivo deste trabalho diz respeito à distribuição de potência ao longo do eixo axial de uma vareta combustível, o capítulo 6 trata da identificação da região do núcleo que apresenta o maior pico de potência, permitindo, desta forma, apontar a localização da vareta combustível de maior densidade de potência. O *benchmark* EPRI-9R 3D está na seção 6.3 como principal estudo de caso realizado nesta dissertação, uma vez que sua estrutura foi modificada de forma a propiciar a análise termohidráulica do canal refrigerante de maior fluxo de calor.

Finalmente, no capítulo 7 são apresentadas as principais conclusões a cerca do processo de validação do código e, principalmente, são discutidos os aspectos mais relevantes dos resultados obtidos nos estudos de caso.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O controle de um reator nuclear está intimamente ligado ao comportamento da população de nêutrons em seu núcleo, uma vez que são eles os responsáveis pelas fissões nucleares e, consequentemente, pela produção de energia. Sendo assim, é de fundamental importância o emprego de um modelo teórico capaz de descrever o comportamento físico desse sistema, como a Teoria de Difusão de Nêutrons.

Nessa teoria é feito o balanço da população em função do tempo, do espaço e da energia, considerando as possíveis fontes de geração e de perda de nêutrons. Sendo consideradas as perdas que ocorrem por meio da fuga de nêutrons, das interações atômicas de absorção – como a captura radioativa (n, γ) . A fissão nuclear é tida como a fonte responsável pela geração de nêutrons. Já as interações de espalhamento, responsáveis pela moderação energética, podem remover nêutrons de um grupo para outro. Quando independente do tempo e aplicada a múltiplos grupos de energia a equação de difusão toma a forma da Equação (1), que está escrita em função da Lei de Fick, dada pela Equação (2).

$$\nabla J_g(\boldsymbol{r}) + \Sigma_{r_g}(\boldsymbol{r})\phi_g(\boldsymbol{r}) = \sum_{g'=1}^G \left[\frac{1}{k_{ef}}\chi_g \nu \Sigma_{f_{g'}}(\boldsymbol{r}) + \Sigma_{g' \to g}(\boldsymbol{r})\right]\phi_{g'}(\boldsymbol{r})$$
(1)

$$\boldsymbol{J}_g(\boldsymbol{r}) = -D_g(\boldsymbol{r}) \,\nabla \phi_g(\boldsymbol{r}) \qquad g = 1, 2, \dots, G.$$
⁽²⁾

Onde

 $k_{ef} \rightarrow$ fator de multiplicação efetivo

- $\phi_a \rightarrow$ fluxo de nêutrons no grupo g
- $J_{g}(r) \rightarrow$ corrente de nêutrons no grupo g
- $D_q \rightarrow$ coeficiente de difusão no grupo g
- $G \rightarrow$ número total de grupos de energia
- $\chi_{\rm g}$ \rightarrow espectro de fissão em cada grupo de energia
- Σ_{f_a} \rightarrow seção de choque macroscópica de fissão no grupo g

 $\Sigma_{R_g} \rightarrow \text{seção de choque macroscópica de remoção no grupo g}$ $\nu_g \rightarrow \text{número médio de nêutrons emitidos por fissão no grupo g}$ $\Sigma_{g' \rightarrow g} \rightarrow \text{seção de choque de transferência entre os grupos de energia}$

Por ser um sistema alimentado por reações em cadeia é de extrema importância que em um reator nuclear a população de nêutrons seja mantida constante ao longo do tempo, havendo o balanceamento entre as perdas e os ganhos desses. Quando essa situação é alcançada diz-se que o reator está crítico, ou seja, o fator de multiplicação vale aproximadamente 1 ($k_{ef} \approx 1$), caso esse valor seja maior que a unidade o sistema estará supercrítico ($k_{ef} > 1$) e se menor ele estará subcrítico ($k_{ef} < 1$). Ou seja, o fator de multiplicação carrega consigo informação acerca da variação global do fluxo de nêutrons entre sucessivas gerações de nêutrons.

Por questões de segurança o estado supercrítico deve ser evitado, uma vez que podem ocorrer excursões de potência de modo a ocasionar a perda de integridade do núcleo. Já o estado subcrítico implica que o processo de reação em cadeia não é autossustentado e, se assim mantido, levará ao desligamento do reator. Portanto, o domínio das variações no fator de multiplicação é essencial no procedimento de operação de uma planta nuclear e seu desvio em relação à unidade é definido por uma grandeza chamada reatividade (ρ), que é expressa pela Equação (3).

$$\rho \equiv 1 - \frac{1}{k} \tag{3}$$

Fundamentalmente, o controle de reatividade é efetivado de duas maneiras: (1) pelo controle químico-volumétrico do moderador, onde a concentração de ácido bórico está diretamente ligada à manutenção da criticalidade ao longo de largos intervalos de tempo, compensando, por exemplo, o decréscimo de reatividade do combustível durante sua vida útil; (2) ou por meio dos bancos de barras de controle (BBC), constituídos de materiais altamente absorvedores de nêutrons - como a prata e o aço borado - e são capazes de fazer rápidas inserções de reatividade. As inserções de reatividade podem ser positivas ou negativas, dependendo do tipo de procedimento a ser efetuado sobre o reator, sendo conveniente sua mensuração em benefício da apreciação de estados subsequentes às alterações executadas. A Equação (4) denota essas variações de reatividade cujos resultados são apresentados em *percentmilion*.

$$\Delta \rho = \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k_{ref}}\right) \cdot 10^5 \ pcm \tag{4}$$

As barras de controle atuam nos transientes de potência, exercendo influência direta sobre o fluxo de nêutrons de forma a ajustar sua intensidade e sua distribuição espacial no interior do núcleo. Teoricamente o fluxo deveria estar distribuído conforme a Figura 1, de modo que suas componentes radial e axial possuam suas máximas intensidades no centro geométrico do reator. Entretanto, a situação expressa na figura diz respeito a um reator homogêneo de geometria cilíndrica sem a presença de elementos de controle, onde o combustível está simetricamente distribuído em seu interior.



Figura 1: Distribuição do fluxo de nêutrons em um reator cilíndrico (DUDERSTADT e HAMILTON, 1976).

A princípio, em um reator cilíndrico com as características citadas, o fluxo axial assume disposição cossenóide enquanto que o radial distribui-se segundo a função de *Bessel* de ordem zero. Contudo, essas configurações podem ser alteradas devido a fatores como a presença de refletores ou de elementos de controle.

Quando submetido à ação provocada pela inserção das barras de controle, o perfil axial do fluxo desloca-se em direção à porção inferior do núcleo conforme exibido na Figura 2. Ela demonstra a análise de uma situação hipotética cuja região dos BBC (região achurada) é representada pela completa substituição das propriedades do combustível por propriedades de um material fortemente absorvedor de nêutrons, de forma que a validade dos resultados não pode ser estendida ao fluxo radial.



Figura 2: Interação entre a inserção das barras de controle e o perfil axial do fluxo de nêutrons (DUDERSTADT e HAMILTON, 1976).

Do ponto de vista dos critérios de segurança e da geração de energia no núcleo, almeja-se que os perfis de potência estejam distribuídos da forma mais isotrópica possível, buscando a "queima" uniforme do combustível e evitando picos locais de temperatura.

3 MODELAGEM COMPUTACIONAL

O modelo matemático empregado neste trabalho passa necessariamente pela solução numérica da equação de difusão de nêutrons, utilizando para tanto o Método de Diferenças Finitas (MDF) discretizado em *esquema box*, também conhecido como Método de Diferenças Finitas Centrado na Malha.

A escolha deste método está relacionada à obtenção de informação necessária para descrever a distribuição de potência axial com determinado nível de precisão em problemas tridimensionais. Em outras palavras, é requisito essencial que se tenha bom refinamento na malha espacial ao longo de cada vareta combustível, uma vez que se deseja adquirir boa quantidade de dados sobre o comportamento da densidade de potência gerada por estas. Ou seja, o método de discretização deve oferecer a possibilidade de trabalhar com malhas espaciais consideravelmente refinadas.

Além de estar apto para trabalhar com malhas refinadas, o Método de Diferenças Finitas dispensa o uso de procedimentos implícitos à homogeneização da malha em grandes células, como recorrente nos métodos nodais que empregam reconstrução pino-a-pino.

A seguir, será feita uma breve explanação sobre os fundamentos teóricos do Método de Diferenças Finitas (MDF) em *esquema "box"*, e sua aplicação à equação de difusão de nêutrons em três dimensões com um grupo de energia e em estado estacionário. Em coordenadas cartesianas, a equação de difusão pode ser escrita na conforme a Equação (5), cuja corrente de nêutrons em uma determinada direção é dada na forma da Equação (6).

$$\frac{\partial}{\partial x} J_{gx}(x,y,z) + \frac{\partial}{\partial y} J_{gy}(x,y,z) + \frac{\partial}{\partial z} J_{gz}(x,y,z) + \Sigma_{r_g}(x,y,z)\phi_g(x,y,z)
= \sum_{g'=1}^G \left[\frac{1}{k_{ef}} \chi_g v \Sigma_{f_{g'}}(x,y,z) + \Sigma_{g' \to g}(x,y,z) \right] \phi_{g'}(x,y,z)$$
(5)

$$J_{gx}(x,y,z) = -D_g(x,y,z) \frac{\partial}{\partial x} \phi_g(x,y,z)$$
(6)

A formulação da equação de difusão pelo Método de Diferenças Finitas pode ser derivada a partir de sua formulação diferencial, Equação (1). O procedimento consiste em substituir os termos diferenciais da corrente de nêutrons por relações de diferenças finitas escritas em função de valores do fluxo em pontos específicos.



Figura 3: Malha unidimensional associada ao MDF centrado na malha.

A escolha dos pontos onde o fluxo será explicitado determina o tipo de aproximação do MDF. A Figura 3 mostra a configuração unidimensional para o caso da aproximação centrada na malha. Nesta, define-se que a média do fluxo de nêutrons em uma região é igual ao valor dessa grandeza em seu centro.



Figura 4: Malha tridimensional associada ao MDF centrado na malha.

Considerando o ponto (x_i, y_j, z_k) centrado em uma determinada região da malha espacial (conforme Figura 4), pode-se escrever seu volume V^{ijk} em função de suas dimensões espaciais $\Delta_x^i, \Delta_y^j, \Delta_z^k$.

$$V^{ijk} = \Delta_x^i \Delta_y^j \Delta_z^k$$

$$\Delta_x^i = x_{i+1} - x_i \qquad \Delta_y^j = y_{j+1} - y_j \qquad \Delta_z^k = z_{k+1} - z_k$$
(7)

Integrando a Equação (5) sobre uma região da malha e ponderando o resultado sobre seu volume chega-se a Equação (8), de modo a considerar constantes os parâmetros D_g^{ijk} , Σ_{rg}^{ijk} e v $\Sigma_{fg'}^{ijk}$.

$$\frac{1}{\Delta_{x}^{i}} \left[J_{gx}^{jk}(x_{i+1}) - J_{gx}^{jk}(x_{i}) \right] + \frac{1}{\Delta_{y}^{j}} \left[J_{gy}^{ik}(y_{j+1}) - J_{gy}^{ik}(y_{j}) \right] + \frac{1}{\Delta_{z}^{k}} \left[J_{gz}^{ij}(z_{k+1}) - J_{gz}^{ij}(z_{k}) \right] \\ + \Sigma_{rg}^{ijk} \phi_{g}^{ijk} = \sum_{g'=1}^{G} \left[\frac{1}{k_{ef}} \chi_{g} v \Sigma_{fg'}^{ijk} + \Sigma_{g' \to g}^{ijk} \right] \phi_{g'}^{ijk}$$
(8)

onde

$$\phi_g^{ijk} \equiv \frac{1}{V^{ijk}} \int_{x_i}^{x_{i+1}} dx \int_{y_j}^{y_{j+1}} dy \int_{z_k}^{z_{k+1}} \phi_g(x, y, z) dz$$
(9)

е

$$J_{gx}^{jk}(x) = -\frac{D_g^{ijk}}{\Delta_y^j \Delta_z^k} \frac{d}{dx} \int_{y_j}^{y_{j+1}} dy \int_{z_k}^{z_{k+1}} \phi_g(x, y, z) dz$$
(10)

Substituindo a derivada parcial presente na Equação (10) por uma expressão de diferenças finitas chega-se a Equação (11) e a Equação (12), que são respectivas aos lados positivo x_i^+ e negativo x_i^- da interface mostrada na Figura 3.

$$J_{gx}^{jk}(x_{i}) \approx -D_{g}^{ijk} \frac{\phi_{g}^{ijk} - \phi_{gx}^{jk}(x_{i}^{+})}{\Delta_{x}^{i}/2}$$
(11)

$$J_{gx}^{jk}(x_i) \approx -D_g^{ijk} \, \frac{\phi_{gx}^{jk}(x_i^-) - \phi_g^{ijk}}{\Delta_x^{i-1}/2} \tag{12}$$

onde

$$\phi_{gx}^{jk} \equiv \frac{1}{\Delta_y^j \Delta_z^k} \int_{y_j}^{y_{j+1}} dy \int_{z_k}^{z_{k+1}} \phi_g(x, y, z) \, dz \tag{13}$$

