

Renato Raoni Werneck Affonso

DESENVOLVIMENTO DE UM CÓDIGO COMPUTACIONAL 3-D PARA ESTUDOS  
DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM VARETAS COMBUSTÍVEIS, EM  
SITUAÇÕES NÃO USUAIS

Dissertação submetida ao programa de Pós Graduação em Ciência e Tecnologia Nucleares do Instituto de Engenharia Nuclear da Comissão Nacional de Energia Nuclear como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Mestre em Ciências em Engenharia Nuclear – Ênfase Acadêmico em Engenharia de Reatores.

Orientadores: Prof.<sup>a</sup> Maria de Lourdes Moreira (PPGIEN/CNEN)  
Prof. Paulo Augusto Berquó de Sampaio (IEN/CNEN)

Rio de Janeiro

2013

AFFO Affonso, Renato Raoni Werneck  
Desenvolvimento de um código computacional 3-D para estudos de transferência de calor em varetas combustíveis, em situações não usuais / Renato Raoni Werneck Affonso – Rio de Janeiro: CNEN/IEN, 2013.

100f.

Orientadores: Maria de Lourdes Moreira, Paulo Augusto Berquó de Sampaio

Dissertação (Mestrado em Engenharia de Reatores) – Instituto de Engenharia Nuclear, PPGIEN, 2013.

1. Reator PWR. 2. Vareta Combustível 3. Transferência de Calor 4. Método dos Elementos Finitos.

DESENVOLVIMENTO DE UM CÓDIGO COMPUTACIONAL 3-D PARA ESTUDOS  
DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM VARETAS COMBUSTÍVEIS, EM  
SITUAÇÕES NÃO USUAIS

Renato Raoni Werneck Affonso

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM  
CIÊNCIA E TECNOLOGIA NUCLEARES DO INSTITUTO DE ENGENHARIA  
NUCLEAR DA COMISSÃO NACIONAL DE ENERGIA NUCLEAR COMO PARTE  
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE  
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA NUCLEAR – ÊNFASE ACADÊMICO EM  
ENGENHARIA DE REATORES

Aprovada por:

---

Prof.<sup>a</sup> Maria de Lourdes Moreira, D.Sc.

---

Prof. Paulo Augusto Berquó de Sampaio, Ph.D.

---

Prof. Rubens Souza dos Santos, D.Sc.

---

Prof. Eduardo Gomes Dutra do Carmo, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2013

Dedico esta dissertação à minha amada esposa, meus pais, minha irmã, meus avós e ao meu professor de graduação Prof. Araken dos Santos Werneck Rodrigues, que sempre me incentivaram e apoiaram neste mestrado e na continuidade de meus estudos.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a minha esposa Luana e meus familiares que sempre me incentivaram pela continuidade de meus estudos, apoiando-me incondicionalmente.

Aos meus orientadores Prof<sup>ª</sup>. Maria de Lourdes Moreira e Prof. Paulo Augusto Berquó de Sampaio, pela dedicação e apoio.

Aos demais professores do Programa de Pós-Graduação do Instituto de Engenharia Nuclear que direta ou indiretamente contribuíram para este trabalho (Prof. Reinaldo Jacques Jospin, Prof. Celso Marcelo Franklin Lapa e Prof. João Jachic).

Às funcionárias da Secretaria do Curso que sempre estiveram dispostas a ajudar.

Aos companheiros do Mestrado e, especialmente ao amigo Danilo Leite Costa, com quem sempre pude contar quando surgiam problemas e dúvidas no decorrer deste caminho. Desse modo, interferimos um na dissertação do outro com o intuito de melhorias sempre.

Resumo da Dissertação apresentada ao PPGIEN/CNEN como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M. Sc.)

DESENVOLVIMENTO DE UM CÓDIGO COMPUTACIONAL 3-D PARA ESTUDOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM VARETAS COMBUSTÍVEIS, EM SITUAÇÕES NÃO USUAIS

Renato Raoni Werneck Affonso

MARÇO de 2013

Orientadores: Prof.<sup>a</sup> Maria de Lourdes Moreira (PPGIEN/CNEN)  
Prof. Paulo Augusto Berquó de Sampaio (IEN/CNEN)

Programa: Ciência e Tecnologia Nucleares – IEN/CNEN

Estudos de transferência de calor em varetas combustível são de grande importância na indústria nuclear. Isso se evidencia pela necessidade da predição de temperaturas limite para otimizar o projeto de varetas combustível. O presente trabalho tem por objetivo o desenvolvimento de um código computacional em linguagem Fortran, no qual estão reunidas ferramentas como o Método de Elementos Finitos. Equações e correlações termo-hidráulicas foram implementadas no código com vistas a uma investigação profunda da transferência de calor entre a vareta combustível e o canal refrigerante, buscando, assim, entender o comportamento de ambos em regime transiente (como, por exemplo, nas situações de acidente). Foi feita uma análise sobre a validade da aproximação que desconsidera o fluxo axial de calor nas soluções analíticas. Comparações entre as soluções utilizando as propriedades constantes e propriedades dependentes da temperatura foram contempladas nesse trabalho. Estudos transientes envolvendo o desligamento do reator, considerando aspectos como a temperatura limite do combustível e o *Departure from Nucleate Boiling Ratio* (DNBR), foram realizados produzindo resultados que podem demonstrar a desempenho do código computacional.

Palavras-chave: Reator Nuclear, Vareta combustível, Combustível Nuclear, Método dos Elementos Finitos, Transferência de Calor, Análise de Acidentes.

Abstract of dissertation submitted to PPGIEN/CNEN as part of the necessary requirements for obtaining of Master's degree Science (M. Sc.)

DEVELOPMENT OF A 3-D COMPUTER CODE FOR STUDIES ON HEAT TRANSFER FUEL RODS, IN UNUSUAL SITUATIONS

Renato Raoni Werneck Affonso

MARÇO / 2013

Advisors: Prof.<sup>a</sup> Maria de Lourdes Moreira (PPGIEN/CNEN)  
Prof. Paulo Augusto Berquó de Sampaio (IEN/CNEN)

Program: Ciência e Tecnologia Nucleares – IEN/CNEN

Studies on heat transfer fuel rods are of great importance in the nuclear industry. This is evidenced by the need of predicting limit temperatures to optimize the design of fuel rods. This study aims to develop a computer code in Fortran where are gathered many tools such as Finite Element Method. Thermo-hydraulic equations and correlations were implemented in the code on achieving a thorough investigation of heat transfer between the fuel rod and the coolant channel, seeking to understand the behavior of both in transient mode (for example in accident situations). It has been made an analysis on the validity of the approach that disregards the axial heat flow in the analytical solutions. Comparisons between solutions using constant properties and temperature dependent properties were also included in this study. Transient studies involving the shutdown of the reactor, considering aspects such as fuel limit temperature and Departure from Nucleate Boiling Ratio (DNBR), were performed, yielding results that can demonstrate the performance of the computer code.

Keywords: Nuclear Reactor, Fuel Rod, Nuclear Fuel, Finite Element Method, Heat Transfer, Accident Analysis.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Elemento combustível. ....	25
Figura 2: Componentes de uma vareta combustível. ....	27
Figura 3: Corte transversal de uma vareta combustível. ....	27
Figura 4: Grade espaçadora de elemento combustível de um reator típico LWR. Designação dos subcanais: 1) interno; 2) interno especial; 3) canto; e 4) aresta. ....	28
Figura 5: Canal equivalente interno e célula. ....	29
Figura 6: Vareta, canal e suas quotas. ....	34
Figura 7: Geometria de uma vareta combustível. ....	45
Figura 8: Janela do <i>GiD</i> onde são aplicados os dados do problema. ....	47
Figura 9: Arquivo de dados 'fuel_3d.dat'. ....	48
Figura 10: Fluxograma do programa. ....	50
Figura 11: Distribuição de temperatura ao longo do canal refrigerante. ....	55
Figura 12: Distribuição da temperatura do revestimento ao longo do comprimento da vareta combustível. ....	56
Figura 13: Distribuição da temperatura central do combustível ao longo do comprimento da vareta combustível. ....	56
Figura 14: Distribuição de temperatura ao longo do diâmetro da vareta. ....	57
Figura 15: Evolução temporal da temperatura do refrigerante na saída do canal. ....	59

Figura 16: Evolução temporal da temperatura máxima do combustível.....	59
Figura 17: Distribuição de temperatura ao longo do canal refrigerante com e sem fluxo axial de calor.....	62
Figura 18: Distribuição da temperatura central do combustível ao longo do comprimento da vareta combustível das simulações com e sem fluxo axial de calor. .....	62
Figura 19: Distribuição da temperatura central do combustível ao longo do comprimento da vareta combustível.....	65
Figura 20: Condutividade térmica axial do combustível. ....	66
Figura 21: Distribuição de temperatura ao longo do diâmetro.....	66
Figura 22: Vareta combustível excêntrica. ....	68
Figura 23: Distribuição de temperatura no canal refrigerante.....	68
Figura 24: Distribuição radial de temperatura em °C . ....	69
Figura 25: Distribuição de temperatura do combustível ao longo da vareta excêntrica. .....	70
Figura 26: Distribuição de temperatura ao longo do perímetro da face interna do revestimento.....	70
Figura 27: Queda de vazão do refrigerante no núcleo. ....	72
Figura 28: Queda da densidade de potência e da vazão. ....	73
Figura 29: Evolução temporal das temperaturas máxima do combustível e da água na saída do canal. ....	74

Figura 30: Distribuição de temperatura da água ao longo do canal refrigerante após 500 s de simulação. ....	75
Figura 31: Condutividade térmica do $\text{UO}_2$ com 95% de densidade teórica.....	94
Figura 32: Capacidade térmica do $\text{UO}_2$ . A eq. (2), na legenda, representa a equação apresentada acima (eq. Erro! Fonte de referência não encontrada.).....	96
Figura 33: Condutividade térmica do He.....	97
Figura 34: Condutividade térmica do revestimento (Zircaloy). ....	99

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Sub-índice $i$ e materiais correspondentes. ....	30
Tabela 2: Propriedades dos materiais. ....	30
Tabela 3: Arquivos de configuração de problemas no GiD. ....	46
Tabela 4: Configuração do arquivo de dados 'fuel_3d.dat'. ....	49
Tabela 5: Dados iniciais do exemplo 13-2 do livro Nuclear Systems I. ....	53
Tabela 6: Número de elementos das malhas geradas. ....	54
Tabela 7: Dados das simulações. ....	55
Tabela 8: $\Delta t$ médio das simulações e tempo de computacional. ....	58
Tabela 9: Resultados das simulações. ....	60
Tabela 10: Condições iniciais da nova simulação. ....	60
Tabela 11: Dados das simulações. ....	61
Tabela 12: Valor médio das propriedades térmicas pelas propriedades dependentes da temperatura. ....	64
Tabela 13: Dados das simulações. ....	64
Tabela 14: Constantes usadas na correlação FRAP para a condutividade térmica de gases. ....	97

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

GiD	–	<i>The Personal Pre And Post Processor</i>
IAEA	–	<i>International Atomic Energy Agency</i>
LWR	–	<i>Light Water Reactor</i>
PWR	–	<i>Pressurized Water Reactor</i>
NBSNRCE	–	Código computacional para cálculo das propriedades da água.

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	–	Área do canal
$c$	–	Calor específico
$c^*$	–	Calor específico adimensional
$c_0$	–	Calor específico do refrigerante na entrada do canal
$c_{cl}$	–	Calor específico do revestimento ( <i>cladding</i> )
$c_f$	–	Calor específico das pastilhas de $UO_2$ ( <i>fuel</i> )
$c_g$	–	Calor específico do <i>gap</i>
$c_p$	–	Calor específico a pressão constante
$c_{pa}$	–	Calor específico a pressão constante da água ( <i>coolant</i> )
$D_0$	–	Diâmetro da vareta combustível
$D_h$	–	Diâmetro hidráulico ou equivalente
$h$	–	Coefficiente de transferência de calor
$h^*$	–	Coefficiente de transferência de calor adimensional
$h_0$	–	Coefficiente de transferência de calor do refrigerante na entrada do canal
$k$	–	Condutividade térmica

- $k^*$  – Condutividade térmica adimensional
- $k_0$  – Condutividade térmica do refrigerante na entrada do canal
- $k_{cl}$  – Condutividade térmica do revestimento (*cladding*)
- $k_f$  – Condutividade térmica das pastilhas de  $UO_2$  (*fuel*)
- $k_g$  – Condutividade térmica do *gap*
- $\dot{m}$  – Vazão mássica do fluido refrigerante
- $\dot{m}^*$  – Vazão mássica do fluido refrigerante adimensional
- $\dot{m}_0$  – Vazão mássica do fluido refrigerante na entrada do canal
- $\vec{n}_x$  – Componente do vetor normal na direção x
- $\vec{n}_y$  – Componente do vetor normal na direção y
- $\vec{n}_z$  – Componente do vetor normal na direção z
- Nu – Número de Nusselt
- $Nu_0$  – Número de Nusselt com respeito às propriedades do refrigerante na entrada do canal
- $P_w$  – Perímetro molhado
- $Pc_0$  – Número de Peclet com respeito às propriedades do refrigerante na entrada do canal
- Pr – Número de Prandtl

$Pr_0$	–	Número de Prandtl com respeito às propriedades do refrigerante na entrada do canal
$Q$	–	Geração de calor
$Q^*$	–	Geração de calor adimensional
$Q_0$	–	Geração de calor máxima
$\vec{q}$	–	Vetor fluxo de calor
$q'$	–	Fluxo de calor linear
$q''$	–	Fluxo de calor superficial
$\vec{q}''$	–	Vetor fluxo de calor superficial
$q_x$	–	Fluxo de calor na direção x
$q_y$	–	Fluxo de calor na direção y
$q_z$	–	Fluxo de calor na direção z
$\hat{r}$	–	Resíduo
Re	–	Número de Reynolds
$Re_0$	–	Número de Reynolds com respeito às propriedades do refrigerante na entrada do canal
$t$	–	Tempo
$t^*$	–	Tempo adimensional

$t_0$	–	Fator de tempo
$T$	–	Temperatura
$T^*$	–	Temperatura adimensional
$T_0$	–	Temperatura do refrigerante na entrada do canal
$T_\infty$	–	Temperatura média do fluido refrigerante
$\vec{u}$	–	Vetor velocidade do fluido refrigerante
$u$	–	Velocidade do fluido refrigerante na direção x
$v$	–	Velocidade do fluido refrigerante na direção y
$V$	–	Volume
$w$	–	Velocidade do fluido refrigerante na direção z
$\bar{w}$	–	Velocidade média do fluido refrigerante na direção z
$x^*$	–	Coordenada espacial adimensional
$y^*$	–	Coordenada espacial adimensional
$z^*$	–	Coordenada espacial adimensional
$\Delta t$	–	Varição do tempo
$\Delta T_\infty$	–	Varição da temperatura média do refrigerante
$\Gamma$	–	Fronteira do problema

- $\Gamma^*$  – Fronteira do problema adimensional
- $\mu_0$  – Viscosidade do refrigerante na entrada do canal
- $\rho$  – Densidade
- $\rho^*$  – Densidade adimensional
- $\rho_0$  – Densidade do refrigerante na entrada do canal
- $\rho_c$  – Densidade da água (*coolant*)
- $\rho_{cl}$  – Densidade do revestimento (*cladding*)
- $\rho_f$  – Densidade das pastilhas de  $\text{UO}_2$  (*fuel*)
- $\rho_g$  – Densidade do *gap*
- $\Omega$  – Domínio do problema
- $\Omega^*$  – Domínio do problema adimensional