Finalmente, impondo a expressão abaixo como condição de continuidade nas interfaces das regiões internas ao domínio chega-se à Equação(15) e à Equação (16).

$$\phi_{gx}^{jk} = \phi_{gx}^{jk}(x_i^+) = \phi_{gx}^{jk}(x_i^-) \tag{14}$$

$$J_{gx}^{jk}(x_i) = -\left[\frac{\Delta_x^i}{2D_g^{ijk}} + \frac{\Delta_x^{i-1}}{2D_g^{i-1,jk}}\right]^{-1} \left(\phi_g^{ijk} - \phi_g^{i-1,jk}\right)$$
(15)

$$J_{gx}^{jk}(x_{i+1}) = \left[\frac{\Delta_x^i}{2D_g^{ijk}} + \frac{\Delta_x^{i+1}}{2D_g^{i+1,jk}}\right]^{-1} \left(\phi_g^{ijk} - \phi_g^{i+1,jk}\right)$$
(16)

Aplicando essas duas últimas equações na Equação (8) finalmente chega-se à Equação (17), que é a equação de difusão de nêutrons discretizada pelo MDF centrado na malha.

$$\frac{1}{\Delta_{x}^{i}} \left[\frac{\Delta_{x}^{i}}{2D_{g}^{ijk}} + \frac{\Delta_{x}^{i+1}}{2D_{g}^{i+1,jk}} \right]^{-1} \left(\phi_{g}^{ijk} - \phi_{g}^{i+1,jk} \right) + \frac{1}{\Delta_{x}^{i}} \left[\frac{\Delta_{x}^{i}}{2D_{g}^{ijk}} + \frac{\Delta_{x}^{i-1}}{2D_{g}^{i-1,jk}} \right]^{-1} \left(\phi_{g}^{ijk} - \phi_{g}^{i,j+1,k} \right) + \frac{1}{\Delta_{x}^{i}} \left[\frac{\Delta_{y}^{j}}{2D_{g}^{ijk}} + \frac{\Delta_{y}^{j-1}}{2D_{g}^{i,j-1,k}} \right]^{-1} \left(\phi_{g}^{ijk} - \phi_{g}^{i,j+1,k} \right) + \frac{1}{\Delta_{y}^{i}} \left[\frac{\Delta_{y}^{j}}{2D_{g}^{ijk}} + \frac{\Delta_{y}^{j-1}}{2D_{g}^{i,j-1,k}} \right]^{-1} \left(\phi_{g}^{ijk} - \phi_{g}^{i,j+1,k} \right) + \frac{1}{\Delta_{x}^{j}} \left[\frac{\Delta_{y}^{j}}{2D_{g}^{ijk}} + \frac{\Delta_{y}^{j-1}}{2D_{g}^{i,j-1,k}} \right]^{-1} \left(\phi_{g}^{ijk} - \phi_{g}^{i,j-1,k} \right) + \frac{1}{\Delta_{x}^{k}} \left[\frac{\Delta_{x}^{k}}{2D_{g}^{ijk}} + \frac{\Delta_{y}^{k-1}}{2D_{g}^{i,j-1,k}} \right]^{-1} \left(\phi_{g}^{ijk} - \phi_{g}^{i,j-1,k} \right) + \frac{1}{\Delta_{x}^{k}} \left[\frac{\Delta_{x}^{k}}{2D_{g}^{ijk}} + \frac{\Delta_{x}^{k-1}}{2D_{g}^{i,j-1,k}} \right]^{-1} \left(\phi_{g}^{ijk} - \phi_{g}^{i,j-1,k} \right) + \sum_{rg}^{rig} \phi_{g}^{ijk} = \sum_{g'=1}^{G} \left[\frac{1}{k_{ef}} \chi_{g} v \Sigma_{fg'}^{ijk} + \Sigma_{g' \rightarrow g}^{ijk} \right] \phi_{g'}^{ijk}$$
(17)

A Equação (17) não é válida para os elementos localizados nas extremidades da malha espacial. Há, então, que se aplicar as devidas condições de contorno para que sua validade se estenda sobre todo o domínio. Estas condições são expressas em função dos coeficientes α e β na forma listada abaixo.

- Se $\alpha = 0 \implies$ condição de corrente de entrada nula;
- Se $\beta = 0 \implies$ condição de fluxo nulo;
- Se $\alpha \neq 0$ e $\beta \neq 0 \implies$ condição de albedo.

Tomando como exemplo a região de contorno localizada na extremidade esquerda da malha espacial na direção x, e aplicando os coeficientes de contorno, a Equação (15) toma a forma abaixo.

$$J_{gx}^{jk}(x_1) = \frac{2\alpha D_g^{1jk}}{2\beta + \alpha \Delta_x^1} \phi_g^{1jk}$$
(18)

A Equação (17) pode ser compactada na forma matricial presente na Equação (19).

$$N_{g}\phi_{g} = \frac{1}{k_{ef}} \sum_{g'=1}^{G} F_{gg'}\phi_{g'} + \sum_{\substack{g'=1\\g'\neq g}}^{G} \Sigma_{gg'}\phi_{g'}$$
(19)

onde

 $N_g \rightarrow$ matriz hepta-diagonal contendo os termos de diferenças finitas $\phi_g \rightarrow$ vetor coluna de comprimento N contendo os fluxos do grupo g $F_{gg'} \rightarrow$ matriz diagonal N x N contendo os termos $\{\chi_g v \Sigma_{fg'}^{ijk}\}$ $\Sigma_{gg'} \rightarrow$ matriz diagonal N x N contendo os termos $\{\Sigma_{g' \rightarrow g}^{ijk}\}$ $N \rightarrow$ número total de regiões espaciais = I x J x K

A Equação (20)é uma forma ainda mais compacta de escrita matricial da Equação (17), onde a matriz **A** é simétrica, diagonalmente dominante e positiva definida.

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\Phi} = \frac{1}{k_{ef}} \,\mathbf{M}\boldsymbol{\Phi} \tag{20}$$

onde

- $A \rightarrow$ matriz de dimensões NG x NG contendo $\{N_g \Sigma_{gg'}\}$
- $M \rightarrow$ matriz de dimensões NG x NG contendo $\{F_{gg'}\}$
- $\Phi \rightarrow$ vetor de comprimento NG contendo os fluxos

Da maneira aqui descrita, a equação de difusão de nêutrons caracteriza um problema de autovalores e autovetores, sendo que esse atributo fica evidenciado na Equação(21). Sua solução fornece os autovalores de k_{ef} e os respectivos autovetores de **S**.

$$\boldsymbol{R} \boldsymbol{S} = k_{ef} \boldsymbol{S} \qquad onde \boldsymbol{S} = \boldsymbol{M} \boldsymbol{\Phi} e \boldsymbol{R} = \boldsymbol{M} \boldsymbol{A}^{-1}$$
(21)

A solução desse sistema de equações pode ser obtida por meio de uma variedade de métodos numéricos. O método de solução empregado nesta dissertação está ancorado no Método de Potências (MP) e no Método de *Gauss-Seidel* (MGS). Onde o processo iterativo do MP fornece o mínimo autovalor de k_{ef} e seu autovetor associado **S** e o MGS está relacionado ao processo de inversão da matriz **A** presente na Equação (21).

Em sua totalidade, o processo de solução aqui tratado demanda o uso de considerável quantidade de processamento computacional, sobretudo quando o domínio espacial é extenso e/ou extremamente refinado. Na seção seguinte são apresentadas as características do código computacional desenvolvido em consonância com os objetivos propostos no presente trabalho.

4 IMPLEMENTAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL

O estudo da difusão de nêutrons nos estudos de caso adotados foi realizado por meio do código computacional DIF3D2G, que emprega o Método de Diferenças Finitas para solucionar numericamente a equação de difusão de nêutrons a dois grupos de energia e em estado estacionário. Ele foi desenvolvido em linguagem Fortran e está apto a modelar reatores em uma, duas ou três dimensões espaciais, considerando o núcleo por completo ou em partições simétricas de um meio ou um quarto de núcleo.

Como dados de entrada são fornecidos ao código a geometria do reator, os parâmetros nucleares e a distribuição espacial de cada material que o constitui, além do refinamento da malha em cada região ocupada por esses. São fornecidas também as condições de contorno do problema (de fluxo nulo ou de corrente de entrada nula), bem como a presença ou não do refletor, do *baffle*, dos bancos de barras de controle e de suas respectivas características.

Outro aspecto do código DIF3D2G diz respeito aos processos iterativos implícitos ao MP e ao MGS, tendo a eles atribuídos fatores de teste de convergência para as iterações externas e internas. Essas tolerâncias são determinadas como dados de entrada e estão associados a tolerâncias que devem ser alcançadas durante cada iteração tanto para o fluxo de nêutrons quanto para o fator de multiplicação. São eles: $\Delta \phi e \Delta k$ para as iterações externas e $\Delta \phi_{in}$ para as iterações internas. Para acelerar a convergência das iterações foi implementado o Método SOR (sucessive overrelaxation), onde o parâmetro de aceleração vale 1,45 em todos os casos estudados.

Os dados de saída fornecidos pelo código são: o número de iterações externas, o fator de multiplicação efetivo k_{ef} , o tempo de processamento, o fluxo de nêutrons para os dois grupos de energia e a densidade de potência em cada região da malha espacial.

O fluxo obtido a partir do cálculo dos autovalores é dado em valores relativos, exigindo um processo de normalização para que seu valor seja dado em valores absolutos. Esse processo pode ser efetuado a partir de uma constante de normalização arbitrária ponderada sobre o volume do reator, geralmente aplicando a relação de normalização dada na Equação (22), onde *g* denota o grupo de energia dos nêutrons.

$$\frac{1}{V_{n\acute{u}cleo}} \int_{V_{n\acute{u}cleo}} \sum_{g} \nu \Sigma_{fg} \, \phi_g \, dV = 1 \tag{22}$$

Dependendo do caso, a normalização pode ser feita em função do nível de potência do reator, para isso, utiliza-se a Equação (23). Ela leva em conta a energia efetiva liberada por fissão ω_q , cujo valor adotado neste trabalho é de 192 Mev.

$$P_{reator} = \int_{V_{n\acute{u}cleo}} \sum_{g} \omega_{g} \nu \Sigma_{fg} \, \phi_{g} \, dV \tag{23}$$

A média da densidade de potência q''' em cada elemento combustível (EC) foi obtida a partir do fluxo de nêutrons normalizado, empregando a Equação (24).

$$q^{\prime\prime\prime}_{elemento} = \frac{1}{V_{EC}} \int_{V_{EC}} \sum_{g} \omega_{g} \nu \Sigma_{fg} \cdot \phi_{g} \, dV \tag{24}$$

O fluxo de nêutrons médio por vareta foi calculado conforme a Equação (25), onde $V_{i,j}$ e $\phi_{i,j}$ são, respectivamente, o volume e o fluxo em cada região espacial da vareta.

$$\phi_{por vareta} = \frac{1}{V_{vareta}} \sum_{i,j,k=1}^{I,J,K} \phi^{ijk} \cdot V^{ijk}$$
(25)

5 VALIDAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL

O código DIF3D2G foi aplicado na solução de alguns problemas de benchmark - a saber, IAEA 2D, Koebke 2D e EPRI-9R 3D - visando sua validação e implicando na verificação da precisão dos resultados para o fator de multiplicação, para a distribuição espacial do fluxo de nêutrons e para a densidade de potência.

Para efetuar essa validação os valores de referência, fornecidos pelos benchmarks, foram utilizados na Equação (26). Resultando na diferença relativa percentual (drp) entre esses valores de referência e aqueles fornecidos pelo código. Em trabalhos como (NOH e CHO, 1994) e (THELER, CLAUSSE e BONETTO, 2011) costuma-se adotar como critério de validação uma drp de até 1%, sendo esse o valor usado nesta dissertação. A seguir será apresentado cada um dos referidos casos de validação e serão discutidos os resultados obtidos.

$$drp = \frac{valor \ obtido - valor \ de \ referência}{valor \ de \ referência}$$
(26)

5.1 KOEBKE

O *benchmark* Koebke simula em duas dimensões um reator do tipo PWR simplificado, cujos elementos combustíveis contêm 64 pinos dispostos em arranjo quadrado com a presença de quatro tubos guia em cada elemento. Seu núcleo ativo é delimitado pela presença do *baffle* e do refletor.

Originalmente, este *benchmark* foi estabelecido tratando o núcleo de forma heterogênea, com a presença de seis tipos de materiais cujos parâmetros nucleares são referentes a quatro grupos de energia (KOEBKE, 1981). Porém, existe outra configuração possível para este *benchmark* (TRKOV e RAVNIK, 1994), na qual são considerados dois ou três tipos de elementos combustíveis cujos parâmetros estão divididos em dois grupos de energia. Sendo o combustível e a região *baffle*/refletor tratados de forma homogênea e ambos tendo 12 cm de largura.

A Figura 5 ilustra o *benchmark* Koebke proposto por (TRKOV e RAVNIK, 1994) em duas configurações diferentes. Na configuração A são empregados três tipos de combustível, onde o do Tipo 2 contém barras de controle, já na configuração B não há elementos do Tipo 2.



Figura 5: Configuração do benchmark Koebke com simetria de ¼ do núcleo.

Parâmetros como, seções de choque e coeficientes de difusão para os quatro tipos de materiais estão listados na Tabela 1. As propriedades relativas ao material do Tipo 4 são referentes à homogeneização do *baffle* com o refletor.

Tipo de Material	Grupo	$\Sigma_a (cm^{-1})$	$\mathbf{v}\mathbf{\Sigma}_{f}\left(\mathbf{cm}^{-1} ight)$	D (cm)	$\Sigma_{1 ightarrow 2} (cm^{-1})$
Combustível	1	0,00808670	0,0047576	1,50400	0,01873042
Tipo 1	2	0,06949180	0,0857355	0,35629	0
Combustível	1	0,0100475	0,0046210	1,43368	0,01805838
Tipo 2	2	0,0789324	0,0757924	0,30619	0
Combustível	1	0,00811080	0,0051284	1,52340	0,01799933
Tipo 3	2	0,08581920	0,1216174	0,36045	0
Refletor	1	0,00141030	0	1,02020	0,03087685
Tipo 4	2	0,10040830	0	1,21120	0

Tabela 1: Parâmetros nucleares para dois grupos de energia, benchmark Koebke.

Na simulação, em simetria de ¼ de núcleo, o reator foi discretizado por uma malha refinamento de um centímetro ($\Delta x = 1 \ cm$, $\Delta y = 1 \ cm$). Os critérios de convergência nas iterações externas e internas são: $\Delta k = 10^{-7}$ para o fator de

multiplicação, $\Delta \phi = 10^{-6}$ para o fluxo e $\Delta \phi_{in} = 10^{-5}$ para o fluxo nas iterações internas. Tendo fluxo nulo como condição de contorno para os elementos adjacentes às bordas do reator.



Figura 6: Distribuição espacial do fluxo de nêutrons do grupo rápido em ¼ de núcleo do *benchmark* Koebke.

Na Figura 6 e na Figura 7 são apresentadas as distribuições espaciais do fluxo de nêutrons para ambos os grupos, considerando as configurações A e B.



Figura 7: Distribuição espacial do fluxo de nêutrons do grupo térmico em ¼ de núcleo do *benchmark* Koebke.

Nas curvas correspondentes à configuração A é possível observar a presença de depressões localizadas nas regiões correspondentes aos elementos combustíveis do Tipo 2, os quais contêm os BBC. Quanto às curvas correspondentes à configuração B, constata-se que a distribuição do fluxo é dada de forma harmoniosa, sobretudo para o grupo rápido. Como esperado, em todas as curvas, o fluxo de nêutrons é máximo na região central do núcleo e mínimo na região do refletor.

A Figura 8 exibe os resultados da simulação para a distribuição da densidade de potência em 1/8 do núcleo ativo. Estão listadas as densidades médias por elemento combustível (EC), obtidas a parir do código MEDIUM-2 (KOEBKE, 1981) e a partir do código computacional implementado no presente trabalho. Exibe também o fator de multiplicação efetivo e a drp entre os resultados dos dois códigos.



Figura 8: Densidade de potência média por elemento combustível, em unidades de medida arbitrária, para 1/8 de núcleo do *benchmark* Koebke.

Constata-se que os resultados obtidos pelo código DIF3D2G estão muito próximos daqueles empregados como referência. As diferenças relativas são menores que 1% (em valores absolutos), tanto para a distribuição de potência quanto para o fator de multiplicação efetivo em ambas as configurações. Sendo assim, o código computacional pode ser considerado válido quando aplicado ao *benchmark* em questão.

5.2 IAEA 2D

Este *benchmark* bidimensional, também conhecido como "*Two-dimensional LWR Problem*" (ARGONNE LABORATORY, 1976), representa o plano correspondente à porção média (z=190 cm) do reator proposto no benchmark IAEA 3D. Cujo núcleo, de 340 cm de diâmetro, contém três tipos de elementos combustíveis homogêneos com 20 cm de largura cada um.

A Figura 9 exibe a configuração do reator para a simetria de ¼ do núcleo, em que a região do Tipo 2 contém os BBC. Por se tratar de um reator tridimensional colapsado em duas dimensões, é necessário o uso do *buckling* geométrico axial para satisfazer as condições de criticalidade do problema, cujo valor é igual a 0,00008 cm⁻².



Figura 9: Configuração do *benchmark* IAEA 2D com simetria de ¼ do núcleo.

A configuração da malha espacial e os critérios de convergência das iterações são os mesmos usados na simulação do *benchmark* Koebke. Contudo, a condição de contorno aplicada ao IAEA 2D é de corrente de entrada nula. A Tabela 2 lista os valores dos parâmetros nucleares para os quatro tipos de regiões presentes no reator.

Tipo de Material	Grupo	$\Sigma_a (cm^{-1})$	$\nu\Sigma_{f}(cm^{-1})$	D (cm)	$\Sigma_{1 ightarrow 2} (cm^{-1})$
Combustível	1	0,010	0	1,50	0,02
Tipo 1	2	0,085	0,135	0,40	0
Combustível	1	0,010	0	1,50	0,02
Tipo 2	2	0,130	0,135	0,40	0
Combustível	1	0,010	0	1,50	0,02
Tipo 3	2	0,080	0,135	0,40	0
Refletor	1	0	0	2,00	0,04
Tipo 4	2	0,010	0	0,30	0

Tabela 2: Parâmetros nucleares para dois grupos de energia, benchmark IAEA-2D.

Fonte: (ARGONNE LABORATORY, 1976)

A distribuição espacial do fluxo de nêutrons normalizado é apresentada no gráfico da Figura 10. Nele ficam claras as variações abruptas do fluxo ao longo do núcleo ativo, principalmente nos locais onde há bancos de barras de controle. Há ainda, no grupo térmico, acentuado crescimento na intensidade do fluxo na região da interface combustível/refletor.



Figura 10: Distribuição espacial do fluxo de nêutrons para dois grupos de energia em ¼ de núcleo do *benchmark* IAEA 2D.

Este fato está relacionado ao crescimento da população de nêutrons térmicos em consequência de características do refletor, como a alta moderação dos nêutrons rápidos, a baixa absorção dos nêutrons térmicos e o redirecionamento
destes para o interior do núcleo. Com respeito ao grupo rápido, o fluxo apresenta maior intensidade nas imediações do centro do núcleo, contornando o EC do Tipo 2 localizado exatamente no centro do reator. Esse comportamento pode ser explicado pela existência de barras de controle nesse tipo de combustível.

Fazendo-se um corte contendo o plano XZ no gráfico da Figura 10, pode-se compará-lo ao gráfico da Figura 11 (THELER, CLAUSSE e BONETTO, 2011, p. 18), mostrado a seguir, evidenciando-se a coerência no comportamento de ambos os fluxos, o térmico e o rápido.



Figura 11: Perfil de distribuição radial do fluxo de nêutrons sobre o eixo x (x,z). Fonte: (THELER, CLAUSSE e BONETTO, 2011, p. 18)

A Figura 12 mostra o fluxo médio de nêutrons por EC para os grupos de energia térmico e rápido, bem como o valor do fator de multiplicação efetivo. Os valores de referência para o cálculo da drp são provenientes do código VENTURE (PARK e CHO, 2001).

Na Figura 13 está disposta a média da densidade de potência por EC, sendo que os dados de referência também são provenientes do código anteriormente citado (WAGNER, FINNEMANN, *et al.*, 1977).

32.476	41.902	45.887	38.704	26.568	29.94	29.409	20.325
32.575	42.039	46.019	38.812	26.615	29.962	29.378	20.259
0.305	0.327	0.288	0.279	0.176	0.073	-0.105	-0.324
	45.345	46.712	41.543	34.220	32.727	29.839	19.851
	45.485	46.841	41.649	34.286	32.744	29.801	19.781
	0.309	0.277	0.255	0.192	0.052	-0.128	-0.350
		46.381	42.455	37.218	33.695	29.092	16.658
		46.498	42.547	37.270	33.695	29.026	16.580
		0.252	0.217	0.140	0.001	-0.228	-0.468
			37.681	30,898	28,495	22.583	
			37.753	30.934	28.477	22.511	
			0.191	0.116	-0.062	-0.320	
				20.390	20.761	14.435	
				20.386	20.723	14.367	
				-0.017	-0.183	-0.471	
		1		0.017	14 013	0	
A. Cód. VE B. Cód. Cor	NTURE				13 052	Grupo	Ránido
C. Dif. Rela	tiva (%)				-0 /27	Grupo	карио
					-0.437		
5.523	9.705	10.771	8.971	4.518	6.927	6.92	5.591
5.527	9.741	10.802	9.000	4.516	6.935	6.913	5.563
0.079	0.366	0.285	0.322	-0.045	0.120	-0.107	-0.508
	10.633	10.964	9.472	7.925	7.675	7.039	5.449
	10.666	10.995	9.767	7.944	7.679	7.029	5.420
	0.311	0.280	3.115	0.238	0.055	-0.143	-0.534
		10.887	9,965	8.736	7.929	7.221	5.124
		10.914	9.987	8.748	7.929	7.208	5.083
		0.249	0.218	0.139	-0.006	-0.186	-0.803
			8.837	7.164	6.714	6.266	
			8.854	7.175	6.709	6.234	
			0.192	0.157	-0.078	-0.514	
			- OF ZOL	3 485	5.077	4 421	
				3.476	5.070	4 385	
К	1			-0.260	-0.130	-0.814	
IX eff				-0.200	4 22	-0.014	I
R 1 02955					4.55	Crupe '	Tármico
C 0.00204					4.297	Grupo	rerinico
II III 5 %	1				-0.775		

Figura 12: Fluxo médio de nêutrons por EC em 1/8 de núcleo do benchmark IAEA 2D.

0.747	1.310	1.454	1.211	0.610	0.935	0.934	0.755
0.746	1.315	1.458	1.215	0.610	0.936	0.933	0.751
0.041	-0.402	-0.311	-0.353	0.056	-0.125	0.118	0.524
	1.435	1.480	1.315	1.070	1.036	0.950	0.736
	1.440	1.484	1.319	1.072	1.037	0.949	0.732
	-0.336	-0.296	-0.278	-0.254	-0.057	0.157	0.559
		1.469	1.345	1.179	1.071	0.975	0.692
		1.473	1.348	1.181	1.070	0.973	0.686
		-0.272	-0.231	-0.152	0.014	0.214	0.854
			1.193	0.967	0.906	0.846	
			1.195	0.969	0.906	0.842	
			-0.200	-0.172	0.080	0.536	
				0.471	0.686	0.597	
				0.469	0.685	0.592	
				0.287	0.160	0.875	
A. Cód. VE	INTURE				0.585		,
B. Cód. Co	mputacional				0.580		
C. Dif. Rela	ativa (%)				0.833		

Figura 13: Densidade média de potência por elemento combustível em 1/8 de núcleo do *benchmark* IAEA2D.

De posse dos resultados, constata-se novamente a boa precisão do código computacional em determinar o comportamento neutrônico de um reator cujos EC são homogêneos. Em todos os casos apresentados, relativos ao IAEA 2D, o desvio relativo absoluto por EC se manteve menor que 1%. Já o fator de multiplicação obtido é condizente, se não idêntico, àquele de referência, demonstrando, assim, a validade do código DIF3D2G. Cabe, agora, testar seu desempenho quando aplicado a reatores com configuração pino-a-pino, como feito nas seções seguintes.

5.3 ULCHIN-1

O reator Ulchin-1 faz parte da central nuclear de Ulchin na Coréia do Sul. Com potência de 2775 MWth (945 MWe), este PWR-Framatome conta com 157 elementos combustíveis, cada um com 21,504 cm de largura. Os elementos possuem arranjos quadrados de 17x17 varetas, havendo três configurações possíveis com veneno queimável e uma sem, conforme a Figura 14.



Figura 14: Configuração dos elementos combustíveis do reator Ulchin-1.

A Tabela 3 lista os valores dos parâmetros nucleares dos materiais presentes no núcleo. Os dados são relativos ao início do primeiro ciclo de operação do reator (BOC), referentes a dois grupos de energia. Os parâmetros dos tubos guia estão associados aos tubos sem a presença das varetas de controle, estando eles preenchidos por água – por isso são também chamados de pinos d'água.