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>20</b>
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO.....	20
1.2	OBJETIVO .....	22
1.3	CONTRIBUIÇÃO.....	22
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	23
<b>2</b>	<b>MODELAGEM FÍSICA .....</b>	<b>25</b>
2.1	ELEMENTOS E VARETAS COMBUSTÍVEIS E CANAL REFRIGERANTE .....	25
2.2	CONSERVAÇÃO DE ENERGIA NA VARETA COMBUSTÍVEL.....	29
2.3	CONSERVAÇÃO DE ENERGIA DO CANAL REFRIGERANTE .....	31
2.4	ADIMENSIONALIZAÇÃO DE EQUAÇÕES .....	32
<b>3</b>	<b>MODELAGEM NUMÉRICA.....</b>	<b>34</b>
3.1	DISCRETIZAÇÃO .....	34
3.1.1	<i>Relação entre a temperatura da vareta e a temperatura média do refrigerante.....</i>	<i>34</i>
3.1.2	<i>Cálculo de <math>\Delta t</math> .....</i>	<i>35</i>
3.2	PROPRIEDADES FÍSICAS E CORRELAÇÕES TERMOHIDRÁULICAS.....	37
3.2.1	<i>Propriedades do refrigerante.....</i>	<i>39</i>
3.2.2	<i>Coeficiente de Transferência de Calor.....</i>	<i>39</i>
3.2.3	<i>Transferência de calor no regime sub-resfriado .....</i>	<i>39</i>
3.2.4	<i>Fluxo Crítico de Calor e DNBR.....</i>	<i>42</i>
<b>4</b>	<b>IMPLEMENTAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL.....</b>	<b>44</b>
4.1	PRÉ-PROCESSAMENTO .....	44
4.2	PROCESSAMENTO .....	47
4.2.1	<i>Fluxograma .....</i>	<i>49</i>
4.3	PÓS-PROCESSAMENTO .....	51
<b>5</b>	<b>VERIFICAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL.....</b>	<b>52</b>
5.1	SOLUÇÃO ANALÍTICA.....	52
5.2	VERIFICAÇÃO DA SOLUÇÃO TEMPORAL.....	57
5.3	CONDIÇÕES INICIAIS DIFERENTES .....	60
5.4	FLUXO AXIAL DE CALOR .....	61
<b>6</b>	<b>ESTUDOS DE CASO E APLICAÇÕES / ANÁLISE DOS RESULTADOS NUMÉRICOS .....</b>	<b>63</b>

6.1	PROPRIEDADES CONSTANTES VS. PROPRIEDADES DEPENDENTES DA TEMPERATURA.....	63
6.2	COMBUSTÍVEL DESLOCADO .....	67
6.3	DESLIGAMENTO DO REATOR.....	71
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>76</b>
7.1	CONCLUSÕES.....	76
7.2	RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	77
<b>8</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>79</b>
	<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>81</b>
	<b>APÊNDICE B .....</b>	<b>84</b>
	<b>APÊNDICE C .....</b>	<b>91</b>
	<b>APÊNDICE D .....</b>	<b>93</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

A população mundial cresce a cada dia. Para suportar esse crescimento é necessário que a matriz energética seja expandida periodicamente. Além disso, é preciso que a produção de energia seja decorrente de fontes seguras, limpas e rentáveis. Isso se aplica, igualmente, ao Brasil, onde a necessidade da expansão da matriz energética se justifica para que haja melhoras na qualidade e aumento na expectativa de vida, bem como o aumento do consumo *per capita*.

Uma das formas de se expandir a matriz energética é por meio do desenvolvimento e utilização da energia nuclear, a qual tem como vantagem, dentre outras, a não poluição do meio-ambiente, na medida em que não se utiliza de combustíveis fósseis nem metais carcinogênicos. Pode-se afirmar, portanto, que a energia nuclear é uma das fontes mais limpas, visto que não emite nenhum gás gerador ou agravador do efeito estufa e do evento da chuva ácida, razão pela qual passou a ser gradativamente defendida pelos ecologistas. Em comparação com a energia hidrelétrica, pode-se destacar que a opção pela utilização da energia nuclear implica a opção pelo não alagamento de grandes áreas para a formação dos lagos de reservatórios, evitando, assim, a perda de áreas de reservas naturais ou de terras agriculturáveis, bem como a remoção de comunidades inteiras das áreas que são alagadas. Além, disso, pontua-se que outras fontes de energia, a exemplo da solar e eólica, apresentam altos custos de exploração, sem ter uma utilização em escala industrial, ou seja, são de capacidade limitadas. No que toca à energia hidrelétrica, é possível se dizer que também apresenta suas limitações, além de provocar grandes impactos ambientais. Ao contrário da energia hidrelétrica, a energia nuclear não é afetada pelas mudanças climáticas, as quais, por casualidade, podem resultar em alterações no regime de chuvas.

Em outras palavras, uma usina nuclear gera grandes quantidades de energia elétrica em uma área muito pequena e sem afetar o meio-ambiente, o que, por

oportuno, implica uma relevante relação de custo-benefício, tanto no que se refere ao aspecto econômico, quanto no que diz respeito aos fatores socioambientais. Infere-se, então, que a energia nuclear é uma importante forma de atender à demanda energética do mundo moderno com eficácia e especialmente segurança.

Nesse sentido, a Engenharia Nuclear tem grande importância não somente na fabricação de usinas nucleares, como também no desenvolvimento de novas tecnologias que garantem uma produção de energia com segurança e economia e baixo impacto no meio ambiente. No quesito segurança, preocupa-se muito com a refrigeração do combustível nuclear para que sua integridade seja mantida. Para isso “a compreensão detalhada do comportamento do combustível sob regime permanente, transiente e em condições de acidente é uma parte importante da análise de segurança da usina nuclear” (IAEA, 2007). A função do engenheiro, nessa área, é de extrema relevância, pois a este profissional incumbe a tarefa de gerenciar o funcionamento da produção da energia nuclear e, sobretudo, garantir que a utilização de reatores nucleares está ocorrendo de forma segura, a fim de evitar ou minimizar os riscos de acidentes.

Um acidente pode ocorrer quando há uma defasagem entre produção de energia e remoção. Quando a taxa de produção excede a capacidade de remoção, essa energia excedente fica armazenada no núcleo do reator, no refrigerante e/ou em qualquer outro componente do reator, causando um superaquecimento. Se o superaquecimento for severo, os elementos do combustível, o sistema primário, ou qualquer outro sistema pode falhar por cargas térmicas ou mecânicas. Os caminhos pelos quais essa defasagem leva ao superaquecimento ou uma possível falha difere para cada evento e acidente. A causa disso pode ser uma falha na refrigeração do núcleo, por exemplo. Neste tipo de falha o superaquecimento do núcleo é causado pela incapacidade da energia gerada ser transportada para fora do núcleo.

Um dos objetivos da análise dos acidentes postulados é verificar se os componentes do combustível serão danificados a ponto de comprometer a integridade das barreiras dos produtos de fissão.

Atualmente, diversos são os estudos cujas finalidades são ampliar o conhecimento acerca do funcionamento e operacionalização do reator e do combustível e analisar de que forma é possível se garantir e até mesmo aumentar os aspectos de segurança, confiabilidade e economicidade do desenvolvimento e utilização da energia nuclear.

## **1.2 OBJETIVO**

Desenvolver um programa para estudos de transferência de calor em três dimensões, em regime transiente, de varetas combustíveis, com as seguintes finalidades:

1. Avaliar a validade da aproximação que desconsidera o fluxo axial de calor nas soluções analíticas.
2. Avaliar a validade do uso de propriedades constantes frente às propriedades dependentes da temperatura.
3. Analisar um acidente de perda de energia nas bombas de refrigeração causando o desligamento não planejado do reator.

Para esse objetivo foram contempladas a resolução das equações que regem a transferência de calor no combustível e no canal refrigerante através do Método de Elementos Finitos.

## **1.3 CONTRIBUIÇÃO**

A principal contribuição do código computacional consiste em simular acidentes para estudos da integridade dos componentes da vareta combustível, por exemplo. Para isso se faz necessário que a modelagem da vareta seja

tridimensional e em regime transiente, pois, assim, é possível estudos em que há deformidades na geometria de seus componentes.

Com ele também é possível analisar o comportamento dos componentes da vareta ao longo do tempo, como no caso de acidente em que a energia das bombas de refrigeração do reator foi cortada e há falta dos motores diesel causando o desligamento não planejado do mesmo.

## 1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No primeiro capítulo foi apresentada a situação atual da energia nuclear no mundo e no Brasil, bem como sua importância. Nesse contexto, foram explanados os acidentes e a importância de estudos nesse contexto. Apresentou-se também os objetivos e a contribuição do presente trabalho.

O segundo capítulo fala sobre a modelagem física, uma breve introdução aos elementos e varetas combustíveis, quais são as equações utilizadas para a vareta combustível e para a energia do canal refrigerante, e faz uma breve explanação sobre adimensionalização.

No terceiro capítulo é apresentada a modelagem numérica, como será feita a discretização da vareta combustível e do canal refrigerante, bem como o cálculo de  $\Delta t$ . São apresentadas as correlações termo-hidráulicas utilizadas neste trabalho, tais como correlações para o cálculo das propriedades dependentes da temperatura (condutividade e capacidade térmica do combustível, do *gap* e do revestimento), códigos para as propriedades da água, o coeficiente de transferência de calor entre o revestimento e o fluido refrigerante, e as correlações para análise de DNBR.

O quarto capítulo volta-se para a implementação do código, no que diz respeito às três fases de uma modelagem computacional (pré-processamento, processamento e pós-processamento).

O quinto capítulo trata da validação do programa.

No capítulo seis são apresentados os estudos de caso, bem como seus resultados e análise.

O sétimo capítulo se destina às conclusões e promove uma discussão dos possíveis casos a serem estudados e as possíveis melhorias que podem ser feitas no programa.

O oitavo capítulo contém as referências bibliográficas utilizadas neste trabalho.

## 2 MODELAGEM FÍSICA

### 2.1 ELEMENTOS E VARETAS COMBUSTÍVEIS E CANAL REFRIGERANTE

Os elementos combustíveis (Figura 1) são arranjados em uma configuração geométrica que define o núcleo do reator. Servem para acomodar sistemas internos de instrumentação, barras de controle, varetas combustíveis e assegurar um espaçamento necessário entre estas (quanto aos aspectos neutrônicos e termo-hidráulicos). Além disso, os elementos combustíveis permitem, também, o manuseio de lotes de varetas (aproximadamente 264 varetas num reator do tipo PWR), realocação no núcleo do reator, transporte, reparo e substituição das mesmas.



**Figura 1:** Elemento combustível.

No elemento combustível encontram-se:

- **Varetas combustíveis** → onde ocorre a geração de calor, pelo processo de fissão nuclear, denominada também de queima do combustível, e sua transferência para o fluido refrigerante. Num PWR suas dimensões são de aproximadamente um centímetro de diâmetro e quatro metros de altura.

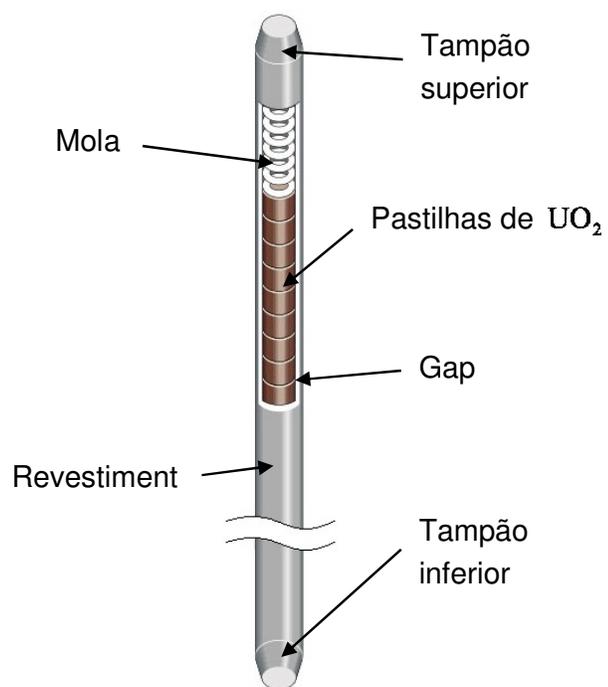
- **Grades espaçadoras** → mantém o espaçamento correto entre as varetas ao longo do elemento combustível.
- **Tubos-guia** → são tubos contendo as barras de controle ou sistemas de instrumentação.
- **Barras de controle** → são barras feitas de um material absorvedor de nêutrons. São usadas para o controle das reações e em casos de emergência para desligar o reator.
- **Bocais inferior e superior** → são suportes que ajudam a manter a estrutura do elemento e o encaixe deste no núcleo.

Tendo em vista o objetivo deste trabalho, mostra-se necessário focar na explicação acerca das varetas de combustíveis. Trata-se de um componente do elemento combustível composto de pastilhas cerâmicas de dióxido de urânio ( $\text{UO}_2$ ), uma mola, um revestimento de *zircaloy-4*<sup>1</sup>, um espaçamento entre as pastilhas e o revestimento, chamado de *gap* (este é preenchido por gás Hélio) e de tampões superior e inferior. A Figura 2 e a Figura 3 mostram em detalhes esses componentes.

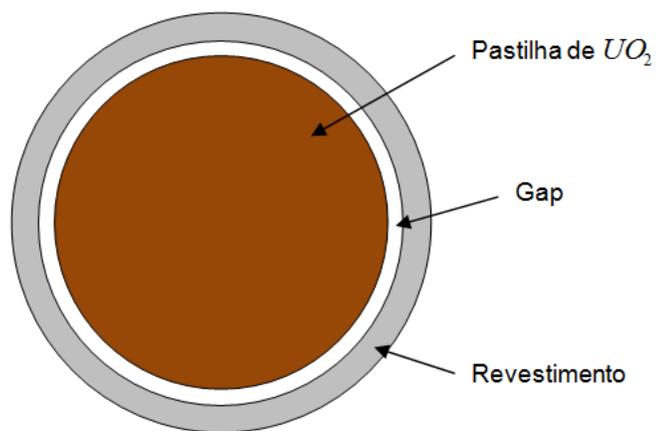
A mola serve para manter as pastilhas no lugar correto, enquanto reserva espaço para acomodar o gás hélio, os gases de fissão e as expansões térmicas axiais das pastilhas. Já o *gap* serve para acomodar o gás hélio, os gases de fissão e as expansões térmicas radiais das pastilhas.

---

<sup>1</sup> Liga a base de zircônio usado no revestimento das pastilhas de dióxido de urânio, como um dos constituintes da vareta combustível, típico de reatores do tipo PWR, segundo Todreas e Kazimi (1990).



**Figura 2:** Componentes de uma vareta combustível.

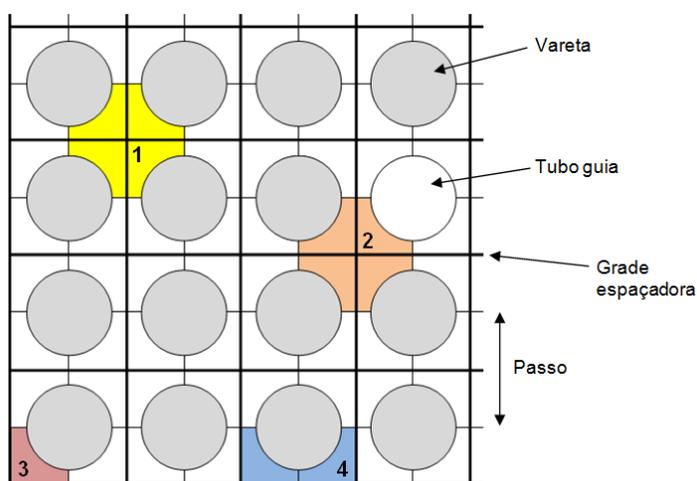


**Figura 3:** Corte transversal de uma vareta combustível.

As pastilhas e o revestimento impedem que elementos radioativos possam ter contato com o refrigerante, sendo, portanto, considerados como as primeiras barreiras de segurança. Manter a integridade dessa barreira de segurança é um dos principais motivadores do estudo de distribuição de temperatura nesses componentes.

Ao redor das varetas combustíveis passa um fluido refrigerante (água) o qual tem a função de retirar calor que será utilizado no gerador de vapor. Esse calor chega ao fluido refrigerante por dois tipos de transferência: condução e convecção.

As varetas estão igualmente espaçadas no elemento combustível e formam canais por onde o refrigerante passa. Nem todos os canais recebem a mesma quantidade de fluxo de calor, como pode ser observado na Figura 4, isso porque cada tipo de canal possui um número diferente de varetas.



**Figura 4:** Grade espaçadora de elemento combustível de um reator típico LWR. Designação dos subcanais: 1) interno; 2) interno especial; 3) canto; e 4) aresta.