Tipo de Material	Grupo	$\Sigma_a (cm^{-1})$	$\nu\Sigma_{f} (cm^{-1})$	D (cm)	$\Sigma_{1 ightarrow 2} (cm^{-1})$
Combustivel Tipo A	1	0,0091428	0,0050830	1,4232000	0,0174010
Combustivel Tipo A	2	0,0647250	0,0815820	0,4404700	0,000000
Combustível Tipo B	1	0,0094597	0,0058417	1,4291000	0,0168020
Combustiver ripo B	2	0,0744930	0,1033200	0,4453100	0,000000
Combustível Tipo C	1	0,0098481	0,0067026	1,4343000	0,0162510
Combustiver ripo C	2	0,0849440	0,1264100	0,4495500	0,000000
	1	0,0006146	0,0000000	1,6560000	0,0279700
i ubo Gula	2	0,0242240	0,0000000	0,3660700	0,000000
Veneno Queimável	1	0,0071269	0,0000000	1,7401000	0,0132000
	2	0,2983100	0,0000000	0,3955400	0,000000
Baffla	1	0,0020559	0,0000000	1,0152000	0,0021521
Dame	2	0,0651550	0,0000000	0,3291300	0,000000
Refletor	1	0,0005251	0,0000000	1,3261000	0,0373540
Kenetoi	2	0,0255470	0,000000	0,3072300	0,000000

Tabela 3: Parâmetros nucleares para dois grupos de energia, reator Ulchin-1, Ciclo-1.

Fonte: (NOH e CHO, 1994, p. 178).

O *baffle* e o refletor são tratados no código computacional de forma heterogênea, diferentemente do que propõe (NOH e CHO, 1994), que faz o tratamento desses parâmetros de forma a tornar homogênea toda a região externa ao núcleo ativo.

Na Figura 15 é exibida a disposição do *baffle*, do refletor e dos elementos combustíveis. São mostradas também, as condições de contorno necessárias para a modelagem do núcleo com simetria de um quarto. As condições impostas são: fluxo de nêutrons nulo na fronteira externa do refletor; e corrente de nêutrons nula nos eixos de simetria que dividem o reator em quadrantes.

Os elementos combustíveis do tipo B12 à esquerda da Figura 15 estão representados em vermelho à sua direita, cujas cores fazem referência à configuração dos elementos que constam na Figura 14. Dessa forma, o vermelho B12 representa o combustível do tipo B com 12 varetas de veneno queimável. Esse padrão se enquadra aos demais tipos de combustível.



Figura 15: Configuração de ¼ de núcleo do reator Ulchin-1.

Por fazer parte de uma planta comercial de grandes dimensões, o reator Ulchin-1 tem características relevantes não só para validar o código computacional, como também para testar a coerência dos resultados obtidos em diferentes refinamentos da malha espacial e diferentes tolerâncias de convergência. Além disso, pode-se avaliar o desempenho do código com relação ao custo computacional.

Com esse intuito, foram realizados dois procedimentos de validação do código DIF3D2G aplicado ao reator Ulchin-1. No primeiro (seção 5.3.1), a validação é efetivada tomando-se como referência o trabalho de (FILHO, 2005). No segundo procedimento (seção 5.3.2), as referências são (NOH e CHO, 1994), (CHENG e CHO, 1997) e (PARK e CHO, 2001).

5.3.1 Procedimento 1

A simulação do problema Ulchin-1 foi realizada para cinco refinamentos da malha espacial, desde um ponto de malha por vareta (malha 1x1), até vinte e cinco pontos por vareta combustível (malha 5x5). Por possuir o maior refinamento e, consequentemente, a maior precisão, os resultados da malha 5x5 foram adotados como valores de referência no comparativo de desempenho entre as malhas.

Inicialmente, as tolerâncias para o fator de multiplicação e para o fluxo de nêutrons foram respectivamente: $\Delta k = 10^{-7}$, $\Delta \phi = 10^{-6}$ e $\Delta \phi_{in} = 10^{-5}$. Posteriormente, esses valores foram reajustados para $\Delta k = 10^{-5}$, $\Delta \phi = 10^{-5}$ e $\Delta \phi_{in} = 10^{-5}$ com o intuito de comparar os resultados com aqueles obtidos por (FILHO, 2005).

Contudo, para efetivar tal comparativo, sobretudo no que diz respeito à drp, tornou-se necessário calcular para todas as varetas em cada refinamento o fluxo de nêutrons médio ponderado na área. Tal cálculo foi efetuado ponderando a Equação (25) sobre a área de cada vareta, cujo valor é de 2,64 cm².

A Figura 16 e a Figura 17 apresentam a distribuição espacial do fluxo de nêutrons para os grupos térmico e rápido com refinamento 5x5. Em ambos os gráficos o fluxo não está normalizado, por esse motivo não são apresentadas suas unidades de medida. No plano horizontal é dado o número de pontos da malha espacial ao longo dos eixos de simetria do reator.



Figura 16: Distribuição espacial do fluxo de nêutrons em $\frac{1}{4}$ de núcleo do reator Ulchin-1, malha espacial 5x5, grupo rápido, tolerâncias $\Delta \phi = 10^{-6}$ e $\Delta k = 10^{-7}$.



Figura 17: Distribuição espacial do fluxo de nêutrons em $\frac{1}{4}$ de núcleo do reator Ulchin-1, malha espacial 5x5, grupo térmico, tolerâncias $\Delta \phi = 10^{-6}$ e $\Delta k = 10^{-7}$.

Na Tabela 4 são apresentados os resultados obtidos na simulação do problema Ulchin-1 com as características descritas anteriormente. Consta da tabela, para cada refinamento espacial, o fator de multiplicação efetivo, o tempo de processamento relativo à malha 1x1, o número de iterações externas do código computacional e a diferença de reatividade.

Malha espacial por vareta	k _{ef}	Tempo de CPU relativo	Nº de iterações externas	Dif. de Reatividad e (pcm)	Máx. drp Fluxo Rápido	Máx. drp Fluxo Térmico
1x1	1,00350537	1,0 (9,4 s)	1634	276,3	3,24	8,37
2x2	1,00149192	20,3	6082	76,0	1,64	2,85
3x3	1,00101275	126,9	14099	28,2	1,12	1,51
4x4	1,00082650	256,5	26607	9,6	0,61	0,71
5x5 (Ref.)	1,00073065	434,4	37539	0,0	0,00	0,00

Tabela 4: Resultados obtidos para o reator Ulchin-1, tolerância $\Delta \phi = 10^{-6} e \Delta k = 10^{-7}$.

Em relação à diferença de reatividade, pode-se afirmar que as malhas usadas forneceram resultados satisfatórios, exceto a malha 1x1 onde $\Delta \rho > 100 \ pcm$. Por outro lado, analisando a drp percebe-se que apenas a malha 4x4 apresenta resultados satisfatórios, pois é a única cuja máxima drp é menor que 1%. Ou seja, o refinamento 4x4 fornece resultados com acurácia suficiente para abdicar o uso do refinamento 5x5, favorecendo a redução do custo computacional.

Com intuito de validar o código aplicado ao problema do reator Ulchin-1, foram utilizados como referência os resultados apresentados por (FILHO, 2005), o qual fez uso de "uma versão do código CITATION desenvolvido pelo grupo de neutrônica da CNEN" (FILHO, 2005, p. 31).

Na simulação do núcleo de ULCHIN-1 foi utilizada uma discretização pino a pino do núcleo do reator (1/4 de núcleo), considerando explicitamente o baffle, e foram utilizadas malhas espaciais que variam de 1x1 até 5x5 pontos por pino e como critério de convergência numérica para o fluxo e para o keff um valor de 10⁻⁵. (FILHO, 2005, p. 63)

Assim como o código DIF3D2G, o código CITATION também soluciona numericamente a equação de difusão de nêutrons por meio do Método de Diferenças Finitas. Os resultados obtidos pela referência são exibidos na Tabela 5, na Figura 18 e na Figura 19.

Tabela 5: Referência – Código CITATION. Resultados obtidos para o reator Ulchin-1, tolerância $\Delta \phi$ =10⁻⁵ e Δk =10⁻⁵.

Malha espacial por vareta	k _{ef}	Tempo de CPU relativo	Nº de iterações externas	Dif. de Reatividade (pcm)	Máx. drp Fluxo Rápido	Máx. drp Fluxo Térmico
1x1	1,0035064	1,0	260	286	11,01	16,14
2x2	1,0014834	11,17	1827	84	8,74	9,60
3x3	1,0098920	49,91	4655	35	6,42	6,69
4x4	1,0007775	136,70	7506	14	3,55	3,62
5x5 (Ref.)	1,0006390	383,91	11721	0	0,00	0,00

Fonte: (FILHO, 2005, p. 67)



Figura 18: Referência – Código CITATION. Distribuição espacial do fluxo de nêutrons em $\frac{1}{4}$ de núcleo do reator Ulchin-1, malha espacial 5x5, tolerâncias $\Delta \phi = 10^{-5}$ e $\Delta k = 10^{-5}$. *Fonte:* (FILHO, 2005, p. 67).



Figura 19: Referência – Código CITATION. Distribuição espacial do fluxo de nêutrons em $\frac{1}{4}$ de núcleo do reator Ulchin-1, malha espacial 5x5, tolerâncias $\Delta \phi = 10^{-5}$ e $\Delta k = 10^{-5}$. *Fonte:* (FILHO, 2005, p. 67)

Embora na Figura 19 e na Figura 18 tenham sido usadas tolerâncias diferentes daquelas da Figura 17 e da Figura 16, há, entre eles, forte semelhança entre as curvas do fluxo de nêutrons para ambos os grupos de energia. Vale ressaltar que (FILHO, 2005) também não efetuou a normalização do fluxo, portanto, o comparativo é feito apenas de forma qualitativa.

A fim de aumentar a coerência da análise dos resultados, foram aplicadas ao código computacional as mesmas tolerâncias utilizadas no código CITATION (ou seja, $\Delta \phi = 10^{-5}$ e $\Delta k = 10^{-5}$). Permitindo, então, que o comparativo seja feito de forma quantitativa. Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 6. Vale a ressalva de que as diferenças relativas apresentadas são efetuadas tomando como referência os valores da malha 5x5 usando o mesmo código, o DIF3D2G.

Malha espacial por vareta	k _{ef}	Tempo de CPU relativo	Nº de iterações externas	Dif. de Reatividad e (pcm)	Máx. drp Fluxo Rápido	Máx. drp Fluxo Térmico
1x1	1,00349656	1,0 (7,3 s)	129	342,1	13,58	19,24
2x2	1,00145074	32,1	114	138,5	10,44	11,80
3x3	1,00088872	94,8	127	82,4	8,21	8,38
4x4	1,00039296	176,4	61	32,9	3,60	3,50
5x5 (Ref.)	1,00006383	259,3	56	0,0	0,00	0,00

Tabela 6: Resultados obtidos para o reator Ulchin-1, tolerância $\Delta \phi = 10^{-5}$ e $\Delta k = 10^{-5}$.

Confrontando os resultados apresentados na Tabela 6 com os da Tabela 5, verifica-se alta compatibilidade para o k_{ef} . Além disso, em vista do tempo de CPU e do número de iterações, conclui-se que o código DIF3D2G apresenta menor custo computacional quando comparado com o CITATION, embora este tenha sido mais acurado.

Observando a drp em ambos os fluxos, e comparando-as com as da Tabela 4 nota-se um aumento substancial nesses valores. Isso mostra que para tolerâncias de 10⁻⁵ a malha 4x4 não substitui mais, com acurácia, a malha 5x5. Como esperado, o aumento das tolerâncias trouxe maior divergência entre os resultados de cada refinamento espacial. Não obstante, eles estão em concordância com os resultados da Tabela 5.

Outra análise possível consiste em confrontar o valor do fluxo sobre toda a malha espacial, fornecido pelo código DIF3D2G quando submetido às duas tolerâncias citadas anteriormente. Na Tabela 7 estão listadas, para cada malha espacial, as máximas diferenças relativas percentuais entre as duas situações de tolerância. Nela verifica-se que a drp é pequena para as malhas menos refinadas, em contra partida, para os maiores refinamentos elas são maiores. Isso pode ser explicado pelo fato de que o alto refinamento aliado à baixa tolerância fornece bons resultados, enquanto que o alto refinamento associado a uma tolerância menos exigente prejudica os resultados.

Malha por	Máx. drp	Máx. drp
vareta	Fluxo Rápido	Fluxo Térmico
1x1	0,980	0,971
2x2	2,351	2,351
3x3	5,629	5,630
4x4	9,730	9,733
5x5	11,881	11,881

Tabela 7: Comparativo entre o fluxo de nêutrons nas tolerâncias ($\Delta \phi = 10^{-6} e \Delta k = 10^{-7}$) e ($\Delta \phi = 10^{-5}$), aplicadas ao código DIF3D2G.

É importante também, analisar a distribuição espacial da drp, uma vez que as maiores divergências podem estar localizadas em regiões com características particulares. Para o código CITATION, tal distribuição é exibida na Figura 20 e na Figura 21. Já para o código DIF3D2G essa distribuição espacial se encontra na Figura 22 e na Figura 23.