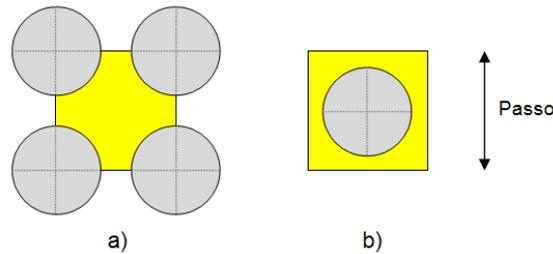
Nota-se que os canais são compostos de uma área (na figura, os canais 1, 2, 3 e 4), por onde passa o refrigerante, e por um, dois, três ou quatro quadrantes de varetas ou tubo guia.

Nos canais 3 e 4 (canto e aresta) o fluxo de calor recebido pelo refrigerante é menor, pois o refrigerante recebe calor de apenas metade de uma vareta.

O canal interno especial é composto de uma área, por onde passa o refrigerante, de um quadrante de três varetas e de um quadrante do tubo guia. Por isso, nesse canal, a temperatura média do fluido numa quota da altura pode ser menor que no canal interno nessa mesma quota, em que se tem um quadrante de quatro varetas.

Este trabalho é baseado no canal interno, por ter a configuração que permite com que o refrigerante tenha uma temperatura média maior numa quota de altura quando comparada aos outros tipos de canais.

Em estudos de análise de acidentes é importante estudar a vareta combustível que possui a maior geração de calor. Esta vareta encontra-se no centro do reator e as varetas vizinhas possuem, aproximadamente, a mesma taxa de geração de calor. Portanto, pode-se representar o canal interno de um elemento combustível que se encontra no centro do reator de duas maneiras:



**Figura 5:** Canal equivalente interno e célula.

A Figura 5a apresenta a área por onde passa o refrigerante (em amarelo), e um quadrante de quatro varetas. Na Figura 5b tem-se a mesma área, por onde passa o refrigerante, e a área de uma vareta. Observa-se, dessa forma, que tanto a Figura 5a quanto a Figura 5b são duas representações válidas para uma célula (ou canal interno).

## 2.2 CONSERVAÇÃO DE ENERGIA NA VARETA COMBUSTÍVEL

A conservação de energia pode ser formulada pela formulação variacional a seguir, eq. (2.1),

$$\int_{\Omega} \phi \rho_i c_i \frac{\partial T}{\partial t} d\Omega_i + \int_{\Omega} k_i(T) \nabla \phi \cdot \nabla T d\Omega_i + \int_{\Gamma_i} \phi h(T) (T - T_{\infty}) d\Gamma = \int_{\Omega} \phi Q_i d\Omega \quad (2.1)$$

Essa formulação variacional implica na satisfação do balanço de energia de cada material (combustível, *gap* e revestimento). A transferência de calor da superfície externa do revestimento para o fluido refrigerante também é satisfeita pela formulação variacional, que incorpora o coeficiente de película  $h$  e a temperatura média do fluido refrigerante  $T_\infty$ .

Os sub-índices  $i$  na eq. (2.1) indica o tipo de material (Tabela 1) e, para cada material há propriedades específicas (Tabela 2).

**Tabela 1:** Sub-índice  $i$  e materiais correspondentes.

Sub-índice	Material
$i = 1$	Combustível
$i = 2$	<i>Gap</i>
$i = 3$	Revestimento

**Tabela 2:** Propriedades dos materiais.

Material	Densidade	Calor específico	Condutividade de térmica	Densidade de potência
$i = 1$	$\rho_f$	$c_f$	$k_f$	$Q = q'''$
$i = 2$	$\rho_g = 0$	$c_g = 0$	$k_g$	$Q = 0$
$i = 3$	$\rho_{cl}$	$c_{cl}$	$k_{cl}$	$Q = 0$

Nota-se que a densidade e o calor específico do *gap* foi tido com valor zero, pois como sua dimensão radial é muito pequena foi considerada que a transferência de calor ocorre instantaneamente.

## 2.3 CONSERVAÇÃO DE ENERGIA DO CANAL REFRIGERANTE

A equação da conservação de energia do canal refrigerante é dada pela equação transiente unidimensional, eq. (2.2). Essa equação é obtida pela conservação de energia transiente tridimensional, como mostra o Apêndice A.

$$\rho_c c_c A \frac{\partial T_\infty}{\partial t} + c_c \frac{\partial}{\partial z} (\dot{m} T_\infty) = q' \quad (2.2)$$

onde  $A$  é a área do canal refrigerante, Figura 5,  $T_\infty$  é a temperatura média (temperatura *bulk*) do refrigerante, e  $q'$  é a quantidade de energia por metro de comprimento.

Como se têm duas equações, uma referente à vareta combustível e outra referente ao canal refrigerante, é necessário que haja uma terceira equação para acoplar essas duas. Ou seja, até o momento não há ligação alguma entre essas duas equações, portanto o calor fornecido pela vareta não será recebido pelo canal. Para que isso ocorra utiliza-se a eq. (2.3) que fará esse papel.

$$q' = \int_{P_w} h(T - T_\infty) dP \quad (2.3)$$

Observa-se que a eq. (2.3) está integrada em todo o perímetro molhado pelo fato de que, tanto a temperatura da superfície da vareta quanto o coeficiente de transferência de calor podem variar de uma posição para outra ao longo do perímetro, mesmo que  $T_\infty$  seja constante.

Substituindo a eq. (2.3) na eq. (2.2), obtêm-se a equação da energia do canal

$$\rho_c c_c A \frac{\partial T_\infty}{\partial t} + \dot{m} c_c \frac{\partial T_\infty}{\partial z} = \int_{P_w} h(T - T_\infty) dP \quad (2.4)$$

## 2.4 ADIMENSIONALIZAÇÃO DE EQUAÇÕES

A técnica de adimensionalização pode simplificar e parametrizar problemas em que as unidades de medidas estão envolvidas. A adimensionalização pode, também, facilitar a caracterização de um problema e gerar grupos adimensionais que facilitam a interpretação e generalização dos resultados como, por exemplo, Número de Reynolds, Número de Nusselt, etc.

Tendo em vista as equações da conservação de energia da vareta combustível e do canal refrigerante, pode-se determinar variáveis adimensionais da seguinte maneira

$$\begin{aligned}
 T &= T^* T_0 & Q &= Q^* Q_0 \\
 t &= t^* t_0 & k &= k^* k_0 \\
 x &= x^* D_0 & h &= h^* h_0 \\
 \rho &= \rho^* \rho_0 & \dot{m} &= \dot{m}^* \dot{m}_0 \\
 c &= c^* c_0
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

onde o índice 0 representa um valor de referência da variável em questão.

Substituindo essas variáveis na formulação variacional da vareta combustível, a eq. (2.1) se torna

$$\begin{aligned}
 \int_{\Omega^*} \varphi \rho^* c^* \frac{\partial T^*}{\partial t^*} d\Omega^* + \int_{\Omega^*} k^* \nabla^* \varphi \cdot \nabla^* T^* d\Omega^* + \\
 + \frac{D_0}{D_h} \text{Nu}_0 \int_{\Gamma^*} \varphi h^* (T^* - T_\infty^*) d\Gamma^* = \frac{Q_0 D_0^2}{k_0 T_0} \int_{\Omega^*} \varphi Q^* d\Omega^*
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Observa-se que após a adimensionalização surgiu o Número de Nusselt, o qual representa a relação entre a transferência de calor por convecção e a transferência de calor por condução através da fronteira com o fluido.

Tomando as mesmas variáveis adimensionais, a eq. (2.4) torna-se

$$\begin{aligned}
\rho^* c_p^* \frac{\partial T_\infty^*}{\partial t^*} + \frac{D_0}{D_h} \text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^* \frac{\partial T_\infty^*}{\partial z^*} + \frac{D_0^3}{AD_h} \text{Nu}_0 \int_{P_w^*} h^* T_\infty^* dP^* &= \\
= \frac{D_0^3}{AD_h} \text{Nu}_0 \int_{P_w^*} h^* T^* dP^* &
\end{aligned}
\tag{2.7}$$

Nele nota-se o surgimento do Número de Nusselt e o Número de Peclet. Este último representa a taxa de transferência de calor por convecção pela transferência de calor por condução.

Os Números de Nusselt e de Peclet são dados por

$$\text{Nu}_0 = \frac{h_0 D_h}{k_0}$$

$$\text{Pc}_0 = \rho_0 c_0 \frac{D_0 u}{k_0}$$

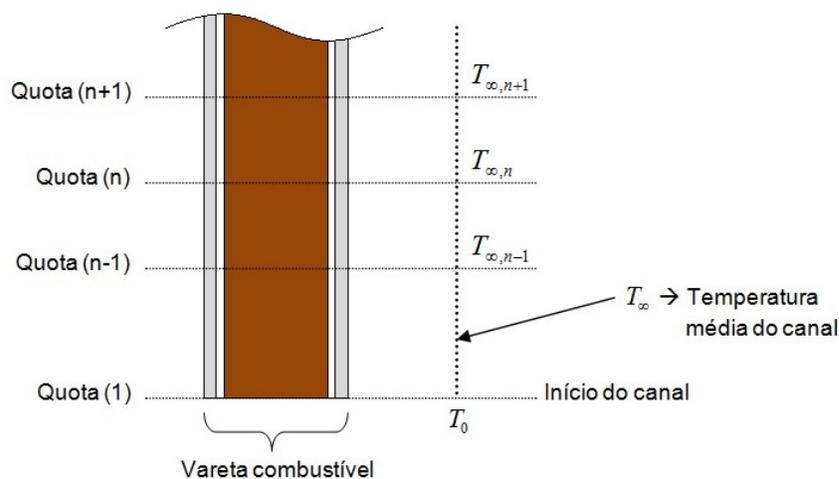
### 3 MODELAGEM NUMÉRICA

#### 3.1 DISCRETIZAÇÃO

##### 3.1.1 Relação entre a temperatura da vareta e a temperatura média do refrigerante

Conforme visto na Figura 5b, o fluido refrigerante passa ao redor da vareta retirando calor, entra no canal a uma baixa temperatura e sai a uma temperatura mais elevada.

A vareta combustível e o canal refrigerante serão divididos em quotas, conforme a Figura 6. Cada quota do canal terá sua correspondente da vareta. Isso fará com que a temperatura média do fluido refrigerante de uma certa quota influencie e sofra influência da quota correspondente da vareta.



**Figura 6:** Vareta, canal e suas quotas.

Considerar-se-á, neste trabalho, que a temperatura média ( $T_{\infty}$ ) de uma quota é a mesma ao longo do perímetro da vareta nesta mesma quota, visto que essa temperatura é a mesma para os quatro quadrantes da vareta da Figura 5.

Baseado nesse fato será feita a análise unidimensional do canal enquanto a análise da vareta será tridimensional.

A formulação variacional da vareta combustível, eq. (2.1), será discretizada pelo Método dos Elementos Finitos utilizando o Método de Galerkin. Serão empregados elementos finitos tetraédricos com funções de interpolação lineares. O programa Fuel\_Rod\_3D desenvolvido neste trabalho teve como base o código heat\_transfer\_2d\_cg (SAMPAIO, 2007), o qual emprega o Método dos Gradientes Conjugados (com pré-condicionador de Jacobi) para solução do sistema de equações lineares resultantes da discretização. Para a modelagem tridimensional da vareta será feita sua geometria em um software específico (*GiD*). Nesse software será gerada a malha da geometria, a qual será composta por elementos tetraédricos.

A equação da energia do canal refrigerante, eq. (2.7), será discretizada pelo Método dos Elementos Finitos utilizando o Método dos Mínimos Quadrados, como mostra o Apêndice B. Serão empregados elementos finitos lineares com funções de interpolação lineares. Para solucionar o sistema de equações resultantes da discretização foi utilizado o Método de Decomposição LU. Para a modelagem do canal refrigerante, será construído uma rotina a qual irá gerar a malha de elementos finitos. Essa malha será composta por elementos lineares.

### 3.1.2 Cálculo de $\Delta t$

O intervalo de tempo,  $\Delta t$ , dependerá do tamanho e das propriedades do elemento, portanto, para encontrar o melhor  $\Delta t$  calcula-o em todos os elementos do problema (da vareta combustível e do canal refrigerante) e utiliza-se o menor deles. Assim é possível seguir o fenômeno mais rápido de todo o problema.

#### 3.1.2.1 $\Delta t$ da Energia do Canal

Observando a eq.(2.7), pode-se tirar dela o operador diferencial linear  $L$  do lado esquerdo,

$$L = \rho^* c_p^* \frac{\partial}{\partial t^*} + \frac{D_0}{D_h} \text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^* \frac{\partial}{\partial z^*} + \frac{D_0^3}{AD_h} \text{Nu}_0 \int_{P_h^*} h^* dP^* \quad (3.1)$$

Percebe-se que somente o primeiro termo do lado direito contém o  $\Delta t$ , logo, basta comparar esse termo com os demais, da seguinte maneira,

$$\rho^* c_p^* \frac{1}{\Delta t^*} = \frac{D_0}{D_h} \text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^* \frac{1}{\Delta z^*}$$

$$\rho^* c_p^* \frac{1}{\Delta t^*} = \frac{D_0^3}{AD_h} \text{Nu}_0 \int_{P_h^*} h^* dP^*$$

Manipulando estas equações, chega-se ao valor de  $\Delta t$ ,

$$\Delta t^* = \frac{D_h}{D_0} \frac{\rho^* \Delta z^*}{\text{Pc}_0 \dot{m}^*} \quad (3.2)$$

$$\Delta t^* = \frac{AD_h}{D_0^3} \frac{\rho^* c_p^*}{\text{Nu}_0 \int_{P_h^*} h^* dP^*}$$

Na primeira observa-se que a escala de tempo é proporcional a  $l/u$ , onde  $l$  é o tamanho do elemento e  $u$  é a velocidade do fluido. A segunda escala de tempo está relacionada ao processo de transferência de calor lateral, do revestimento para o fluido numa certa quota.

Para cada elemento será adotado o menor valor calculado por umas dessas relações. Dentre eles, o elemento que apresentar o menor resultado será adotado como o menor  $\Delta t$  do canal, para satisfazer o critério de Courant para o fluido.

### 3.1.2.2 $\Delta t$ da Vareta Combustível

Para o cálculo do passo de tempo dos elementos da vareta foi utilizado a seguinte relação

$$\Delta t = \rho c_p \frac{l^2}{6k} \quad (3.3)$$

Como o elemento é um tetraedro muito pequeno, pode-se aproximar  $l$  da seguinte maneira

$$l = \sqrt[3]{V}$$

onde  $V$  é o volume do elemento.

Será adotado o menor valor calculado dentre os elementos que compõem a vareta combustível. Portanto, haverá dois valores de  $\Delta t$  mínimo, o dos elementos do canal refrigerante e o dos elementos da vareta combustível, será, então, adotado como o mínimo  $\Delta t$  o menor desses dois, para que se tenha o critério de Courant para ambos: fluido combustível e vareta refrigerante.

## 3.2 PROPRIEDADES FÍSICAS E CORRELAÇÕES TERMOHIDRÁULICAS

É necessário atribuir correlações para as propriedades físicas dependentes da temperatura, pois, no caso transiente, essas propriedades variam conforme a mudança da temperatura.

As correlações a serem implementadas são para:

- Condutividade térmica do combustível, do *gap* e do revestimento.

- Capacidade térmica do combustível, do *gap* e do revestimento.

As propriedades físicas (condutividade térmica, capacidade térmica e densidade) dos materiais como o combustível, o *gap* e o revestimento, são em função da temperatura,

$$k = k(T)$$

$$c = c(T)$$

$$\rho = \rho(T)$$

Neste trabalho se partirá do entendimento de que os componentes da vareta não sofrerão expansão térmica, ou seja, o volume desses materiais será constante. Sendo assim, a densidade terá os seguintes valores:

$$\rho_f = 10.963 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_g = 0,1785 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_c = 6.440 \text{ kg/m}^3$$

Os calores específicos (ou capacidades térmicas), a pressão e volume constantes são muito próximos nos sólidos, sujeitos estes a pequenas variações de volume frente às variações de temperatura. Portanto, ter-se-á como pressuposto que a capacidade térmica a pressão constante é igual à capacidade térmica a volume constante.

Cada material terá correlações específicas para suas propriedades. Essas correlações foram tiradas de fontes confiáveis, como, por exemplo, NUREG e IAEA, e constam no Apêndice D.

### 3.2.1 Propriedades do refrigerante

As propriedades físicas do refrigerante também são em função da temperatura. Para essas propriedades foram usadas algumas rotinas do código NBSNRCE (MOREIRA e BOTELHO, 1992), como, por exemplo, densidade em função da temperatura, calor específico em função da temperatura, etc.

### 3.2.2 Coeficiente de Transferência de Calor

Foi utilizada a correlação de Dittus-Boelter (TODREAS e KAZIMI, 2012, p. 567) para o coeficiente de transferência de calor.

$$\text{Nu} = 0,0023 \left( \frac{\dot{m} \cdot D_h}{\mu \cdot A} \right)^{0,8} \left( \frac{\mu \cdot c_{pa}}{k_a} \right)^{0,4} \quad (3.4)$$

onde  $\dot{m}$  e  $\mu$  são a vazão e a viscosidade do fluido refrigerante em  $kg/s$  e  $Pa \cdot s$ , respectivamente,  $D_h$  é o diâmetro hidráulico em  $m$ ,  $c_{pa}$  é o calor específico a pressão constante em  $J/kg \cdot ^\circ C$  e  $k_a$  é a condutividade térmica da água em  $W/m \cdot ^\circ C$ .

Substituindo o Número de Nusselt na equação de Dittus-Boelter, eq. (3.4), encontra-se a correlação para o coeficiente de transferência de calor:

$$h = 0,0023 \left( \frac{\dot{m} \cdot D_h}{\mu \cdot A} \right)^{0,8} \left( \frac{\mu \cdot c_{pa}}{k_a} \right)^{0,4} \frac{k_a}{D_h} \quad (3.5)$$

### 3.2.3 Transferência de calor no regime sub-resfriado

O regime da ebulição sub-resfriada abrange desde o início da ebulição até que a temperatura média (*bulk*) do fluido atinja a temperatura de saturação da água.

Neste regime a transferência de calor ocorre cada vez mais como uma contribuição da convecção.

O fluxo superficial de calor pode ser reescrito com a contribuição da ebulição sub-resfriada e da convecção forçada da fase líquida da seguinte maneira

$$q'' = h_c(T_w - T_b) + h_{NB}(T_w - T_{sat}) \quad (3.6)$$

onde  $h_c$  e  $h_{NB}$  são os coeficientes de transferência de calor por convecção e por ebulição nucleada, respectivamente.

Para esses coeficientes de transferência de calor, foram utilizadas as correlações de Chen (COLLIER, 1981, p. 216), as quais são compreendidas pela correlação de Dittus-Boelter modificada e pela correlação de Forster e Zuber apud Collier (1981, p.216) com um fator de supressão adicional

$$h_c = 0,0023 \left( \frac{\dot{m}(1-x)D_h}{\mu A} \right)^{0,8} \left( \frac{\mu \cdot c_{pa}}{k_a} \right)^{0,4} \frac{k_a}{D_h} F \quad (3.7)$$

$$h_{NB} = 0,00122 \left[ \frac{k_a^{0,79} c_{pa}^{0,45} \rho_a^{0,49}}{\sigma^{0,5} \mu^{0,29} h_{fg}^{0,24} \rho_g^{0,24}} \right] \Delta T_{sat}^{0,24} \Delta P^{0,75} S \quad (3.8)$$

onde:

$h_c \rightarrow$  condutividade térmica convectiva da água ( $W/m^2 \cdot C$ )

$h_{NB} \rightarrow$  condutividade térmica de ebulição nucleada convectiva da água ( $W/m^2 \cdot C$ )

$c_{pa} \rightarrow$  calor específico da água ( $J/kg \cdot C$ )

$\rho_a \rightarrow$  densidade de líquido ( $kg/m^3$ )

$\rho_g \rightarrow$  densidade de vapor ( $kg/m^3$ )

$\sigma \rightarrow$  tensão superficial ( $N/m^2$ )

$h_{fg}$  → calor latente de vaporização ( J/kg )

$\Delta T_{sat}$  → (  $T_w - T_{sat}$  )

$\Delta P$  → (  $P(T_w) - P(T_{sat})$  )

O fator  $S$  é dado por

$$S = \frac{1}{1 + 2.53 \cdot 10^{-3} \text{Re}^{1.17}} \quad (3.9)$$

onde o Número de Reynolds nesta equação é

$$\text{Re} = \text{Re}_l F^{1.25} \quad \text{e} \quad \text{Re}_l \equiv \frac{G(1-x)D_h}{\mu_l} \quad (3.10)$$

e  $F$  é

$$F = \left( \frac{\text{Re}_{TP}}{\text{Re}_l} \right)^{0.8} \quad (3.11)$$

O título é dado por Collier (1981, p. 190), onde

$$x = x_l - x_e e^{\frac{x_l - 1}{x_e}} \quad (3.12)$$

e

$$x_l = \frac{h_l - h_f}{h_{fg}} \quad (3.13)$$

$$x_e = - \frac{c_{pa}(T_{sat} - T_b)}{h_{fg}} \quad (3.14)$$

### 3.2.4 Fluxo Crítico de Calor e DNBR

A correlação para o fluxo crítico de calor implementada no programa é a correlação da Westinhouse, ou correlação W-3, desenvolvida por Tong apud Todreas (2012, p. 787),

$$\begin{aligned}
 q''_{cr,u} = & \left\{ (2,022 - 0,06238 P) + (0,1722 - 0,01427 P) e^{[(18,177 - 0,5987 P)x]} \right\} \\
 & \times \left[ (0,1484 - 1,596x + 0,1729x|x|) 2,326G + 3271 \right] [1,157 - 0,869x] \\
 & \times \left[ 0,2664 + 0,8357 e^{(-124,1D_h)} \right] [0,8258 + 0,0003413(h_f - h_{in})]
 \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde:

$q''_{cr,u}$  → fluxo crítico de calor uniforme ( $kW/m^2$ )

$p$  → pressão do sistema ( $MPa$ )

$x$  → título, eq. (3.12)

$G$  → vazão mássica ( $kg/m^2s$ )

$D_e$  → diâmetro hidráulico ( $m$ )

$h_f$  → entalpia de saturação do líquido ( $kJ/kg$ )

$h_i$  → entalpia de entrada no canal ( $kJ/kg$ )

Para se obter o fluxo crítico de calor não-uniforme divide-se  $q''_{cr,u}$  por um fator  $F$ , resultando em

$$q''_{cr,n} = \frac{q''_{cr,u}}{F} \quad (3.16)$$

O fator  $F$  foi proposto por Lin et. al. apud Todreas (2012, p.788), sua relação é

$$F = \frac{C \int_0^Z q''(Z') \exp[-C(Z - Z')] dZ'}{q''(Z) [1 - \exp(-CZ)]} \quad (3.17)$$

em que  $C$  é um coeficiente experimental que descreve a eficácia da transferência de calor e massa na interface camada-de-bolhas / líquido-sub-resfriado.

$$C = 185,6 \frac{(1 - x_{eZ})^{4,31}}{G^{0,478}} \quad (3.18)$$

Nesta relação  $x_{eZ}$  é o título no ponto  $Z$  de interesse, eq. (3.14).

O DNBR (*Departure from Nuclear Boiling Ratio*) é calculado em cada ponto da face externa do revestimento. Por definição o DNBR é

$$DNBR = \frac{q''_{cr}}{q''} \quad (3.19)$$

O fluxo superficial de calor  $q''$  é calculado nos elementos finitos que fazem parte da superfície do revestimento pela seguinte relação

$$q'' = -k\nabla T \quad (3.20)$$

## 4 IMPLEMENTAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL

Com vistas à implementação do código foi utilizado um microcomputador com processador Intel Core I5 de 2,8 GHz, com memória RAM de 6,0 GB e sistema operacional Microsoft Windows 7 de 64 Bits.

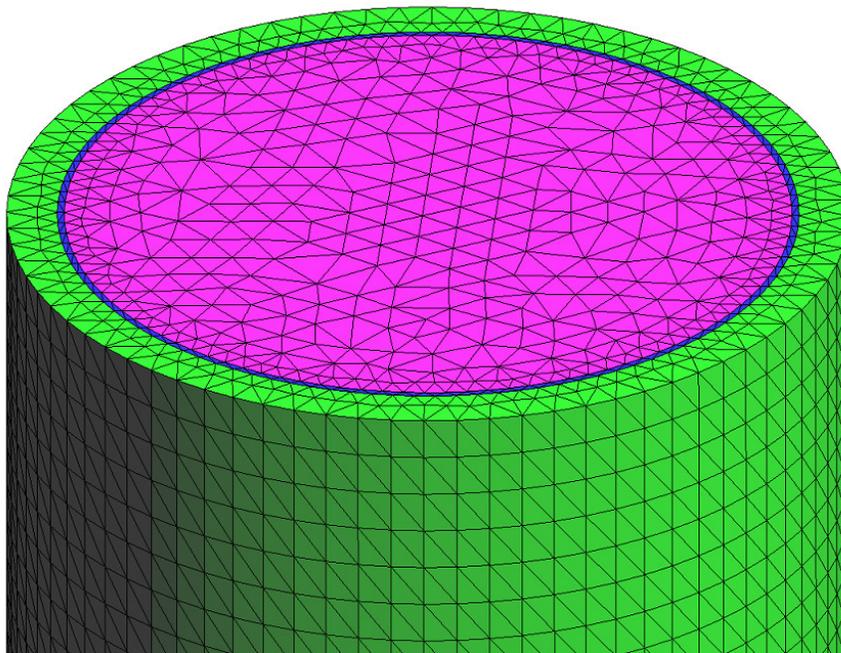
A modelagem computacional consiste em três fases:

- **Pré-processamento:** fase em que se cria geometrias e malhas, aplica-se as condições iniciais e de contorno e geram-se arquivos contendo todos esses dados.
- **Processamento:** fase na qual o arquivo gerado é lido por um programa, são feitos os cálculos e os resultados são guardados em arquivos.
- **Pós-processamento:** última fase da modelagem, em que os arquivos contendo os resultados são lidos. Faz-se, então, perfis de temperatura, gráficos, animações, etc., o que for necessário para a análise dos resultados.

### 4.1 PRÉ-PROCESSAMENTO

Na fase do pré-processamento utilizou-se o software *GiD* para fazer a geometria da vareta. Como as equações estão adimensionalizadas, a geometria foi criada também dessa forma, com vistas a não proporcionar um maior custo computacional, evitando, assim a adimensionalização pelo programa. As dimensões da vareta são, então, 1 para o diâmetro e 385 para a altura, ou seja, a altura da vareta com as dimensões em metros equivale a 385 vezes seu diâmetro. A Figura 7 ilustra parte da geometria da vareta combustível com o combustível concêntrico ao revestimento. Observa-se na face externa do revestimento que foi feito uma malha

simétrica para representar as quotas que serão utilizadas para fazer a ligação com o canal refrigerante.



**Figura 7:** Geometria de uma vareta combustível.

Nesse software é possível customizar o ambiente para qualquer tipo de situação. Foi então preparado um ambiente customizado para este trabalho. Após isso foi possível impor as condições iniciais e de contorno, os tipos de materiais (combustível, *gap* e revestimento) e suas propriedades e, além disso, foi gerada a malha de elementos finitos utilizando elementos tetraédricos.

Para aplicar as condições, os tipos de materiais e suas propriedades, foram criados os arquivos 'Fuel\_Rod\_3D.cnd', 'Fuel\_Rod\_3D.mat', 'Fuel\_Rod\_3D.prb', 'Fuel\_Rod\_3D.bas' e 'Fuel\_Rod\_3D-1.bas'. Tais arquivos são de configuração do tipo de problema e são escritos numa linguagem de programação própria do *GiD*. A Tabela 3 detalha a função de cada arquivo.

Após definir condições, os tipos de materiais e os dados do problema, define-se o tipo de elemento (neste trabalho foi utilizado o elemento do tipo tetraedro) e a discretização estruturada na face externa da vareta combustível e

gera-se a malha de elementos finitos. Posteriormente, são gerados os arquivos de dados '<nome\_do\_projeto>.dat' e '<nome\_do\_projeto>-1.dat'.

**Tabela 3:** Arquivos de configuração de problemas no GiD.

Arquivo	Descrição	Detalhamento
<b>Fuel_Rod_3D.cnd</b>	Condições	Especifica a face de contato da vareta combustível com o refrigerante e aplica a temperatura inicial de cada componente ou da vareta como um todo.
<b>Fuel_Rod_3D.mat</b>	Materiais	Especifica, nas três geometrias, qual é o combustível, o <i>gap</i> e o revestimento.
<b>Fuel_Rod_3D.prb</b>	Dados do Problema	Aplica dados como um título para o problema, a geração de calor máxima, a temperatura do refrigerante na entrada do canal, o diâmetro externo da vareta, a vazão mássica, dentre outros.  A Figura 8 mostra as informações solicitadas por este arquivo.
<b>Fuel_Rod_3D.bas</b>	Arquivo de dados	São as configurações do <i>layout</i> do arquivo de dados, onde conterà as informações colocadas no arquivo 'Fuel_Rod_3D.prb', os dados da malha de elementos finitos, as coordenadas dos nós, as condições (com exceção da temperatura inicial da vareta) e os tipos de materiais. O arquivo gerado tem a extensão '.dat'.
<b>Fuel_Rod_3D-1.bas</b>	Arquivo de dados	Configurações do <i>layout</i> do arquivo de dados contendo apenas a temperatura inicial da vareta combustível ou de seus componentes. O arquivo gerado tem a extensão '.dat'.

Titulo:		Validacao01	
Geração de calor max.:	588.9017	→	$Q_{max}$ ( $MW/m^3$ )
Temp. de entrada no canal:	286.0	→	$T_{in}$ ( $^{\circ}C$ )
Temp. inicial do canal:	286.0	→	$T_{0, canal}$ ( $^{\circ}C$ )
Pressao do refrigerante:	15.5	→	$P$ (MPa)
Diâmetro do combustivel:	8.2	→	$D_f$ (mm)
Diâmetro int. do revest.:	8.36	→	$D_g$ (mm)
Diâmetro ext. do revest.:	9.5	→	$D_{cl}$ (mm)
Altura da vareta:	3.66	→	$H$ (m)
Altura da geometria:	5	→	$H_{geo}$ ( $D_0$ )
Passo, ou pitch:	12.6	→	$p$ (mm)
Vazão mássica:	0.341	→	$\dot{m}_0$ (kg/s)
Numero de div. do canal:	100	→	$me$ (adim.)
Numero de div. do perimetro:	80	→	$me_{per}$ (adim.)

**Figura 8:** Janela do *GiD* onde são aplicados os dados do problema.

## 4.2 PROCESSAMENTO

O programa “Fuel\_Rod\_3D” foi desenvolvido em linguagem Fortran com base no código “heat\_tranfer\_3d\_cg” (SAMPAIO, 2007), o qual serve para estudos genéricos de transferência de calor em regime estacionário. Tendo em vista o escopo do presente trabalho, não obstante o código “heat\_tranfer\_3d\_cg” tenha sido utilizado inicialmente como base, foi necessária a inserção de diversas rotinas, as quais possuem as propriedades físicas e correlações termo-hidráulicas tratadas no capítulo 0. Ademais, foram implementadas, além destas, as rotinas para se obter o  $\Delta t$  mínimo, dentre outras. Apenas ressalta-se que algumas das rotinas pré-existentes foram modificadas para possibilitar o estudo em regime transiente ou até mesmo foram excluídas por não terem utilidade no programa “Fuel\_Rod\_3D”.

Foi usado, em conjunto, algumas rotinas do código NBSNRCE (MOREIRA e BOTELHO, 1992) para cálculos de algumas propriedades da água, como a densidade, a condutividade térmica e o calor específico em função da temperatura, por exemplo.