Na análise feita por (FILHO, 2005) foi tomada a distribuição espacial da drp somente na região ativa do núcleo, ou seja, na região do *baffle* e do refletor o comportamento dessa grandeza foi desprezado.

Contudo, qualitativamente, verifica-se que os resultados obtidos por ambos os códigos guardam certas semelhanças entre si. Por exemplo, as maiores diferenças relativas se encontram nas regiões onde o fluxo de nêutrons é menos intenso (no centro do núcleo e nas proximidades do refletor).



Figura 20: Referência – Código CITATION. Módulo da diferença relativa percentual entre os fluxos das malhas 2x2 e 5x5, tolerâncias $\Delta \phi = 10^{-5}$ e $\Delta k = 10^{-5}$. *Fonte:* (FILHO, 2005, p. 69).



Figura 21: Referência – Código CITATION. Módulo da diferença relativa percentual entre os fluxos das malhas 2x2 e 5x5, tolerâncias $\Delta \phi = 10^{-5}$ e $\Delta k = 10^{-5}$. *Fonte:* (FILHO, 2005, p. 69).



Figura 22: Módulo da drp entre os fluxos das malhas 2x2 e 5x5, tolerâncias $\Delta \phi = 10^{-5}$ e $\Delta k = 10^{-5}$.



Figura 23: Módulo da drp entre os fluxos das malhas 2x2 e 5x5, tolerâncias $\Delta \phi = 10^{-5}$ e $\Delta k = 10^{-5}$.

A respeito do comportamento da drp no grupo térmico (Figura 21 e Figura 23), observa-se maior flutuação nas superfícies, apresentando picos ao longo do núcleo ativo. No caso da Figura 23, há uma visível "barreira" ao longo da região referente ao *baffle*. Por esse motivo, é interessante analisar detalhadamente essa situação.

Com essa finalidade, foi feito um gráfico bidimensional - Figura 24 - usando os dados da Figura 23. Dessa forma, tornar-se mais claro o entendimento da existência da "barreira" e dos picos anteriormente citados. Uma vez que, comparando a Figura 24 com a Figura 15, fica evidente que a "barreira" contorna a região ativa do núcleo e coincide com a posição do *baffle.*



Figura 24: Módulo da diferença relativa percentual entre os fluxos das malhas 2x2 e 5x5, tolerâncias $\Delta \phi = 10^{-5}$ e $\Delta k = 10^{-5}$.

Já a Figura 25 dispõe a distribuição radial do fluxo de nêutrons do grupo térmico em duas dimensões, onde a intensidade do fluxo é representada pela escala de cores. Este gráfico é o equivalente bidimensional da Figura 17, uma vez que os dados são os mesmos. Disposto desta forma, e comparando-o com a Figura 15, o gráfico evidencia os pontos escuros que coincidem com as posições das varetas de veneno queimável, onde a intensidade do fluxo é menor.

Observando a Tabela 3, constata-se que tanto o *baffle*, na Figura 24, quanto o veneno queimável, na Figura 25, são os dois materiais que apresentam maior seção de choque de absorção no grupo térmico.



Figura 25: Distribuição radial do fluxo de nêutrons em duas dimensões para $\frac{1}{4}$ de núcleo do reator Ulchin-1, malha espacial 5x5, grupo térmico, tolerâncias $\Delta \phi = 10^{-6}$ e $\Delta k = 10^{-7}$.

Sendo assim, essa constatação reitera que as maiores diferenças relativas se encontram nas regiões onde a intensidade do fluxo de nêutrons é menor. Neste

contexto, é coerente pensar que a origem desse fato está na Equação (26). Pois, tratando-se de drp, uma determinada divergência entre dois valores pequenos gera uma diferença relativa considerável, já essa mesma divergência entre dois valores grandes gera uma drp menor que a primeira.

Para consolidar e concluir o comparativo entre os resultados obtidos nesta etapa do trabalho e aqueles obtidos pela referência, restaria confrontar numericamente a distribuição do fluxo em cada região do núcleo do reator Ulchin-1. No entanto, os dados necessários para este confronto não são apresentados no trabalho de Filho (FILHO, 2005).

5.3.2 Procedimento2

O comparativo quantitativo dos dados fornecidos pelo código computacional é de suma importância para sua validação, pois, só assim, pode-se conjecturar qualquer conclusão a respeito da predição do fluxo e de sua acurácia. Por este motivo, buscou-se na literatura outra referência que forneça os dados almejados.

Os trabalhos de (PARK e CHO, 2001) e (NOH e CHO, 1994) apresentam a distribuição espacial do fluxo de nêutrons sobre cada EC com simetria de 1/8 de núcleo. Neles, a distribuição espacial do fluxo é obtida a partir do código VENTURE, que utiliza o Método de Diferenças Finitas com refinamento 4x4 na malha espacial e tolerâncias $\Delta \phi = 10^{-7}$ e $\Delta k = 10^{-8}$ nos processos iterativos. De forma análoga, esses mesmos critérios são usados por (CHENG e CHO, 1997) para obter a distribuição de potência.

A Figura 26 contém os valores médios do fluxo de nêutrons sobre cada EC em 1/8 do núcleo ativo do reator. São apresentados os valores obtidos a partir do código VENTURE (PARK e CHO, 2001) bem como aqueles obtidos por meio do código computacional empregado neste trabalho (DIF3D2G), de forma que os parâmetros de refinamento e tolerância são idênticos em ambos. São apresentados também o fator de multiplicação (k_{ef}) e a drp entre os resultados dos dois códigos, onde o código VENTURE é adotado como referência. Verifica-se que os resultados fornecidos pelo código computacional DIF3D2G apresentam boa precisão, tanto em relação à distribuição do fluxo de nêutrons quanto ao em relação ao fator de multiplicação. Contudo, observam-se diferenças relativas maiores que 1% nos elementos combustíveis adjacentes à região *baffle*/refletor. Esse fato pode estar atrelado às condições sob as quais essa região foi tratada no código VENTURE, onde a região *baffle*/refletor é tratada de forma homogênea.

38.860	39.690	40.080	42.020	42.710	42.490	37.880	28.020
38.459	39.310	39.774	41.821	42.665	42.598	38.123	28.300
-1.033	-0.958	-0.764	-0.474	-0.105	0.255	0.642	0.998
	39.500	41.010	41.890	43.230	40.880	37.000	22.560
	39.166	40.721	41.740	43.198	41.009	37.257	22.813
	-0.845	-0.705	-0.357	-0.073	0.315	0.694	1.122
		41.480	42.600	40.420	39.390	32.790	
		41.284	42.496	40.451	39.541	33.112	
		-0.472	-0.244	0.078	0.383	0.981	
	5		39.610	37.440	35.290	22.960	
			39.612	37.541	35.549	23.219	
			0.006	0.271	0.733	1.127	
A Cód VE	NTURE	1		31.590	23.150		1
B. Cód. Computacional			21 000	22 521	Crupo	Dánida	
B. Cod. Con	nputacional			31.892	23.321	Grupo	KaDiuo
B. Cód. Co C. Dif. Rela	mputacional tiva (%)			0.955	1.601	Grupo	карио
B. Cód. Coi C. Dif. Rela	nputacional tiva (%)			0.955	1.601	стиро	каріцо
B. Cód. Cor C. Dif. Rela 11.040	nputacional tiva (%) 9.087	11.380	9.623	12.180	1.601 10.110	10.580	6.149
B. Cód. Co C. Dif. Rela 11.040 10.972	nputacional tiva (%) 9.087 9.032	11.380 11.317	9.623 9.611	12.180 12.189	10.110 10.158	10.580 10.672	6.149 6.229
B. Cód. Cor C. Dif. Rela 11.040 10.972 -0.616	nputacional tiva (%) 9.087 9.032 -0.610	11.380 11.317 -0.556	9.623 9.611 -0.123	12.180 12.189 0.073	10.110 10.158 0.477	10.580 10.672 0.873	6.149 6.229 1.307
B. Cód. Cor C. Dif. Rela 11.040 10.972 -0.616	nputacional tiva (%) 9.087 9.032 -0.610 11.220	11.380 11.317 -0.556 9.390	9.623 9.611 -0.123 11.930	12.180 12.189 0.073 10.300	10.110 10.158 0.477 11.550	10.580 10.672 0.873 6.938	6.149 6.229 1.307 4.851
B. Cód. Co C. Dif. Rela 11.040 10.972 -0.616	nputacional tiva (%) 9.087 9.032 -0.610 11.220 11.114	11.380 11.317 -0.556 9.390 9.312	9.623 9.611 -0.123 11.930 11.879	12.180 12.189 0.073 10.300 10.281	10.110 10.158 0.477 11.550 11.579	10.580 10.672 0.873 6.938 6.970	6.149 6.229 1.307 4.851 4.903
B. Cód. Co C. Dif. Rela 11.040 10.972 -0.616	nputacional tiva (%) 9.087 9.032 -0.610 11.220 11.114 -0.941	11.380 11.317 -0.556 9.390 9.312 -0.835	9.623 9.611 -0.123 11.930 11.879 -0.429	12.180 12.189 0.073 10.300 10.281 -0.187	10.110 10.158 0.477 11.550 11.579 0.253	10.580 10.672 0.873 6.938 6.970 0.461	6.149 6.229 1.307 4.851 4.903 1.074
B. Cód. Co C. Dif. Rela 11.040 10.972 -0.616	nputacional tiva (%) 9.087 9.032 -0.610 11.220 11.114 -0.941	11.380 11.317 -0.556 9.390 9.312 -0.835 11.810	9.623 9.611 -0.123 11.930 11.879 -0.429 10.150	12.180 12.189 0.073 10.300 10.281 -0.187 11.500	10.110 10.158 0.477 11.550 11.579 0.253 8.700	10.580 10.672 0.873 6.938 6.970 0.461 7.055	6.149 6.229 1.307 4.851 4.903 1.074
B. Cód. Co C. Dif. Rela 11.040 10.972 -0.616	nputacional tiva (%) 9.087 9.032 -0.610 11.220 11.114 -0.941	11.380 11.317 -0.556 9.390 9.312 -0.835 11.810 11.749	9.623 9.611 -0.123 11.930 11.879 -0.429 10.150 10.114	12.180 12.189 0.073 10.300 10.281 -0.187 11.500 11.498	10.110 10.158 0.477 11.550 11.579 0.253 8.700 8.718	10.580 10.672 0.873 6.938 6.970 0.461 7.055 7.114	6.149 6.229 1.307 4.851 4.903 1.074
B. Cód. Co C. Dif. Rela 11.040 10.972 -0.616	nputacional tiva (%) 9.087 9.032 -0.610 11.220 11.114 -0.941	11.380 11.317 -0.556 9.390 9.312 -0.835 11.810 11.749 -0.516	9.623 9.611 -0.123 11.930 11.879 -0.429 10.150 10.114 -0.358	31.892 0.955 12.180 12.189 0.073 10.300 10.281 -0.187 11.500 11.498 -0.021	10.110 10.158 0.477 11.550 11.579 0.253 8.700 8.718 0.202	10.580 10.672 0.873 6.938 6.970 0.461 7.055 7.114 0.834	6.149 6.229 1.307 4.851 4.903 1.074
B. Cód. Co C. Dif. Rela 11.040 10.972 -0.616	nputacional tiva (%) 9.087 9.032 -0.610 11.220 11.114 -0.941	11.380 11.317 -0.556 9.390 9.312 -0.835 11.810 11.749 -0.516	9.623 9.611 -0.123 11.930 11.879 -0.429 10.150 10.114 -0.358 11.280	31.892 0.955 12.180 12.189 0.073 10.300 10.281 -0.187 11.500 11.498 -0.021 8.401	10.110 10.158 0.477 11.550 11.579 0.253 8.700 8.718 0.202 6.753	10.580 10.672 0.873 6.938 6.970 0.461 7.055 7.114 0.834 4.930	6.149 6.229 1.307 4.851 4.903 1.074
B. Cód. Co C. Dif. Rela 11.040 10.972 -0.616	nputacional tiva (%) 9.087 9.032 -0.610 11.220 11.114 -0.941	11.380 11.317 -0.556 9.390 9.312 -0.835 11.810 11.749 -0.516	9.623 9.611 -0.123 11.930 11.879 -0.429 10.150 10.114 -0.358 11.280 11.274	31.892 0.955 12.180 12.189 0.073 10.300 10.281 -0.187 11.500 11.498 -0.021 8.401 8.412	10.110 10.158 0.477 11.550 11.579 0.253 8.700 8.718 0.202 6.753 6.788	10.580 10.672 0.873 6.938 6.970 0.461 7.055 7.114 0.834 4.930 4.985	6.149 6.229 1.307 4.851 4.903 1.074
B. Cód. Co C. Dif. Rela 11.040 10.972 -0.616	nputacional tiva (%) 9.087 9.032 -0.610 11.220 11.114 -0.941	11.380 11.317 -0.556 9.390 9.312 -0.835 11.810 11.749 -0.516	9.623 9.611 -0.123 11.930 11.879 -0.429 10.150 10.114 -0.358 11.280 11.274 -0.051	12.180 12.189 0.073 10.300 10.281 -0.187 11.500 11.498 -0.021 8.401 8.412 0.126	10.110 10.158 0.477 11.550 11.579 0.253 8.700 8.718 0.202 6.753 6.788 0.525	10.580 10.672 0.873 6.938 6.970 0.461 7.055 7.114 0.834 4.930 4.985 1.115	6.149 6.229 1.307 4.851 4.903 1.074
B. Cód. Cor C. Dif. Rela 11.040 10.972 -0.616 K _{eff} A. 1.00130	nputacional tiva (%) 9.087 9.032 -0.610 11.220 11.114 -0.941	11.380 11.317 -0.556 9.390 9.312 -0.835 11.810 11.749 -0.516	9.623 9.611 -0.123 11.930 11.879 -0.429 10.150 10.114 -0.358 11.280 11.274 -0.051	31.892 0.955 12.180 12.189 0.073 10.300 10.281 -0.187 11.500 11.498 -0.021 8.401 8.412 0.126 8.900	10.110 10.158 0.477 11.550 11.579 0.253 8.700 8.718 0.202 6.753 6.788 0.525 5.080	10.580 10.672 0.873 6.938 6.970 0.461 7.055 7.114 0.834 4.930 4.985 1.115	6.149 6.229 1.307 4.851 4.903 1.074
B. Cód. Cor C. Dif. Rela 11.040 10.972 -0.616 Keff A. 1.00130 B. 1.00084	nputacional tiva (%) 9.087 9.032 -0.610 11.220 11.114 -0.941	11.380 11.317 -0.556 9.390 9.312 -0.835 11.810 11.749 -0.516	9.623 9.611 -0.123 11.930 11.879 -0.429 10.150 10.150 10.114 -0.358 11.280 11.274 -0.051	31.892 0.955 12.180 12.189 0.073 10.300 10.281 -0.187 11.500 11.498 -0.021 8.401 8.412 0.126 8.900 8.972	10.110 10.158 0.477 11.550 11.579 0.253 8.700 8.718 0.202 6.753 6.788 0.525 5.080 5.148	10.580 10.672 0.873 6.938 6.970 0.461 7.055 7.114 0.834 4.930 4.985 1.115 Grupo	6.149 6.229 1.307 4.851 4.903 1.074