No que diz respeito ao funcionamento do processamento, primeiramente o programa “Fuel\_Rod\_3D” lê o arquivo ‘fuel\_3d.dat’. Este arquivo é editado manualmente e configurado de acordo com o que se deseja como ilustra a Figura 9 e como está explicado na Tabela 4.

```

CONFIGURACOES:

Numero de evolucoes -----> 100000
Step para animacoes -----> 100
Props. constantes da VC (sim=1) -> 0
Fluxo de calor em z (sim=1) -----> 1
Tempo de analise (segundos) -----> 0.0
Tolerancia do CG -----> 1.0e-5
Nome do projeto -----> Validacao01
Diretorio do projeto -----> D:\Mestrado\Tese\GiD\

-----
PROPRIEDADES CONSTANTES (somente se forem ativadas):

Condutividade do UO2 (W/m.oC) -----> 3.5089
Condutividade do revestimento (W/m.oC) -----> 15.756
Calor especifico do UO2 (J/kg.oC) -----> 312.623
Calor especifico do gap (J/kg.oC) -----> 3115.46
Calor especifico do revestimento (J/kg.oC) -> 317.051
Densidade da agua (kg/m3) -----> 712.823
Calor especifico da agua (J/kg.oC) -----> 5705.11
Condutancia do gap (kW/m2.oC) -----> 3.489
Coef. de transferencia de calor (kW/m2.oC) -> 38.871

```

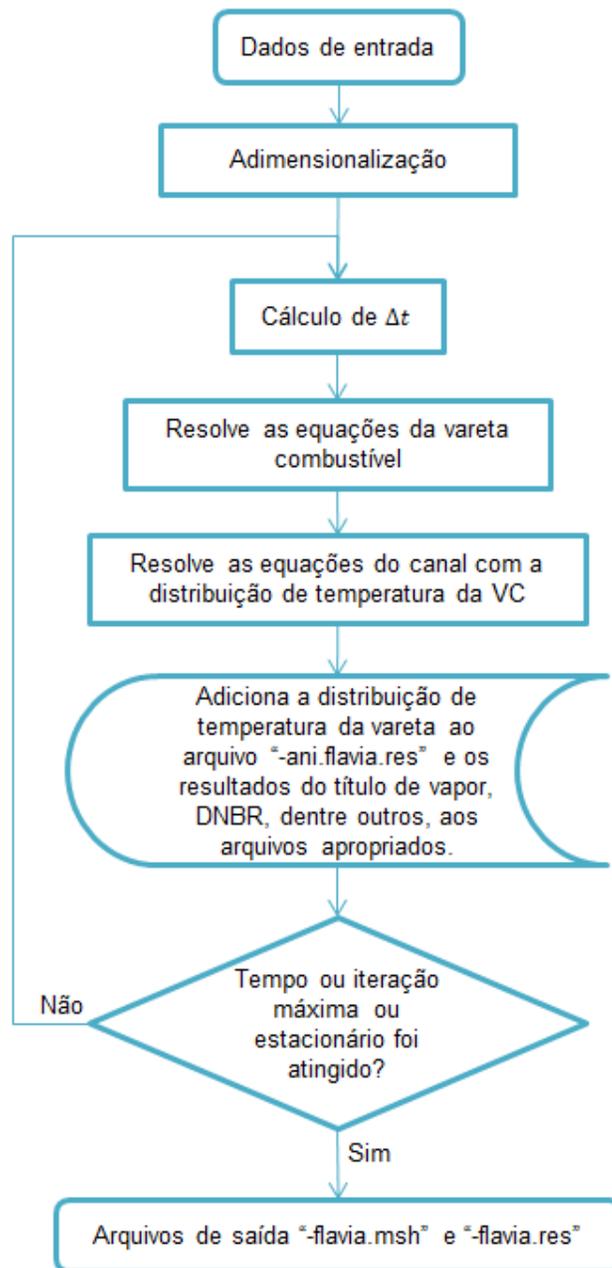
**Figura 9:** Arquivo de dados ‘fuel\_3d.dat’.

**Tabela 4:** Configuração do arquivo de dados 'fuel\_3d.dat'.

<b>Número de evoluções</b>	Número máximo de iterações
<b>Step para animações</b>	Significa que a cada x iterações será gravado no arquivo de resultados de animações o resultado atual das temperaturas da vareta
<b>Porps. Constantes da VC (sim=1)</b>	Se igual a 1, serão usadas as propriedades constantes, independentes da temperatura
<b>Fluxo de calor em z (sim=1)</b>	Se igual a 1, o problema será tratado com fluxo axial de calor
<b>Desligamento do Reator? (sim=1)</b>	Se igual a 1, ativa as equações apropriadas que simulam o desligamento do reator após a simulação atingir o estacionário
<b>Tempo de análise (segundos)</b>	Se diferente de 0.0, a simulação terminará quando o tempo atingir o especificado
<b>Tolerância do CG</b>	Tolerância para a convergência do gradiente conjugado
<b>Nome do projeto</b>	Nome do projeto que se deseja analisar
<b>Diretório do projeto</b>	Caminho da pasta onde o projeto se encontra
<b>PROPRIEDADES CONSTANTES (somente se forem ativadas)</b>	Propriedades dos materiais caso se queira tratá-las como constantes

#### 4.2.1 Fluxograma

A Figura 10 ilustra o fluxograma do programa.



**Figura 10:** Fluxograma do programa.

Após a leitura do arquivo 'fuel\_3d.dat', o programa lê o arquivo de dados '<nome\_do\_projeto>.dat' e '<nome\_do\_projeto>-1.dat', armazenando todos os dados necessários e adimensionalizando o que for pertinente. A partir disso, começa a contar a primeira iteração temporal adimensional. O programa resolve primeiramente o sistema de equações da vareta combustível pelo Método do Gradiente Conjugado e, em seguida resolve o sistema de equações do canal

refrigerante pelo Método de Decomposição LU. Por fim, adiciona os resultados desta iteração aos arquivos desejados. Neste ponto termina-se a primeira iteração temporal adimensional. O programa continua repetindo esse procedimento até que atinja o estacionário; ou o tempo estabelecido nos dados do problema; ou o número máximo de iterações; ou quando a temperatura máxima do combustível atinge 2500 °C ; ou quando o DNBR atinge 1,3, conforme desejado; ou quando a temperatura média do refrigerante atinge a temperatura de saturação da água.

### 4.3 PÓS-PROCESSAMENTO

Nesta fase utilizou-se o software *GiD* e o *gnuplot* para construção de gráficos e perfis de temperatura, possibilitando a análise dos resultados.

No *GiD*, na tela de pós-processamento, são abertos os arquivos “<nome\_do\_projeto>.flavia.res’ e “<nome\_do\_projeto>-ani.flavia.res’. É possível, então, ver os perfis de temperatura, as linhas de isotermas, etc., da vareta combustível. Pode-se, também, gerar gráficos bidimensionais com perfis de temperatura.

Os demais dados foram analisados no *gnuplot*, onde é possível a construção de gráficos através de dados gravados em arquivos (‘Tc\_evol.dat’, por exemplo).

## 5 VERIFICAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL

Para se utilizar o programa “Fuel\_Rod\_3D” se faz necessária, primeiramente, verificar os resultados fornecidos pelo código computacional. Esta verificação tem como objetivo comprovar a adequação da metodologia empregada em relação à solução analítica por meio dos respectivos desvios relativos percentuais. Contudo, para tal, é adequado que se trate as temperaturas em unidades absolutas (Kelvin) para o cálculo desses desvios.

### 5.1 SOLUÇÃO ANALÍTICA

Para verificar o código foi utilizado o exemplo 13-2 do livro Nuclear Systems I (TODREAS e KAZIMI, 1990) mantendo as mesmas propriedades físicas (propriedades constantes), dimensões da vareta e com o combustível concêntrico ao revestimento. Somente a densidade e o calor específico da água não foram tratados como constantes, uma vez que esses dados não estão disponíveis no exemplo. Assim, para estas propriedades foram utilizadas rotinas apropriadas do código NBSNRCE. Já para as capacidades térmicas dos componentes da vareta foram utilizadas as correlações apropriadas também por não haver os valores constantes no exemplo.

A distribuição da geração de calor no combustível é a mesma fornecida no exemplo, de forma que a densidade de potência assume comportamento axial dado pela eq. (5.1)

$$\frac{q'''(z)}{q'''_{\max}} = \cos\left[\frac{\pi}{H}\left(z - \frac{H}{2}\right)\right] \quad (5.1)$$

onde  $H$  é a altura da vareta e  $z$  é a posição axial media a partir do início do canal.

Tendo em vista que a solução analítica do exemplo não considera o fluxo axial de calor na vareta combustível, este foi desprezado na simulação, o que exigiu tratar as equações da vareta como se seus materiais fossem anisotrópicos, ou seja, separando a condutividade  $k^*$  em  $k_x^*$ ,  $k_y^*$  e  $k_z^*$ , e fazendo  $k_z^* = 0$  e  $k_x^* = k_y^* = k$ .

A Tabela 5 contém os dados do exemplo e suas respectivas condições iniciais.

**Tabela 5:** Dados iniciais do exemplo 13-2 do livro Nuclear Systems I.

Dados	Valor
Taxa de geração de calor volumétrica $q'''$ ( $MW/m^3$ )	588,9
Temperatura do refrigerante na entrada do canal ( $^{\circ}C$ )	286,0
Temperatura inicial do refrigerante ( $^{\circ}C$ )	286,0
Temperatura inicial da vareta ( $^{\circ}C$ )	286,0
Pressão do refrigerante ( $MPa$ )	15,5
Vazão mássica do canal ( $kg/s$ )	0,341
Diâmetro da pastilha combustível ( $mm$ )	8,2
Diâmetro interno do revestimento ( $mm$ )	8,36
Diâmetro externo do revestimento ( $mm$ )	9,5
Comprimento ativo ( $m$ )	3,66
Passo ( $mm$ )	12,6
Condutividade térmica do combustível ( $W/m.^{\circ}C$ )	2,163
Condutividade térmica do <i>gap</i> ( $W/m.^{\circ}C$ )	0,456
Condutividade térmica do revestimento ( $W/m.^{\circ}C$ )	13,85
Coeficiente de transferência de calor ( $W/m^2.^{\circ}C$ )	34000

Para que os resultados fossem comparados foram utilizadas diversas malhas, pois em todas elas os resultados devem ser iguais ou muito próximos entre si e com a solução analítica. A Tabela 6 mostra o número de elementos do canal refrigerante e da vareta combustível dessas malhas.

**Tabela 6:** Número de elementos das malhas geradas.

<b>Malha</b>	<b>Número de divisões do canal</b>	<b>Número de elementos da vareta</b>
<b>1.1</b>	100	409.460
<b>1.2</b>	100	766.050
<b>2.1</b>	200	430.208
<b>2.2</b>	200	838.078
<b>3.1</b>	300	467.634
<b>3.2</b>	300	865.720
<b>4</b>	400	601.778
<b>5</b>	500	638.887

A Tabela 7 mostra a temperatura máxima do combustível e do refrigerante na saída do canal. Nota-se que todas as malhas possuem valores muito próximos após o término da simulação.

Percebe-se que as temperaturas máximas do combustível estão muito próximas, havendo um máximo desvio relativo percentual de 0,16%. Pela solução analítica essa temperatura é de  $1735,3 \text{ }^{\circ}\text{C}$ , sendo de 0,008% o desvio relativo percentual entre essa e a média aritmética dos valores encontrados pelas simulações ( $1735,9^{\circ}\text{C}$ ). Quanto à temperatura do refrigerante, não houve diferenças entre as simulações, sendo o desvio relativo entre esse valor ( $323,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ) e o da solução analítica ( $324 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ) de 0,008%.

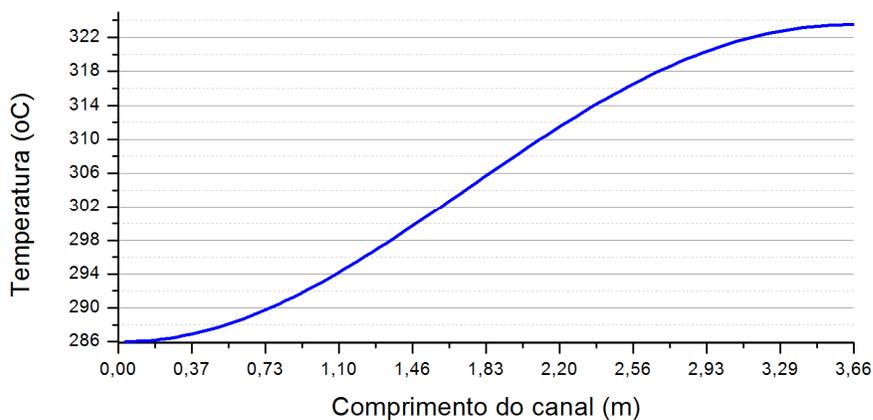
Como os resultados das simulações foram aproximados com a solução analítica, foi escolhida a malha 1.1 para se obter os gráficos da distribuição de temperatura ao longo do canal refrigerante; nas faces externa e interna do

revestimento e no centro da pastilha combustível, ao longo do comprimento da vareta; e numa seção transversal da vareta.

**Tabela 7:** Dados das simulações.

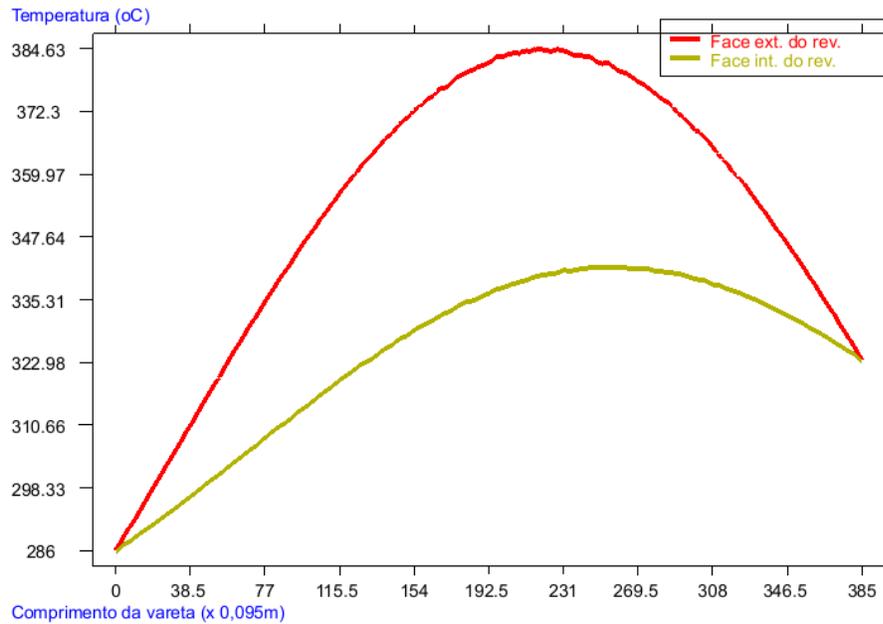
Malha	Temp. na saída do canal (°C)	Temp. máxima do combustível (°C)
1.1	323,5	1737,7
1.2	323,5	1736,7
2.1	323,5	1735,7
2.2	323,5	1735,7
3.1	323,5	1736,4
3.2	323,5	1735,7
4	323,5	1734,7
5	323,5	1734,4
<b>Solução analítica</b>	324,0	1735,3

A Figura 11 apresenta a distribuição de temperatura ao longo do canal refrigerante.

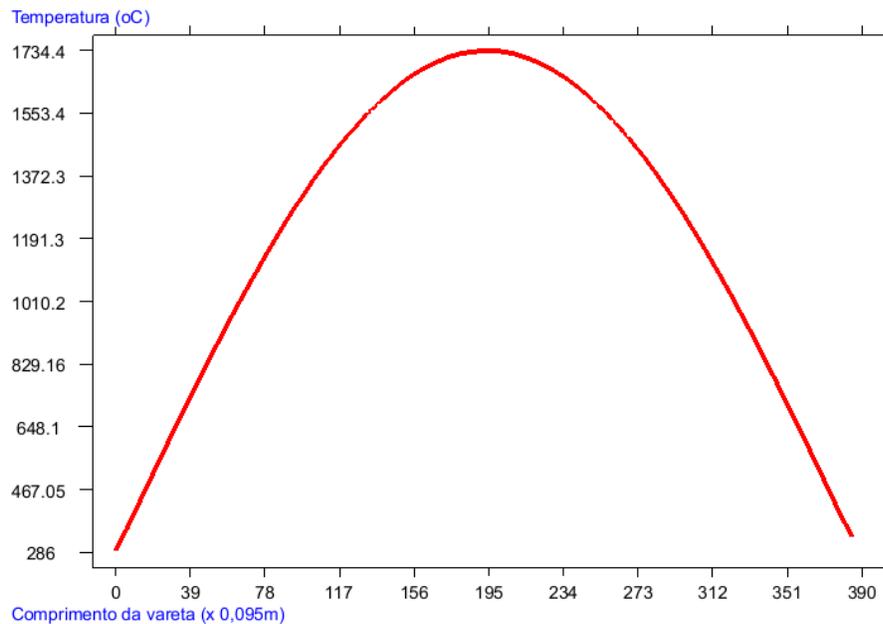


**Figura 11:** Distribuição de temperatura ao longo do canal refrigerante.

A Figura 12 e a Figura 13 ilustram a distribuição de temperatura ao longo do comprimento da vareta, nas faces externa e interna do revestimento e no centro da pastilha combustível.



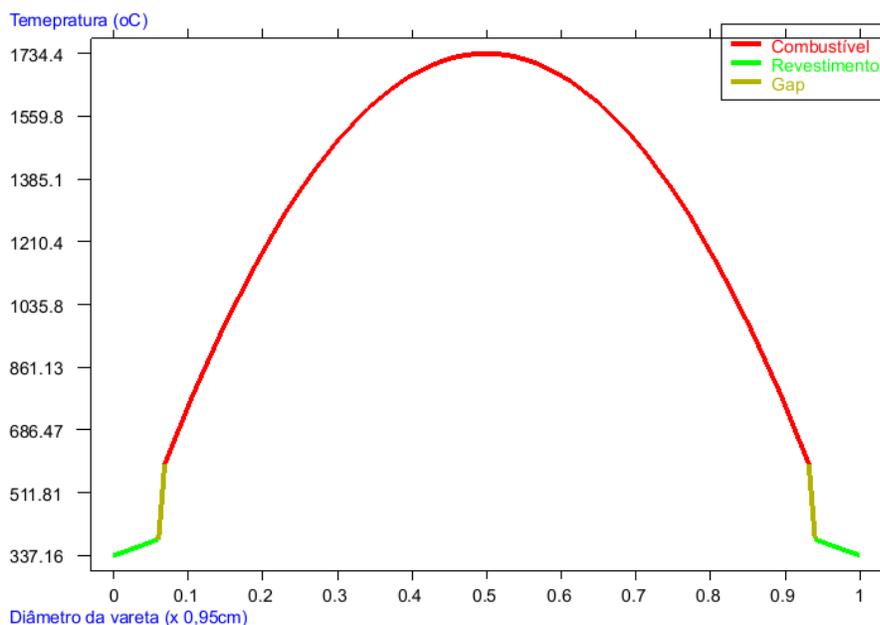
**Figura 12:** Distribuição da temperatura do revestimento ao longo do comprimento da vareta combustível.



**Figura 13:** Distribuição da temperatura central do combustível ao longo do comprimento da vareta combustível.

Na Figura 13 o ponto onde ocorre a temperatura máxima do combustível é 1864 *mm*, enquanto na solução analítica é 1855 *mm*, sendo o desvio relativo percentual de 0,48%.

A Figura 14 ilustra a distribuição de temperatura de uma seção transversal da vareta a 1864 *mm* do início do canal. Verifica-se que a temperatura máxima ocorre no centro geométrico do combustível.



**Figura 14:** Distribuição de temperatura ao longo do diâmetro da vareta.

Em todas as curvas pode-se notar a adequação com valores esperados. Esta verificação apresenta excelentes resultados com relação à solução analítica.

## 5.2 VERIFICAÇÃO DA SOLUÇÃO TEMPORAL

Nesta seção será feita a verificação da solução temporal das mesmas simulações feitas na seção anterior, pelo fato do programa ser transiente.

Na Tabela 8 é apresentado o  $\Delta t$  médio de cada simulação bem como o tempo computacional.

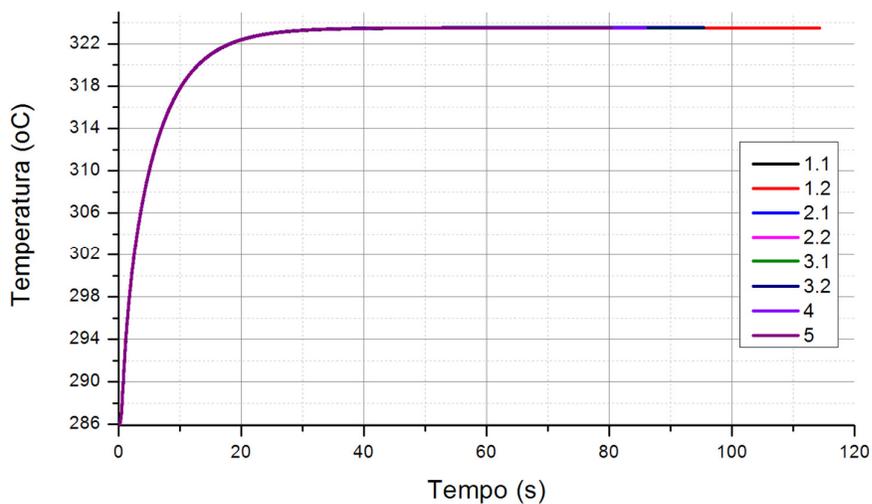
**Tabela 8:**  $\Delta t$  médio das simulações e tempo de computacional.

<b>Malha</b>	<b><math>\Delta t</math> médio de cada iteração</b>	<b>Tempo total de simulação (horas)</b>
<b>1.1</b>	0,005717 <i>s</i>	5
<b>1.2</b>	0,005716 <i>s</i>	9
<b>2.1</b>	0,002864 <i>s</i>	9
<b>2.2</b>	0,002864 <i>s</i>	17
<b>3.1</b>	0,001908 <i>s</i>	20
<b>3.2</b>	0,001908 <i>s</i>	36
<b>4</b>	0,001432 <i>s</i>	55
<b>5</b>	0,001146 <i>s</i>	82

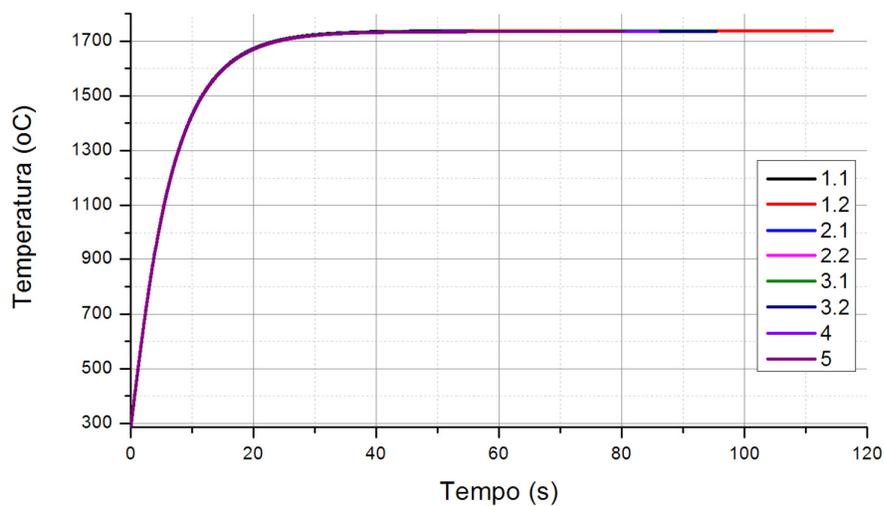
Observa-se que cada malha tem seu refinamento temporal e, este refinamento está diretamente ligado ao refinamento espacial, como pode ser observado. Em outras palavras, quanto maior for o refinamento espacial, maior será o refinamento temporal e, conseqüentemente, maior será o tempo computacional.

A Figura 15 ilustra a comparação da evolução temporal da temperatura do refrigerante na saída do canal nas simulações. Observa-se que o tempo com que a temperatura varia é o mesmo nas diferentes malhas. Isso também evidencia o bom comportamento do código, visto que o tempo de variação da temperatura não pode depender da malha.

A Figura 16 exibe uma comparação da evolução temporal da temperatura máxima do combustível. Novamente observa-se que o tempo para o qual a temperatura muda é o mesmo em todas as simulações.



**Figura 15:** Evolução temporal da temperatura do refrigerante na saída do canal.



**Figura 16:** Evolução temporal da temperatura máxima do combustível.

De posse desses dados, e dos dados da seção anterior, fica evidente que a melhor malha a ser escolhida é a 1.1. Essa escolha foi tomada em função do menor custo computacional e do fato que todas elas apresentaram resultados análogos.

### 5.3 CONDIÇÕES INICIAIS DIFERENTES

É importante testar o mesmo problema com as condições iniciais diferentes, pois, independente da condição inicial, a distribuição de temperatura na vareta e no canal deverá ser o mesmo quando a simulação atingir o estacionário. É o que mostra a Tabela 9 para a temperatura máxima do combustível e do refrigerante na saída do canal.

**Tabela 9:** Resultados das simulações.

Condições iniciais	Temp. na saída do canal ( $^{\circ}\text{C}$ )	Temp. máxima do combustível ( $^{\circ}\text{C}$ )
Seção 0	323,5	1738,0
Tabela 10	323,5	1738,0

A curva em vermelho foi obtida com os mesmo dados da seção 0. Já a curva em preto foi obtida de uma simulação cujas condições iniciais constam na Tabela 10.

**Tabela 10:** Condições iniciais da nova simulação.

Dados	Valor
Taxa de geração de calor volumétrica $q'''$ ( $\text{MW}/\text{m}^3$ )	588,9
Temperatura do refrigerante na entrada do canal ( $^{\circ}\text{C}$ )	286,0
Temperatura inicial do refrigerante ( $^{\circ}\text{C}$ )	286,0
Temperatura inicial do $\text{UO}_2$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	1000,0
Temperatura inicial do <i>gap</i> ( $^{\circ}\text{C}$ )	500,0
Temperatura inicial do revestimento ( $^{\circ}\text{C}$ )	300,0
Pressão do refrigerante ( $\text{MPa}$ )	15,5
Vazão mássica do canal ( $\text{kg}/\text{s}$ )	0,341

Observa-se que ambas as curvas atingiram a mesma temperatura no estacionário, independentemente das condições iniciais.

## 5.4 FLUXO AXIAL DE CALOR

É costumeiro desprezar o fluxo axial de calor em soluções analíticas, admitindo que este é pequeno comparado ao fluxo radial de calor. Porém, é importante saber se este fluxo pode realmente ser desconsiderado ou não, pois os resultados da solução analítica podem perder credibilidade dependendo da ordem de grandeza entre eles. Por isso, nesta seção, será considerado o mesmo problema da seção 5.1, porém considerando o fluxo axial de calor. Para isso basta fazer

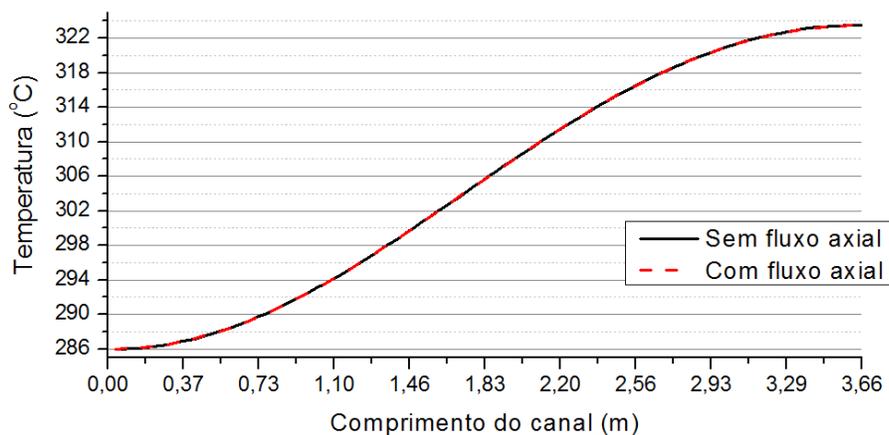
$$k_x^* = k_y^* = k_z^* = k$$

A Tabela 11 mostra a temperatura máxima do combustível e do refrigerante na saída do canal.

**Tabela 11:** Dados das simulações.

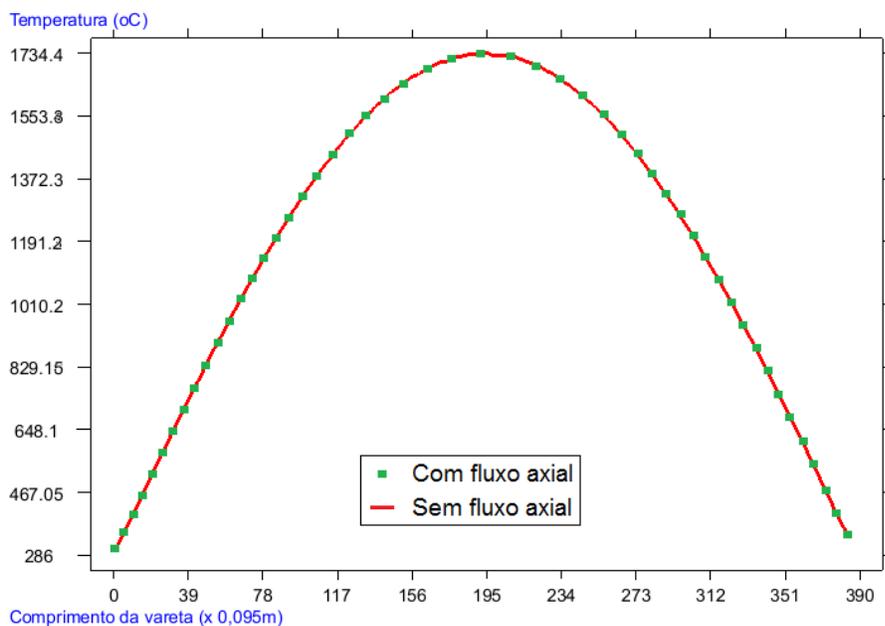
Temp. na saída do canal (°C)	Temp. máxima do combustível (°C)
323,5	1737,7
323,5	1737,7

A Figura 17 apresenta a distribuição de temperatura ao longo do canal refrigerante. Nota-se a sobreposição das curvas, indicando que a distribuição de temperatura independe do fluxo axial.



**Figura 17:** Distribuição de temperatura ao longo do canal refrigerante com e sem fluxo axial de calor.

A Figura 18 ilustra a distribuição de temperatura axial no centro do combustível. O ponto onde ocorre a temperatura máxima do combustível é 1864 *mm* que é o mesmo valor encontrado na simulação sem fluxo axial de calor realizado na seção0.



**Figura 18:** Distribuição da temperatura central do combustível ao longo do comprimento da vareta combustível das simulações com e sem fluxo axial de calor.

Como se pode ver, o fluxo axial de calor não interfere nas distribuições de calor na vareta combustível e no canal refrigerante.

## 6 ESTUDOS DE CASO E APLICAÇÕES / ANÁLISE DOS RESULTADOS NUMÉRICOS

### 6.1 PROPRIEDADES CONSTANTES VS. PROPRIEDADES DEPENDENTES DA TEMPERATURA

Nesta seção será empregado o mesmo problema adotado na etapa de verificação considerando o fluxo axial de calor. Contudo, é necessário estabelecer propriedades físicas constantes cujas procedências sejam intrínsecas às das propriedades dependentes da temperatura, ou seja, ambas as propriedades devem ser originárias das mesmas correlações matemáticas. Dessa maneira, garante-se que as possíveis discordâncias de resultados são devidas a tais propriedades físicas, não sendo provenientes de divergências entre diferentes correlações.

Considerando as propriedades físicas dependentes da temperatura as propriedades constantes devem ser fundamentadas nas propriedades dependentes. O procedimento para obter essas últimas é descrito a seguir: (1) executa-se a simulação com as propriedades dependentes da temperatura; (2) em seguida, para as propriedades físicas da água e de cada componente da vareta, efetua-se o somatório de seu respectivo valor sobre todos os elementos daquele material; (3) finalmente, a razão entre esse somatório e o número de elementos considerados será definida como o valor constante da propriedade física em questão, conforme as seguintes equações:

$$\bar{k} = \frac{\sum_{i=1}^{N_e} k_i^e}{N_e} \equiv k_{cte} \quad \bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^{N_e} c_i^e}{N_e} \equiv c_{cte}$$

$$\bar{h} = \frac{\sum_{i=1}^{N_e} h_i^e}{N_e} \equiv h_{cte} \quad \bar{\rho}_{\text{água}} = \frac{\sum_{i=1}^{N_e} \rho_i^e}{N_e} \equiv \rho_{cte}$$

Da Tabela 12 constam os valores resultantes das equações anteriores. De posse desses dados procedeu-se à próxima simulação tomando-os como propriedades físicas constantes. Em seguida, confrontam-se os resultados obtidos com aqueles provenientes da simulação feita na etapa (1).