Figura 26: Média do fluxo de nêutrons por elemento combustível do reator Ulchin-1, simetria de 1/8 do núcleo ativo.

Como já mencionado, no código computacional as regiões do baffle e do refletor são tratadas de forma heterogênea, ou seja, com parâmetros nucleares distintos para ambos os materiais. Apesar de procederem à simulação do reator sob essas circunstâncias, as fontes citadas não disponibilizam os parâmetros nucleares da região homogênea *baffle*/refletor. Por esse motivo o código computacional aqui empregado não foi submetido às mesmas condições no tratamento da referida região.

Tal distinção na modelagem dessas regiões leva a resultados diferentes, sobretudo na interface combustível/refletor, onde há considerável descontinuidade nas características dos materiais envolvidos e acarreta em sensível alteração no comportamento da corrente de nêutrons nessa interface. Não obstante, há também, introdução de erro associado ao processo de homogeneização.

Já em relação à distribuição da densidade de potência no reator, os dados expostos na Figura 27 demonstram, em geral, melhor acurácia que aquela apresentada na distribuição do fluxo de nêutrons. Principalmente nos elementos combustíveis adjacentes ao *baffle*, onde a máxima drp é de meio por cento.

0.9893	1.0652	1.0218	1.1314	1.0975	1.1826	0.9613	0.8807
0.9870 -0.232	1.0615 -0.352	1.0205 -0.126	1.1296 -0.160	1.0987 0.113	1.1836 0.088	0.9640 0.281	0.8852 0.507
	1.0064 1.0047 -0.173	1.1025 1.0998 -0.245	1.0731 1.0733 0.019	1.2017 1.2018 0.007	1.0461 1.0474 0.128	1.0385 1.0383 -0.022	0.6984 0.7010 0.377
		1.0618 1.0616 -0.021	1.1830 1.1823 -0.063	1.0386 1.0390 0.041	1.0373 1.0359 -0.130	1.0155 1.0172 0.164	
			1.0184 1.0187 0.025	0.9987 0.9969 -0.182	1.0041 1.0024 -0.168	0.7118 0.7128 0.142	
A. Cód. VE B. Cód. Cor C. Dif. Rela	NTURE nputacional tiva (%)			0.8114 0.8120 0.068	0.7329 0.7339 0.142		

Figura 27: Média da densidade de potência por elemento combustível do reator Ulchin-1, simetria de 1/8 do núcleo ativo.

Por fim, pode-se enfatizar novamente que os resultados apresentados pelo código DIF3D2G são satisfatórios. Podendo ser empregado na predição do comportamento neutrônico de um reator bidimensional em estado estacionário, mesmo que este seja de grande porte, como o reator de potência Ulchin-1. Cabe agora testar seu desempenho quando aplicado a um reator tridimensional.

5.4 EPRI-9R 3D

O reator em questão tem estrutura análoga a de um PWR de tamanho reduzido, sendo constituído por 32 elementos combustíveis cada qual portando 208 pinos em arranjo quadrado (15x15), sua altura total é de 160 cm e seu raio tem 60 cm. A Figura 28 ilustra a geometria radial do núcleo, onde os pontos em amarelo representam os tubos guia e os pontos em branco representam os bancos de barras de controle.



Figura 28: Geometria radial de ¼ de núcleo do *Benchmark* EPRI-9R 3D. Em destaque a configuração dos elementos combustíveis do tipo 1 (vermelho) e tipo 2 (azul).

A Figura 29 apresenta a geometria axial do *benchmark*, ilustrando a presença de um dos BBC inserido até a metade do reator. O núcleo ativo, de 120 cm de altura, é delimitado radialmente pela presença do *baffle*. As condições de contorno do problema são de fluxo de entrada nulo ($\phi = 0$) e corrente de nêutrons nula (J = 0) nos eixos de simetria.



Figura 29: Geometria axial do Benchmark EPRI-9R 3D.

Na Tabela 8 constam os parâmetros nucleares do *benchmark*. É importante ressaltar que quando ocorre a inserção das barras de controle nos tubos guia, os parâmetros das barras são substituídos pelos destes.

Tipo de Material	Grupo	$\Sigma_a (cm^{-1})$	$\nu\Sigma_{f}(cm^{-1})$	D (cm)	$\Sigma_{1 ightarrow 2} (cm^{-1})$
Combustível Tipo 1	1	0,013	0,0065	1,5	0,02
Combastiver ripo i	2	0,18	0,24	0,4	0,0
Combustível Tipo 2	1	0,01	0,005	1,5	0,02
	2	0,15	0,18	0,4	0,0
Tubo Guia	1	0,001	0,0	1,7	0,035
l ubo Oula	2	0,05	0,0	0,35	0,0
Barra de Controle	1	0,0836661	0,0	1,1133	0,0037529
Barra de Controle	2	0,96726	0,0	0,18401	0,0
Baffle	1	0,0032	0,0	1,02	0,0
Bamo	2	0,146	0,0	0,335	0,0
Refletor	1	0,001	0,0	1,7	0,035
	2	0,05	0,0	0,35	0,0

Tabela 8: Seções de choque do Benchmark EPRI-9R 3D

Com intuito de validar os resultados fornecidos pelo código DIF3D2G, o *benchmark* foi modelado conforme descrito por (LEE, DOWNAR e KIM, 2004), onde as barras de controle permanecem inseridas até a metade do núcleo e o plano radial é divido em células de 1,4x1,4 cm (um ponto por pino). Já o eixo axial é particionado em função de quatro refinamentos distintos, formando planos com espessuras que vão de um a quatro centímetros.

Dentre os refinamentos axiais a maior divergência no fator de multiplicação efetivo se deu entre o valor de referência ($k_{eff} = 0,876640$) e o autovalor correspondente a $\Delta z = 4$ cm ($k_{eff} = 0,876673$), resultando em uma drp de 0,003% e uma diferença de reatividade de 4,3 pcm.

A Tabela 9 apresenta os desvios relativos absolutos percentuais para a potência nos dois planos adjacentes à extremidade inferior dos bancos de controle, ou seja, vizinhos à posição z = 60 cm (metade da altura ativa do reator). Estão dispostos os resultados referentes aos refinamentos axiais A, B, C e D.

Tabela 5. Dilei	eliça lelativa po	ercentuar da pot	encia	media por ele		
1,392	1,042	Ref.		0,938	0,758	Ref.
0,3	2,3	A - Δz = 1cm		0,6	0,2	A - ∆z = 1cm
0,3	2,2	B - Δz = 2cm		0,5	1,1	B - ∆z = 2cm
0,9	2,5	C - Δz = 3cm		1,7	2,1	$C - \Delta z = 3 cm$
0,3	2,1	D - ∆z = 4cm		2,6	1,2	D - ∆z = 4cm
1,874	1,966	1,042		0,918	1,305	0,758
3,1	0,1	2,3		0,8	0,6	0,2
3,1	0,1	2,2		0,7	0,5	1,1
2,1	0,7	2,5		2,3	1,7	2,1
3,1	0,1	2,1		3,1	2,3	1,2
2,260	1,874	1,392		1,480	0,918	0,938
0,4	3,1	0,3		1,0	0,8	0,6
0,4	3,1	0,3		0,2	0,7	0,5
0,4	2,1	0,9		1,5	2,3	1,7
0,4	3,1	0,3		2,8	3,1	2,6
Plano adjacente inferior				Plan	o adjacente su	perior

Tabela 9: Diferença relativa percentual da potência média por elemento combustível.

É possível observar que o refinamento da malha axial implica em maior acurácia dos resultados obtidos, como ocorre nos refinamentos A e B. Verifica-se também que os maiores desvios estão localizados nos elemento onde se situam os BBC.

Conforme mostra o trabalho de Filho (2005), o refinamento radial tem efetiva influência sobre a convergência dos resultados para o reator EPRI-9R 3D. Seus resultados mostram que a malha radial que apresenta melhor convergência é a de 3 pontos por pino ($\Delta x = \Delta y = 0,46$ cm), sendo que para o fluxo de nêutrons o máximo desvio médio absoluto é de 15,5% entre esse refinamento e a malha de um ponto por pino ($\Delta x = \Delta y = 1,4$ cm).

Além disso, as maiores discrepâncias de resultados se dão nas regiões onde há forte descontinuidade de materiais e nas proximidades das barras de controle, as quais agem como *absorvedores negros* para os pinos combustíveis vizinhos a essas (LEE, DOWNAR e KIM, 2004). Tais fatos estão intimamente relacionados a pouca eficácia da teoria de difusão de nêutrons quando aplicada a regiões altamente absorvedoras de nêutrons ou na interface de diferentes materiais (LAMARSH e BARATTA, 2001).

6 ESTUDOS DE CASO

Sabendo que o objetivo deste trabalho diz respeito à distribuição de potência ao longo do eixo axial de uma vareta combustível, o presente capítulo tratará da identificação da região do núcleo que apresenta, dentro do plano radial, o maior pico de potência, permitindo desta forma apontar a localização da vareta combustível de maior densidade de potência.

A localização dessa região deve ser confrontada com a posição ocupada pelo EC portador da maior densidade de potência média, pois, pode ocorrer de a localização da vareta de maior potência não pertencer ao domínio deste último. É possível ressaltar a posição deste EC a partir das figuras que apresentam a distribuição da densidade de potência média, respectivas a cada *benchmark* analisado na seção 5.

O benchmark EPRI-9R 3D está na seção 6.3 como principal estudo de caso realizado nesta dissertação, uma vez que sua estrutura foi modificada de forma a propiciar a análise termohidráulica do canal refrigerante de maior fluxo de calor. O fato de possuir bancos de barras de controle consiste em outro aspecto relevante em seu estudo, permitindo avaliar o efeito da inserção desses bancos sobre a distribuição de potência e de temperatura no reator.

6.1 KOEBKE/IAEA 2D

Nos dois primeiros problemas analisados (Koebke e IAEA 2D) os elementos combustíveis são tratados de forma homogênea, impossibilitando a identificação direta da vareta de maior potência. Contudo, é possível mostrar a localização da região mais aquecida dentro do domínio dos respectivos elementos, conforme apresentado nos gráficos a seguir. É importante frisar que a densidade de potência é dada em valores relativos, uma vez que a potência foi normalizada à unidade por meio da Equação (22).

Neles, as curvas de nível auxiliam na visualização da distribuição radial da densidade de potência no núcleo, estando acompanhadas de seus devidos valores aquelas curvas de nível que contêm as máximas densidades de potência. O EC de maior potência média tem suas bordas ressaltadas em relação aos demais, podendo haver mais de um elemento ressaltado (uma vez que o núcleo possui simetria de um oitavo). As regiões em cinza não produzem energia, e por isso possuem potência nula. Elas correspondem, por exemplo, à região do refletor.

Com respeito à configuração A do *benchmark* Koebke, a Figura 30 exibe a distribuição da densidade de potência sobre o núcleo ativo do reator. Nela, é possível observar que a região de maior potência está distribuída ao redor do EC localizado no centro do reator (região amarela). Os elementos combustíveis destacados em vermelho são aqueles que possuem maior densidade de potência. No entanto, o pico de potencia (região vermelha) está localizado fora desses elementos, sendo vizinha a eles.



Figura 30: Benchmark Koebke configuração A, distribuição da densidade de potência sobre ¼ do núcleo.



Figura 31: Benchmark Koebke configuração B, distribuição da densidade de potência sobre ¼ do núcleo.



Figura 32: Benchmark IAEA 2D, distribuição da densidade de potência sobre 1/4 do núcleo.

Quando os BBC são retirados do núcleo do reator Koebke (configuração B, Figura 31), a distribuição de potência passa a apresentar comportamento um tanto quanto mais regular que aquele da configuração A. Em consequência, a região de maior densidade de potência está localizada no centro do reator, contida no EC de máxima potência (destacado em vermelho).

Para o caso do *benchmark* IAEA 2D (Figura 32) o pico de potência encontrase nas imediações do elemento de maior densidade de potência, havendo a sobreposição de uma pequena parcela de ambos.

6.2 ULCHIN-1 2D

Em circunstância singular, com respeito aos casos anteriores, o reator Ulchin-1 possibilita o exame da distribuição de potência sobre cada vareta combustível. Bem como a localização daquela de máxima densidade de potência, como visto na Figura 33. Nesse caso, dada a característica heterogênea do reator em questão, a interpretação dos resultados se torna um pouco mais complexa.

Da mesma forma das figuras anteriores, na Figura 33 os elementos combustíveis de maior densidade de potência têm suas bordas ressaltadas em vermelho. Enquanto que os picos de potência estão marcados nas cores amarela ou vermelha, sendo esses últimos mais intensos que os primeiros – conforme a escala de cores presente na figura. As regiões em cinza possuem potência nula, e correspondem aos tubos guia (pinos d'água), às varetas de veneno queimável, ao refletor e ao *baffle* – conforme Figura 15.

Os picos de maior intensidade estão localizados fora do EC de maior densidade de potência. Contudo, eles pertencem aos EC do tipo C que são os de maior enriquecimento no reator. Esse fato ressalta o efeito da disposição dos EC sobre a distribuição de potência, pois, diferentemente dos casos anteriores, os picos foram afastados do centro do reator.



Figura 33: Reator Ulchin-1, distribuição da densidade de potência sobre ¼ do núcleo.

Os picos de potência em amarelo, localizados no centro do EC de maior densidade de potência, circundam um pino d'água (ponto cinza), sendo que esse fato tem explicação semelhante àquela feita acerca do fluxo térmico da Figura 10. Lá, concluiu-se que o fluxo térmico sofre acentuado crescimento em função das propriedades da água (refletor) - que são, a alta termalização de nêutrons e a grande reflexão do fluxo térmico. Pois bem, se os nêutrons térmicos são os responsáveis pelas fissões, então, a liberação de energia pelo combustível será maior quanto maior for o fluxo térmico em seu interior. O que explica tal localização dos picos de potência em questão (nota-se que não há outros pinos d'água cercados por picos de potência, pois unicamente os acima citados foram destacados na figura).

Até então a identificação dos picos de potência se restringiu a reatores bidimensionais, fornecendo apenas uma análise de cunho qualitativo e sem qualquer vínculo com o estudo térmico do núcleo. Por outro lado, o estudo de caso presente na seção seguinte é feito mais criteriosamente, tanto no que diz respeito à neutrônica do reator quanto à análise térmica do pino de maior geração de energia.

6.3 EPRI-9R 3D MODIFICADO

Nesta seção, a escolha do reator a ser objeto de análise deveria ser tomada em função de alguns requisitos previamente estabelecidos, como: geometria tridimensional com homogeneização pino-a-pino, presença de informações acerca dos bancos de barras de controle, disponibilidade de dados de neutrônica e de termohidráulica, dentre outros.

Contudo, encontrar na literatura acadêmica um reator que atendesse a esses parâmetros se mostrou uma tarefa árdua e de pobre pujança, levando a resultados que hora não atendiam aos requisitos estabelecidos hora não atendiam às características do código computacional. Assim sendo, decidiu-se pela escolha do reator que melhor se adaptava à situação proposta, abrindo espaço para possíveis reestruturações de dados de forma a atender aos objetivos propostos.

O reator adotado foi o EPRI-9R 3D (LEE, DOWNAR e KIM, 2004), que é um dos poucos *benchmarks* disponíveis na literatura acadêmica cuja difusão de nêutrons é tratada tridimensionalmente com homogeneização pino-a-pino. Ele foi concebido de forma a simular um reator do tipo PWR de pequeno porte, com presença de bancos controle, *baffle* e refletor. No entanto, a fonte bibliográfica acima referenciada e, tão pouco, suas próprias referências, não estabelecem informações necessárias ao estudo da transferência de calor no núcleo. Dada essa situação, foi adotada a seguinte estratégia:

 Primeiramente validar os resultados obtidos com o código DIF3D2G aplicado ao reator EPRI-9R 3D (realizada na Seção 5.4);

- Em seguida, vincular a esse último os parâmetros geométricos de um típico PWR de potência.
- Simular o reator com as novas características e verificar a coerência dos resultados obtidos com respeito aos dados disponíveis em (TODREAS e KAZIMI, 1990), primando pela observância dos princípios teóricos pertinentes;
- Finalmente, caso necessário, proceder às modificações indispensáveis a correta obtenção de resultados e repetir o passo anterior.

Conforme explanado anteriormente, optou-se por agregar ao *benchamrk* EPRI-9R 3D parâmetros de um típico PWR de potência, no caso, os dados disponíveis em (TODREAS e KAZIMI, 1990). Uma vez que lá se encontram tabeladas as informações necessárias para a análise térmica do núcleo e de seus canais refrigerantes. Sendo assim, a análise neutrônica do *benchmark* modificado é feita na Seção 6.3.1, enquanto que a análise termohidráulica está presente na Seção 6.3.2.

6.3.1 Análise neutrônica

Impondo essas condições, o núcleo do reator passou a ter uma altura ativa de 366 cm, mantendo-se constante a largura do *baffle* e do refletor. A geometria radial também foi modificada de modo a tornar o reator crítico (k_{eff} ≈1), assumindo então um raio de 102 cm e contendo um total de 88 elementos combustíveis que passaram a possuir arranjos quadrados de 17x17 pinos, conforme Figura 34. Não obstante, procurou-se manter a disposição original dos elementos, onde o combustível do tipo 1 se encontra na periferia do núcleo, o combustível do tipo 2 situa-se no centro e os bancos de barras de controle são alinhados diagonalmente em relação aos eixos de simetria.

Já com respeito aos parâmetros da Tabela 8, as seções de choque de absorção do grupo rápido relativas aos combustíveis passaram a assumir, respectivamente, os valores de 0,012 cm⁻¹ e 0,007 cm⁻¹. Tal alteração foi efetuada com objetivo de ajustar a criticalidade do reator, contemplando a condição subcrítica

na ocasião de inserção total das barras de controle, bem como, o estado supercrítico na ocasião de retirada total.



Figura 34: Geometria radial de ¼ de núcleo do Benchmark EPRI-9R 3D modificado.

Na simulação computacional o reator foi discretizado radialmente em células espaciais de um ponto por pino ($\Delta x = \Delta y = 1,26$ cm), enquanto que na direção axial ele foi seccionado em 100 planos ao longo da altura ativa ($\Delta z = 3,66$ cm). O código DIF3D2G foi executado com as barras posicionadas a cada 36,6 cm, desde o topo até a porção inferior do núcleo ativo, totalizando 11 passos de inserção. Desse modo, o fator de multiplicação variou desde k_{eff} = 1,027458 no passo 1, até k_{eff} = 0,993475 no passo 11.

Quanto à normalização do fluxo de nêutrons, procedeu-se de maneira que, quando crítico ($k_{eff} = 0,999059$ - passo 9), o reator assumisse uma densidade de potência média Q de 100 W/cm³ - analogamente a um PWR comercial (TODREAS e KAZIMI, 1990) - o que resultou numa potência térmica total de aproximadamente 1400 MWth. A Figura 35 exibe a distribuição de potência radial para as situações em que as barras de controle estão totalmente retiradas e totalmente inseridas do núcleo. Na segunda situação fica evidente a elevação da potência nos elementos localizados na região central (internos aos bancos de controle), e a concomitante redução nos elementos da periferia.

Esse efeito pode ser atribuído à ineficiente distribuição dos bancos de barras de controle, uma vez que estão concentrados de maneira a particionar o núcleo, confinando a região central e mantendo-a ativa. Além disso, verifica-se que os pinos combustíveis de maior potência média pertencem ao EC situado no centro do reator (canto inferior esquerdo do gráfico), sendo esse elemento o de maior taxa de geração de calor durante todos os passos de inserção.



Figura 35: Distribuição radial da potência média por elemento combustível do reator EPRI-9R 3D modificado.

A Figura 36 mostra o deslocamento do pico de potência nos pinos combustíveis de máxima e de mínima potência média, localizados, respectivamente, no centro (x=6,y=5) e na periferia do reator (x=85,y=51). Nota-se, em ambos os casos, comportamento análogo até o nono passo de inserção, ocorrendo a migração do pico de potência em direção à região inferior do núcleo.



Figura 36: Migração axial do pico de potência em função da inserção das barras de controle no núcleo (deve-se atentar para as diferentes escalas de cores).

Já nos passos seguintes ocorrem comportamentos opostos, onde o pino (6,5) passa a possuir densidade de potência superior àquela do passo 1; e o pino (85,51) assume densidade de potência inferior ao primeiro passo. Esse fenômeno está de acordo com aquele observado na Figura 35. Contudo, verifica-se na Tabela 10 que a potência média dessas varetas se comporta de maneira oposta em cada uma. Nota-se também o intenso efeito dos BBC sobre a vareta localizada no centro do reator - após a inserção total sua potência praticamente dobra.

Deese	Decisão (em)	Potênci	ia (kW)
Fa550	Posição (cm)	Vareta Máx. Pot. Média	Vareta Mín. Pot. Média
1	366,0	135,6	3,68
2	329,4	137,0	3,68
3	292,8	139,1	3,68
4	256,2	141,2	3,67
5	219,6	143,6	3,66
6	183,0	147,0	3,65
7	146,4	153,2	3,61
8	109,8	166,9	3,52
9	73,2	205,0	3,20
10	36,6	244,9	2,85
11	0,0	249,8	2,81

Tabela 10: Potência média das varetas para as diferentes posições das barras de controle.

Na Figura 37 é possível visualizar a distribuição de potência em um dos planos de simetria do reator. No gráfico referente ao passo de inserção 8 nota-se a descontinuidade da densidade de potência na posição 68 do eixo radial x, onde há uma interface entre elementos combustíveis do tipo1 e do tipo 2. A causa dessa descontinuidade está atrelada à diferença nos parâmetros nucleares dessas duas regiões. Já no gráfico do passo de inserção 11 (barras totalmente inseridas), observa-se a distribuição de potência axialmente simétrica e o confinamento do pico de potência no centro do núcleo.



Figura 37: Distribuição de potência no plano transversal situado em um dos eixos de simetria do núcleo. Há barras de controle no elemento combustível situado na posição radial 51 a 68.

As curvas presentes na Figura 38 correspondem à situação apresentada na Figura 36, mostrando o comportamento da densidade de potência para cada posicionamento das barras de controle ao longo da altura do reator.

Nota-se a grande diferença de amplitude entre as curvas referentes à vareta de maior potência e aquelas da vareta de menor potência. O maior pico de potência está além de 712 W/cm³, muito acima da densidade de potência média do reator (100 W/cm³). Contudo, o fluxo de calor associado a este pico (146 W/cm²) está abaixo do fluxo de calor crítico de um PWR - ~300 W/cm² (TODREAS e KAZIMI, 1990) - o qual deve ser invariavelmente evitado a fim de impedir a perda de integridade do combustível.



Figura 38: Comportamento da distribuição axial de potência em função da introdução das barras de controle.

As curvas exibidas na Figura 36 e na Figura 38 são condizentes com a previsão teórica apresentada na Figura 2, onde "*a região do núcleo na qual as barras de controle são inseridas experimentam uma diminuição no fator de multiplicação e consequente redução no fluxo de nêutrons. Assim, uma vez que a potência global do reator se mantém constante, haverá um pico no fluxo localizado próximo à região inferior do núcleo*". (Duderstadt e Hamilton, 1976, p.549, tradução livre).