**Tabela 12:** Valor médio das propriedades térmicas pelas propriedades dependentes da temperatura.

Propriedades		Valor
UO <sub>2</sub>	Condutividade térmica ( $W/m.^{\circ}C$ )	3,509
	Calor específico ( $J/kg.^{\circ}C$ )	312,62
Gap	Condutividade térmica ( $W/m.^{\circ}C$ )	0,279
	Calor específico ( $J/kg.^{\circ}C$ )	3115,46
Revesti- mento	Condutividade térmica ( $W/m.^{\circ}C$ )	15,756
	Calor específico ( $J/kg.^{\circ}C$ )	317,05
Água	Calor específico ( $J/kg.^{\circ}C$ )	5705,11
	Densidade ( $kg/m^3$ )	712,82
	Coeficiente de transferência de calor ( $W/m^2.^{\circ}C$ )	38871,62

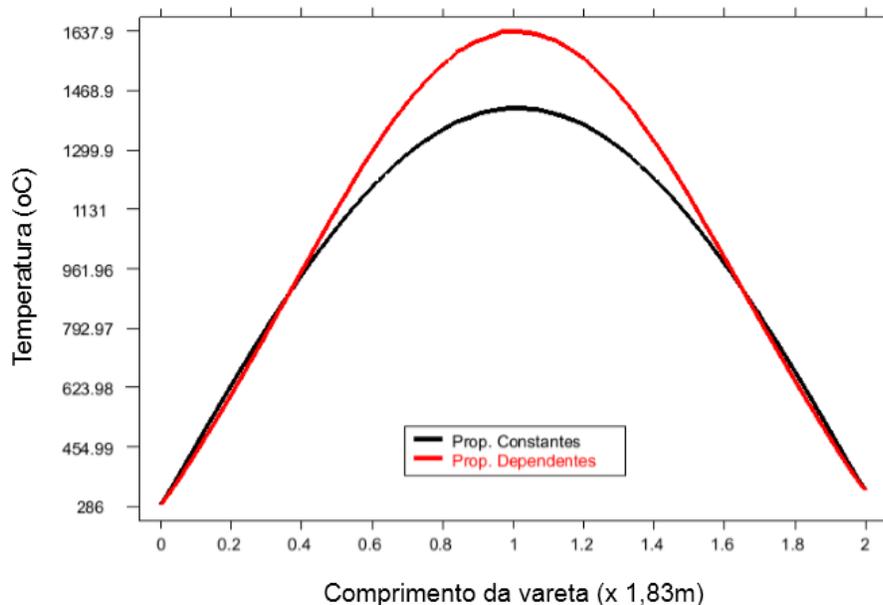
A Tabela 13 mostra a temperatura máxima do combustível e do refrigerante na saída do canal.

**Tabela 13:** Dados das simulações.

	Temp. na saída do canal ( $^{\circ}C$ )	Temp. máxima do combustível ( $^{\circ}C$ )
<b>Propriedades dependentes</b>	323,5	1737,7
<b>Propriedades constantes</b>	323,5	1420,3

Quanto à temperatura do refrigerante na saída do canal, nota-se que ambos possuem, o mesmo valor de temperatura, afinal, as propriedades físicas não alteram geração de calor e a quantidade de energia térmica absorvida pela água permanece aproximadamente constante. Por outro lado, essas alterações nas propriedades implicam a taxa de transferência de calor, sendo a temperatura do combustível diretamente dependente delas, como demonstrado na mesma tabela. Observa-se que a temperatura máxima do combustível é maior para o caso dependente, sugerindo que este, no geral, apresenta menor taxa de transferência de calor. A diferença entre as duas curvas é de  $317,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , de modo que as propriedades constantes fornecem um valor subestimado para a temperatura máxima do combustível.

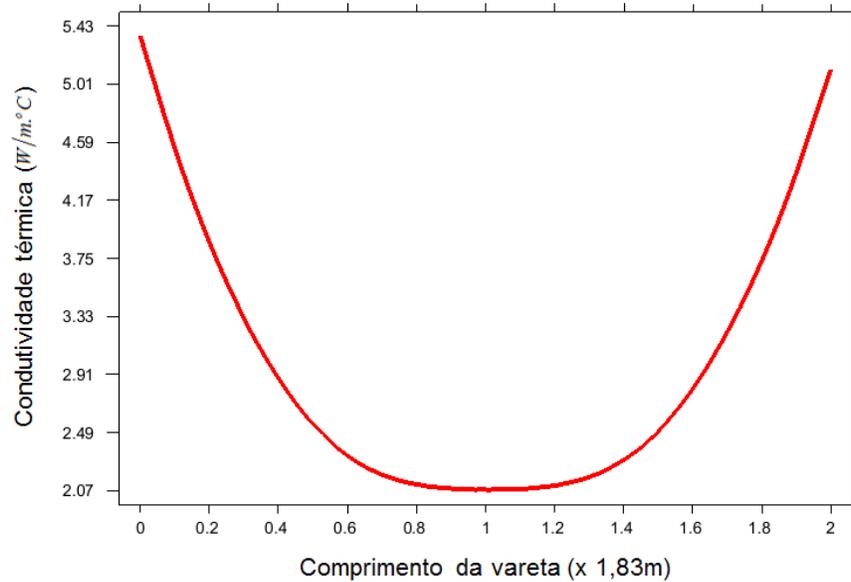
A Figura 19 mostra a distribuição axial de temperatura ao longo do eixo central do combustível para os dois casos.



**Figura 19:** Distribuição da temperatura central do combustível ao longo do comprimento da vareta combustível.

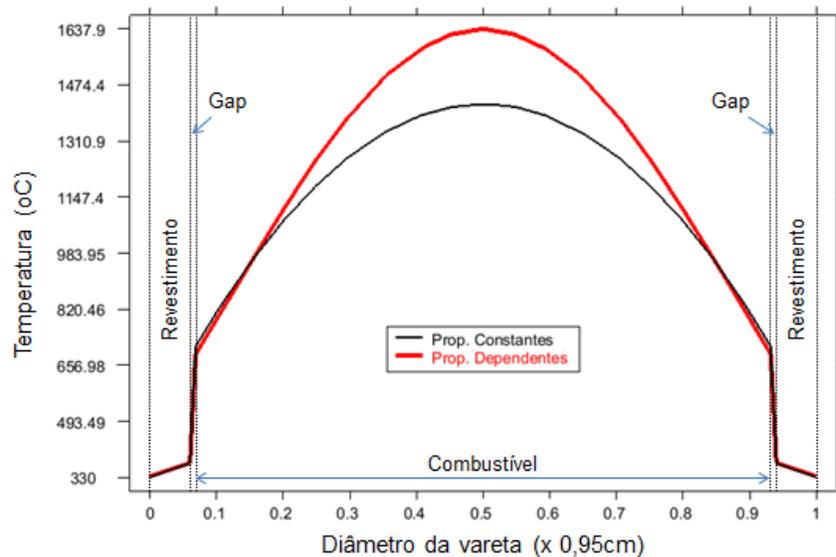
A Figura 20 apresenta o comportamento da condutividade térmica ao longo do eixo axial que passa pelo centro do combustível. Sabendo-se que no caso constante a condutividade possui um valor fixo de  $3,509\text{ W}/\text{m}\cdot^{\circ}\text{C}$ , constata-se que a condutividade do caso dependente assume valores consideravelmente menores que

este na região central do gráfico, justificando a larga diferença de temperatura presente na mesma região da Figura 19.



**Figura 20:** Conduktividade térmica axial do combustível.

A Figura 21 ilustra a distribuição de temperatura radial da vareta em uma seção transversal onde ocorre a temperatura máxima no combustível. Nota-se que para o *gap* e para o revestimento as duas curvas se sobrepõem, demonstrando ser irrisório o efeito das propriedades dependentes sobre estes.



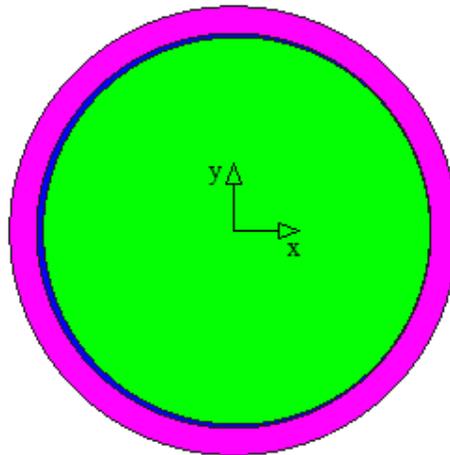
**Figura 21:** Distribuição de temperatura ao longo do diâmetro.

De modo geral, os resultados obtidos demonstram que as propriedades dependentes da temperatura não exercem influência sobre a análise do canal refrigerante. No entanto, o efeito destas sobre a temperatura do combustível não é irrisório, onde os resultados indicam variações significativas. Enfim, o tratamento das propriedades em função da temperatura não traz significativa alteração sobre a transferência de calor no sistema, uma vez que a temperatura da água permanece praticamente inalterada. Por outro lado, desprezar essas dependências para o combustível acarretará resultados subestimados.

## 6.2 COMBUSTÍVEL DESLOCADO

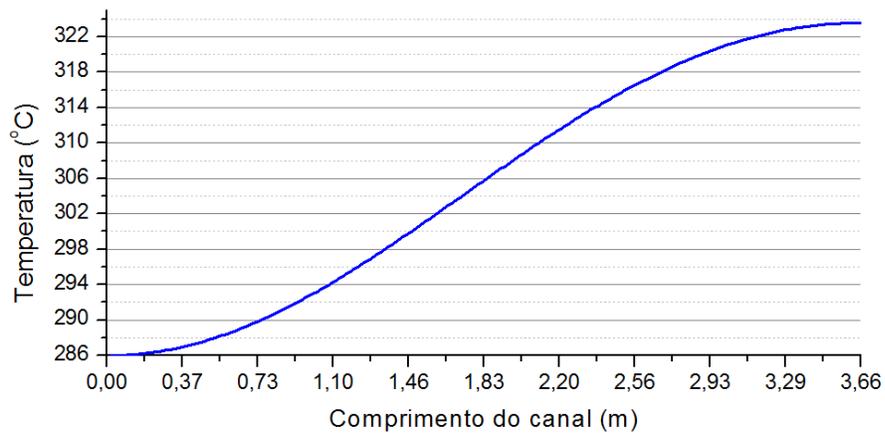
No projeto de um reator considera-se que as pastilhas combustíveis estão encapsuladas concentricamente no revestimento metálico, definindo simetria radial à geometria do problema. Contudo, devido às características do processo de montagem e transporte das varetas combustíveis, sabe-se que é factível o deslocamento das pastilhas em direção à face interna do revestimento, imputando excentricidade à geometria – conforme esboçado na Figura 22.

A situação descrita acima pode implicar considerável alteração na condução de calor relativa ao problema, ficando, assim, imperativo determinar as distribuições de temperatura sob essas condições. A partir desse entendimento, o problema empregado nas seções anteriores foi novamente simulado, tendo em vista o deslocamento das pastilhas em  $0,065 \text{ mm}$  no eixo  $x$  em relação ao centro radial da vareta. Como realizado na seção anterior, as propriedades físicas dos materiais são dependentes da temperatura considerando o fluxo axial de calor.



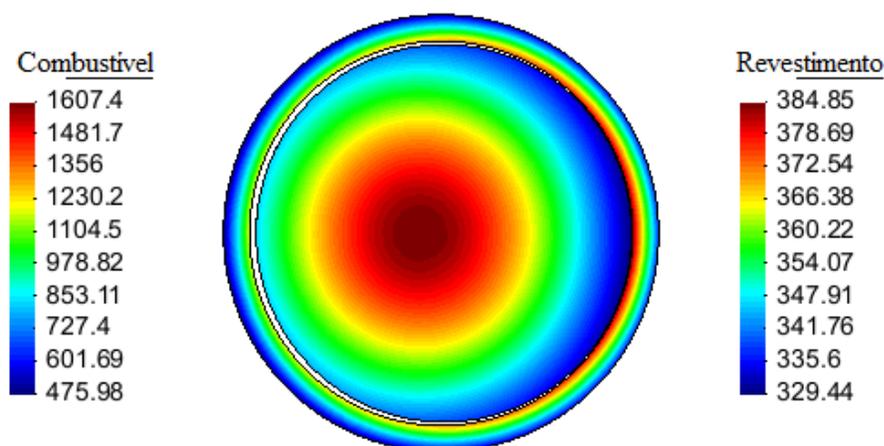
**Figura 22:** Vareta combustível excêntrica.

A Figura 23 apresenta o gráfico da distribuição de temperatura da água ao longo do canal refrigerante. Comparativamente à Figura 11, observa-se que são idênticos, pois, conforme explicado na seção 3.1.1, essa distribuição de temperatura é unidimensional e resultante da transferência de calor proveniente de toda a face externa do revestimento. Ou seja, a curva não é alterada, visto que a quantidade de energia liberada pelo combustível independe de seu posicionamento.



**Figura 23:** Distribuição de temperatura no canal refrigerante.

Entretanto, averigua-se que o fluxo varia ponto-a-ponto ao longo do perímetro do revestimento, acarretando a perda de simetria na distribuição radial de temperatura. Esse fato pode ser constatado na Figura 24, que ilustra a seção transversal da vareta onde ocorre a temperatura máxima do combustível.

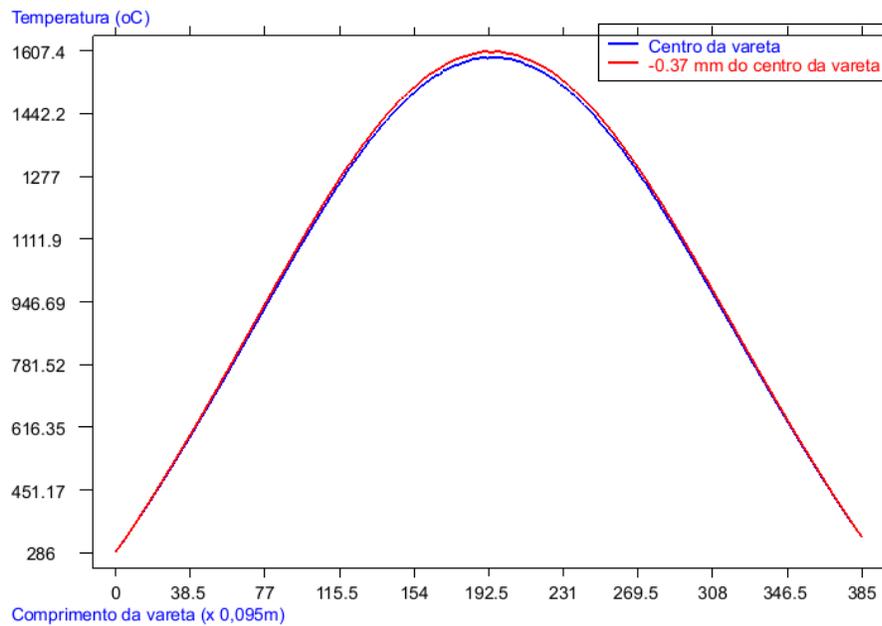


**Figura 24:** Distribuição radial de temperatura em  $^{\circ}C$  .

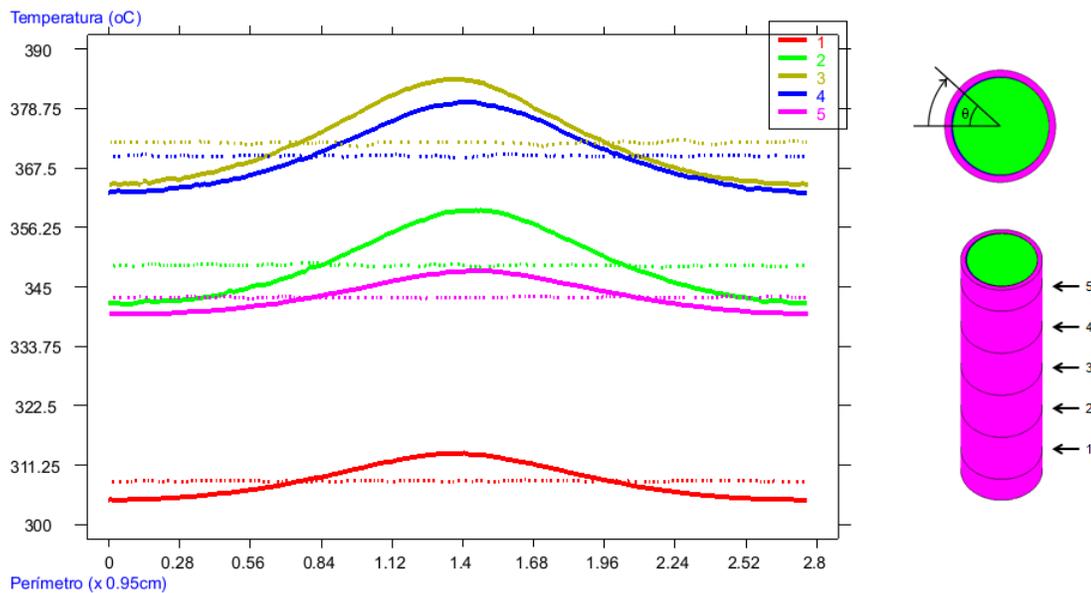
É importante notar que a temperatura máxima do combustível não ocorre mais na linha central ao longo da vareta, mas sim, deslocado na direção oposta àquela do deslocamento da pastilha. Isso acontece porque a região onde o *gap* é mais largo a taxa de transferência de calor é menor que na região oposta. Já com respeito ao revestimento, o pico de temperatura está situado na região em que o combustível está mais próximo de sua face interna, justamente onde há a maior taxa de transferência de calor.