Concluída a identificação das varetas combustíveis de maior e de menor potência média, procedeu-se à análise termohidráulica a partir dos dados obtidos. O procedimento foi efetuado tomando-se como alicerce a distribuição axial da densidade de potência nessas varetas, conforme descrito a seguir.

6.3.2 Análise termohidráulica

Os dados fornecidos pelo código DIF3D2G foram acoplados aos dados de entrada do código Fuel_Rod_3D (AFFONSO, 2013), que usa o Método dos Elementos Finitos para modelar uma vareta combustível e seu canal refrigerante. Possibilitando a simulação do comportamento termohidráulico de uma única vareta discretizada em três dimensões, considerando o fluxo de calor a partir do interior da

pastilha combustível, passando pelo gap e pelo revestimento até alcançar o fluido refrigerante.

O código Fuel_Rod_3D assume que os componentes da vareta combustível não sofrerão dilatação térmica, mantendo constante o volume e a densidade de cada componente. Em contra partida, propriedades físicas, como a condutividade térmica e o calor específico, são variáveis em função da temperatura. Adicionalmente, ele também considera o fluxo axial de calor no combustível. Essas características contribuem com o aumento da acurácia dos resultados.

A temperatura de saturação da água consiste em um limitante do código, que não está apto para determinar o comportamento do fluxo de calor quando o refrigerante muda de fase. Por esse motivo, não é possível fazer a análise de DNB.

Tomando-se como referência a vareta combustível a ser analisada, o código Fuel_Rod_3D assume que a distribuição de potência em todas as varetas vizinhas será igual a da vareta de referência. De modo que a temperatura média do refrigerante passa a ser mesma em quaisquer dos quadrantes internos das varetas que fazem parte do canal, conforme a ilustração **a** da Figura 39. Por fim, essa aproximação torna possível a modelagem do canal refrigerante da maneira representada na ilustração **b** da Figura 39.



Figura 39: Modelagem do canal refrigerante. Fonte: (AFFONSO, 2013).

Quanto ao estudo de caso em questão, as varetas combustíveis analisadas não obedecem a esse critério de simetria. Visto que aquela de maior potência (x=6,y=5) é vizinha de um tubo guia, enquanto que a de menor potência (x=85,y=51) está na periferia do núcleo. Ainda assim, a simulação foi realizada supondo que toda a vizinhança possui pinos combustíveis com a mesma distribuição de potência.

As varetas foram discretizadas em cem planos axiais ($\Delta z = 3,66$ cm), de modo que cada plano tem associado um valor de densidade de potência proveniente do código DIF3D2G. Para considerar o efeito das barras de controle sobre a distribuição de temperatura, o código Fuel_Rod_3D alterava as curvas de potência relativas a cada passo de inserção após a convergência das temperaturas em cada estágio. O programa simulou a distribuição de temperatura na vareta e no canal com a barra de controle sendo inserida desde o topo (posição 366 cm) até a porção inferior da parte ativa do reator.

Como já discutido, o *benchmark* EPRI-9R 3D foi modificado de maneira a representar um típico PWR, cujos parâmetros termohidráulicos da Tabela 11 são provenientes de (TODREAS e KAZIMI, 1990) e condizem com as alterações efetuadas na geometria do reator.

Pressão do sistema	15,5 MP
Temperatura da água na entrada do canal	286 °C
Temperatura inicial da água ao longo do canal	286 °C
Temperatura da vareta	286 °C
Vazão mássica da água no canal	0,15 kg/s
Comprimento ativo da vareta	3,66 m
Diâmetro externo do revestimento	9,5 mm
Diâmetro interno do revestimento	8,36 mm
Diâmetro da pastilha combustível	8,2 mm

Tabela 11: Parâmetros termohidráulicos empregados na simulação.

Como dados de saída obteve-se a temperatura no combustível, no revestimento e no refrigerante. A Figura 40 ilustra a distribuição de temperatura no eixo axial do combustível em relação às diversas posições dos BBC. Observa-se a semelhança dessas curvas com as curvas da distribuição de potência da Figura 38.


Figura 40: Distribuição axial de temperatura no combustível para diversas posições dos BBC.

A Figura 41 apresenta, para ambas as varetas, a evolução da temperatura da água na saída do canal em função dos passos de inserção dos BBC. Nota-se a influência das barras de controle sobre o comportamento de ambas as temperaturas.



Figura 41: Evolução da temperatura da água na saída do canal refrigerante.

Isso ocorre porque a distribuição axial da temperatura muda em decorrência do reposicionamento dos BBC, como observado na Figura 40. Na vareta com maior potência média, as variações nas temperaturas a partir da posição 7 se tornam mais evidentes, uma vez que a potência dessa vareta cresce fortemente até que as barras estejam totalmente inseridas – como visto na Tabela 10. Já na vareta de menor potência média ocorre o efeito contrário, onde essa potência decresce gradualmente.

A Figura 42 apresenta, para ambas as varetas, a evolução da temperatura máxima do combustível em função da posição dos BBC. Verifica-se para a vareta de maior potência que a temperatura do combustível aumenta até as barras chegarem na posição 8, a partir desse ponto essa temperatura diminui pois, apesar da potência média continuar aumentando, a geração de calor passa a ser melhor distribuída no volume do combustível (como constatado na Figura 36), intensificando a transferência de calor.



Figura 42: Evolução da temperatura máxima do combustível.

A Figura 43 apresenta a distribuição de temperatura na face externa do revestimento ao longo da vareta de maior potência média. Na posição 0,0 cm dos BBC a face externa do revestimento atingiu localmente a temperatura de saturação da água, a partir da qual a análise termohidráulica foge do escopo do código Fuel_Rod_3D. Pois a metodologia nele empregada não contempla os fenômenos que surgem a partir de tal temperatura.

Contudo, para as demais posições das barras, verifica-se que a distribuição de temperatura no revestimento tem comportamento semelhante ao da temperatura do combustível (Figura 40), em que os picos de temperatura são deslocados em direção ao fundo do reator em resposta ao deslocamento dos picos de potência.



Figura 43: Distribuição de temperatura no revestimento em função da inserção dos BBC.

Antes do primeiro passo de inserção a temperatura da água no canal mais aquecido convergiu para aproximadamente 310 °C, promovendo um ganho de 24 °C ao longo do canal. Já para o canal menos aquecido o ganho de temperatura é de apenas 4 °C. Ao final da inserção a diferença de temperatura entre os canais é de quase 40 °C, mostrando que as propriedades da água, e por sua vez, da neutrônica e da termohidráulica, podem sofrer fortes variações de uma região para outra do reator, dada a dependência que essas têm da temperatura.

7 CONCLUSÃO

No processo de validação o desempenho do código DIF3D2G foi bastante satisfatório. Apesar de algumas discrepâncias nas regiões de interfaces de materiais, o código forneceu resultados acurados em relação àqueles fornecidos pelas fontes de referência, e concordantes com as previsões teóricas.

No EPRI-9R 3D modificado, o posicionamento atípico dos bancos de controle acarretou intensos gradientes de potência, favorecendo a ocorrência de situações críticas não convencionais para operação de um reator nuclear. Porém, os dados gerados em tais situações se mostraram propícios para a análise termohidráulica do reator em condições de ocorrência do DNB (*Departure from Nucleate Boiling*).

É evidente que o comportamento apresentado na simulado não é condizente com aquele esperado em um reator real, onde a inserção das barras de controle deve levar à redução da potência em todo o núcleo da forma mais uniforme possível, evitando acentuados picos de potência, uniformizando a queima do combustível, controlando desvios de reatividade e atuando no desligamento do reator. Sendo assim, o estudo de caso feito neste trabalho ilustra uma situação hipotética na qual os bancos de controle estão distribuídos no núcleo de forma não usual, diferentemente da disposição usual. Contudo, esses fatos evidenciaram a migração dos picos de potência e o efeito da geometria do núcleo sobre essa última.

O posicionamento das barras de controle exerce influência na distribuição de temperatura na vareta combustível, no canal refrigerante e na saída do canal, sendo que tal influência atua de forma diferenciada dependendo da localização radial da vareta combustível a ser analisada, como já esperado. O estudo de caso do EPRI-9R 3D possibilitou a análise qualitativa e quantitativa desse fenômeno.

Após as barras de controle estarem totalmente inseridas no núcleo, a temperatura da água na saída do canal mais quente foi elevada de aproximadamente 17,5 °C, enquanto que a temperatura na saída do canal mais frio foi reduzida de aproximadamente 1,7 °C. Esse efeito ocorre em função do fato de a

potência aumentar no centro do núcleo e diminuir em sua periferia, devido a inserção dos bancos de barras de controle.

Ficou evidente que o comportamento axial da temperatura no combustível acompanha o respectivo comportamento da potência, sendo assim, pela distribuição de potência é possível estimar a localização do ponto onde ocorre a temperatura máxima do combustível. Já para o revestimento, a maior temperatura em sua face externa é atingida quando as barras de controle estão totalmente inseridas no núcleo, acarretando uma maior possibilidade de ocorrer DNB nessa situação. Sendo assim, em um trabalho futuro, é importante considerar a análise termohidráulica desse fenômeno que é de suma importância para a segurança do reator, garantindo a integridade dos componentes do núcleo.

Com respeito ao refinamento espacial adotado na simulação computacional, faz-se necessário repetir todo o procedimento com malhas de maior refinamento com intuito de avaliar a influência desta sobre a acurácia dos resultados obtidos e, ao final, ponderar acerca do respectivo incremento no custo computacional. Entretanto, os resultados obtidos permitiram de forma razoável a análise do problema, podendo ser considerados válidos para a finalidade a que se propunha este trabalho.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AFFONSO, R. R. W. Desenvolvimento de um código computacional 3-D para estudos de transfêrencia de calor em varetas combustíveis, em situações não usuais. Dissertação (Mestrado em Ciência e Tecnologias Nucleares) - CNEN, Instituto de Engenharia Nuclear, Rio de Janeiro, 2013.

ARGONNE LABORATORY, N. Benchmark problem book, Technical Report ANL-7416 Supplement 2. Computational Benchmark Problem Comitee for the Mathematics and Computation. [S.I.]. 1976.

CACUCI, D. G. Handbook of Nuclear Engineering. Karlsruher: Springer, v. III, 2010.

CHENG, H. W.; CHO, N. Z. Aspectral-Galerkincoarse-mesh approach to solving the two-dimensional multigroup diffusion equations. **Annals of Nuclear Energy**, Taejon, v. 24, jul. 1997. 883-900.

DUDERSTADT, J. J.; HAMILTON, L. J. Nuclear Reactor Analysis. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1976.

FILHO, P. C. Reconstrução da Distribuição de Potência Nuclear no Elemento Combustível Heterogêneo. **Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Nuclear) - COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro**, Rio de Janeiro, 2005.

GEHIN, J. C. A Quasi-Static Polynomial Nodal Method for Nuclear Reactor Analysis. **Thesis - MIT, Department of Nuclear Engineering**, Massachusetts, 1992. 185.

KOEBKE, K. Advances in Homogenization and Dehomogenization. International Topical Meeting on Advances in Mathematical Method for the Solution of Nuclear Engineering Problems. Munich: Germany. 1981. p. 59-73. LAMARSH, J. R.; BARATTA, A. J. Introduction to Nuclear Engineering. 3. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2001. 783 p.

LEE, D.; DOWNAR, T. J.; KIM, Y. A Nodal and Finite Difference Hybrid Method for Pin-by-Pin Heterogenous Three-Dimensional Light Water Reactor Diffusion Calculations. **Nuclear Science and Engineering**, West Lafayette, n. 146, 2004. 319-339.

NOH, J. M.; CHO, N. Z. A New Approach of Analytic Basis Function Nodal Calculation. **Nuclear Science and Engineering**, Taejon, nov. 1994. 165-180.

PARK, K. W.; CHO, N. Z. The p-Version of the Finite Element Method for the Solution of Two-Dimensional Neutron Diffusion Equations. **Journal of Nuclear Science and Technology**, Taejon, v. 38, abr. 2001. 242-253.

THELER, G.; CLAUSSE, A.; BONETTO, F. J. Solution of the 2D IAEA PWR Benchmark with the neutronic code Milonga. XXXVIII Reunión Anual de la Asociación Argentina de Tecnología Nuclear. Buenos Aires: [s.n.]. 2011.

TODREAS, N. E.; KAZIMI, M. S. **Nuclear Systems I:** Thermal Hydraulic Fundamentals. New York: Taylor & Francis Goup, 1990.

TRKOV, A.; RAVNIK, M. Effective Diffusion Homogenization of Cross Sections for Pressurized Water Reactor Core Calculations. **Nuclear Science and Engineering**, Ljubljana, v.116, 1994. 86-95.

WAGNER, M. R. et al. **Application of the Nodal Expansion Method and the depletion program MEDIUM-2 by benchmark calculation and direct comparison with experiment.** Topical meeting "Coarse-mesh computation techniques: progress in methods and in applications to reactor problems". Erlangen: Atomkernenergie (ATKE). 1977. p. 129-135.