Na Figura 25 estão dispostas duas curvas de temperatura referentes aos eixos axiais que passam, respectivamente, pelo centro radial da vareta e pela posição  $-0.37 \text{ mm}$  do eixo  $x$ , sendo essa última posição aquela onde ocorre a máxima temperatura do combustível.

A Figura 26 ilustra, para cinco seções transversais, a distribuição de temperatura ao redor do perímetro da face interna do revestimento. As linhas contínuas são referentes ao caso em que o combustível está deslocado e as pontilhadas dizem respeito ao caso concêntrico onde, devido à simetria presente, a temperatura no perímetro é constante e equivalente à média da respectiva curva do caso excêntrico. As elevações presentes nas linhas contínuas são correspondentes às regiões onde as pastilhas estão mais próximas da face interna do revestimento, estando essas até  $8 \text{ }^{\circ}C$  acima da temperatura média.



**Figura 25:** Distribuição de temperatura do combustível ao longo da vareta excêntrica.



**Figura 26:** Distribuição de temperatura ao longo do perímetro da face interna do revestimento.

Sabendo que a distribuição de temperatura sofre alterações em função do deslocamento do combustível, é coerente supor que esse fato também exerce influência sobre o DNBR. Tomando os valores mínimos dessa grandeza, temos 1,78 para o DNBR do caso excêntrico e 1,99 para o caso concêntrico. Consistindo em uma considerável divergência de resultados, uma vez que o valor do DNBR crítico é

1,3. Em resumo, os dados obtidos mostram que no caso excêntrico os limites de projeto podem ser atingidos com maior facilidade.

### **6.3 DESLIGAMENTO DO REATOR**

Em situações normais de operação o desligamento do reator é um procedimento controlado e previamente planejado, dado que sua efetivação demanda considerável quantidade de tempo e o atendimento a diversos critérios de segurança. Por outro lado, apesar da existência de diversos mecanismos de segurança, há ocasiões não convencionais que podem acarretar o desligamento não planejado da planta.

Como exemplo pode-se citar o caso ocorrido em março de 2011 na Central Nuclear de Fukushima Daiichi no Japão, quando um fenômeno natural (terremoto) provocou a perda de alimentação externa. Imediatamente os geradores a diesel foram acionados para atuar no fornecimento de eletricidade, garantindo o funcionamento do sistema de remoção de calor residual do reator. Ademais, um segundo fenômeno natural (*tsunami*) provocou o desligamento dos geradores e, conseqüentemente, a paralisação desse sistema. O resultado dessa concatenação de eventos foi amplamente divulgado a nível mundial, contribuindo para a degradação da imagem da indústria nuclear frente à opinião pública. Assim sendo, esta seção tem por objetivo efetivar o estudo de caso da distribuição de temperatura numa vareta combustível quando da ausência do sistema de remoção do calor residual.

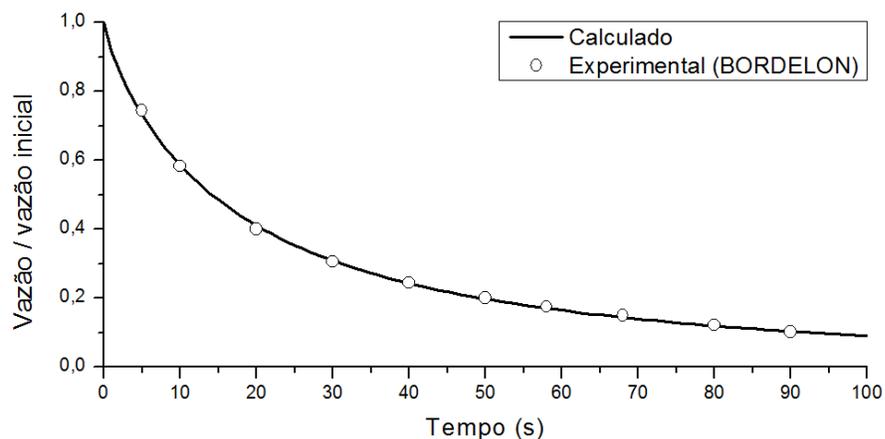
A vareta combustível a ser analisada será a mesma da seção de verificação, considerando o fluxo axial de calor e as propriedades dependentes da temperatura. É importante saber que as bombas de refrigeração são projetadas para que a água continue circulando no núcleo por um determinado período mesmo que não haja mais energia elétrica, isso ocorre por conta da rotação do eixo e do volante de inércia, os quais possuem energia cinética suficiente para garantir esse processo.

Portanto, para este estudo, se faz necessário conhecer o comportamento da queda de potência e da vazão. Para o comportamento da primeira utiliza-se a seguinte correlação (TODREAS e KAZIMI, 1990, p. 65)

$$\frac{Q}{Q_0} = 0,0625e^{-0,0124t} + 0,9375e^{-960t} \quad (6.1)$$

onde  $Q$  e  $Q_0$  são, respectivamente, a densidade em potência e a densidade de potência inicial em  $W/m^3$ , e  $t$  é o tempo em  $s$  a contar a partir do desligamento do reator.

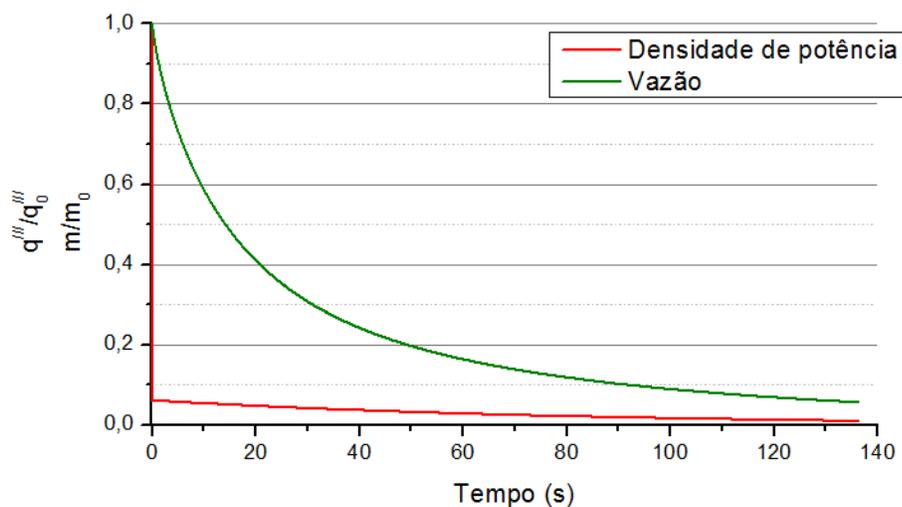
Para a queda da vazão do refrigerante no núcleo foi analisado o gráfico de uma bomba típica de um reator tipo PWR da Westinghouse (BORDELON, 1972, p. 4-2). Com este gráfico foi possível encontrar uma equação, eq. (6.2), cuja curva correspondesse ao comportamento dos dados encontrados por Bordelon (1972).



**Figura 27:** Queda de vazão do refrigerante no núcleo.

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_0} = \frac{1}{2} \exp \left[ -4 \left( \frac{t}{100^{0,91}} \right)^{0,85} \right] + \frac{1}{2} \exp \left[ -0,06t^{0,73} \right] \quad (6.2)$$

Na Figura 28 estão representadas o comportamento da densidade de potência e da vazão simulando o desligamento do reator.

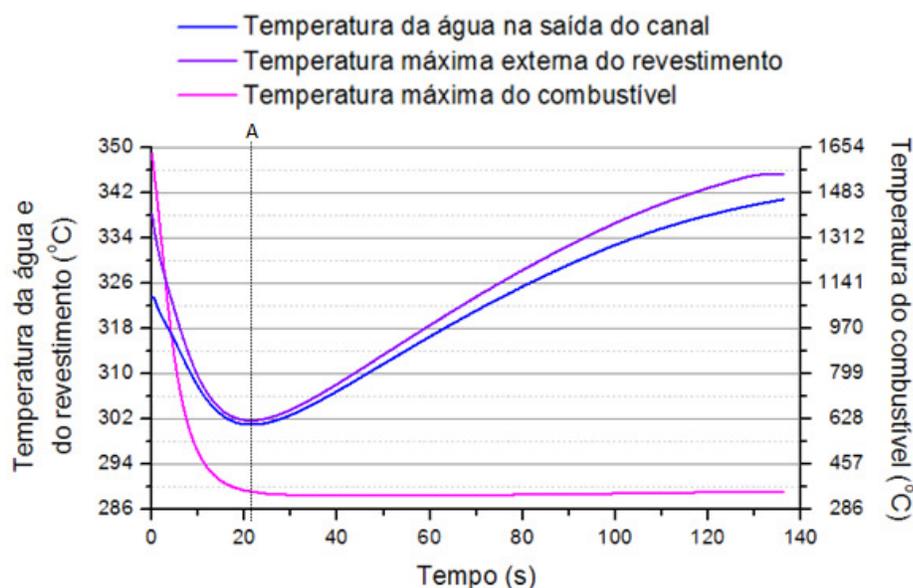


**Figura 28:** Queda da densidade de potência e da vazão.

É pressuposto que a taxa de remoção de calor no gerador de vapor é correspondente à taxa de geração de calor do combustível, ou seja, a temperatura do refrigerante na entrada do canal permanece inalterada, em  $286 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

As equações e correlações presentes no algoritmo computacional abordam a transferência de calor na água apenas enquanto líquida, constituindo uma limitação quanto à amplitude da modelagem do problema. De maneira geral, a simulação computacional submete-se a dois critérios limitantes: a temperatura *bulk* do refrigerante deve ser inferior à temperatura de saturação da água; e o DNBR deve ser maior ou igual a 1,3.

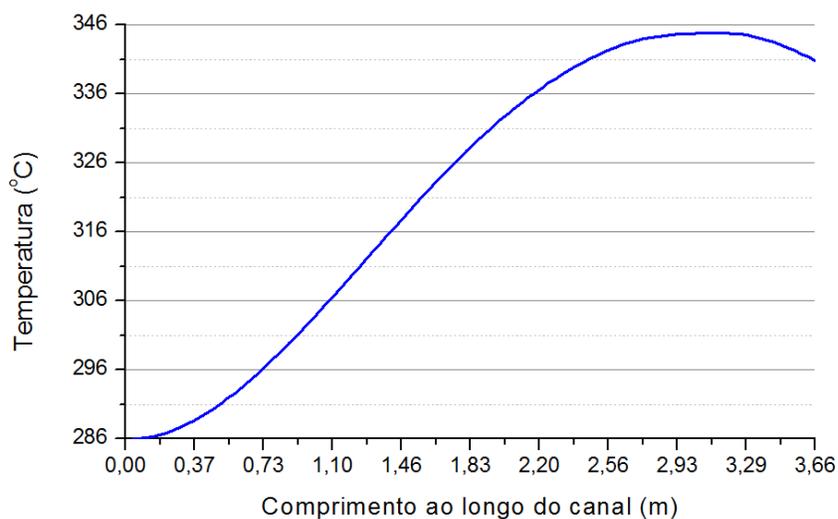
Como pode ser visto na Figura 28, há uma queda abrupta de potência. Contudo, a geração de calor ainda prossegue por um considerável período de tempo, sendo consequência dos decaimentos dos produtos de fissão. Já a queda da vazão é mais suave por conta da inércia da bomba. Em consequência do declive dessas duas grandezas, as temperaturas no canal refrigerante e na vareta combustível sofrem alterações, como pode ser visto na Figura 29.



**Figura 29:** Evolução temporal das temperaturas máxima do combustível e da água na saída do canal.

Nota-se que a temperatura da água na saída do canal decresce rapidamente até  $300,9\text{ }^{\circ}\text{C}$ , atingindo o ponto A  $21,4\text{ s}$  após o início do desligamento. Essa queda ocorre por conta do decréscimo abrupto da densidade de potência nesse mesmo intervalo de tempo, perdendo mais de 90% de sua intensidade inicial. Contudo, no ponto A, a vazão ainda possui 40% de seu valor inicial, sendo suficiente para fazer com que a temperatura do refrigerante pare de cair. Isso significa que a remoção de calor pelo refrigerante é igual à geração de calor naquele instante.

Do ponto A em diante perde-se esse equilíbrio, pois o calor é gerado a uma taxa maior que a de sua remoção e a temperatura da água volta a crescer até atingir a temperatura de saturação –  $344,8\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $15,5\text{ MPa}$ . Esse fato pode ser verificado na Figura 30, que representa o perfil de temperatura ao longo do canal correspondente ao instante de tempo em que esse valor é atingido (aproximadamente  $140\text{ s}$  após o desligamento do reator).



**Figura 30:** Distribuição de temperatura da água ao longo do canal refrigerante após 500 s de simulação.

Concomitantemente à análise do comportamento da água acima explicitado, a temperatura máxima do combustível cai de  $1632,6\text{ }^{\circ}\text{C}$  para  $337,6\text{ }^{\circ}\text{C}$  decorridos  $46,7\text{ s}$  do desligamento, apresentando leve crescimento daí em diante. Neste interim, o fluxo de calor na superfície do revestimento toma o valor de  $12,9\text{ kW/m}^2$  enquanto que o fluxo crítico de calor tem o valor de  $1703,6\text{ kW/m}^2$ , levando a um DNBR de 131,7.

Em resumo, apesar de o refrigerante ter alcançado a temperatura de saturação em um curto intervalo de tempo, o DNBR ainda apresenta-se muito acima de seu valor crítico, havendo assim, a princípio, a demanda de um largo intervalo de tempo para que o DNBR mínimo seja eventualmente atingido.

## 7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 7.1 CONCLUSÕES

O programa computacional desenvolvido neste trabalho reúne características de grande relevância para o estudo da transferência de calor em varetas combustíveis, especialmente em situações de análise de acidentes, de modo a solucionar problemas transientes com geometria tridimensional, considerando aspectos como a transferência de calor axial, propriedades físicas dependentes da temperatura, análise de DNBR, entre outros.

Além disso, o programa possibilita estudos de caso onde se podem considerar certas peculiaridades como: deformidades na vareta, trincas nas pastilhas combustíveis, rugosidade na face externa do revestimento, assimetrias na distribuição das pastilhas, etc.

Os resultados obtidos apresentam boa acurácia, dado os pequenos desvios relativos encontrados na etapa de verificação e a coerência das soluções dos estudos de caso. Aspectos que contribuem para a boa precisão dos resultados dizem respeito ao refinamento da malha e o emprego de correlações provenientes de fontes confiáveis, como aquelas presentes em publicações da IAEA.

Os estudos feitos a partir do programa computacional trazem informações relevantes quanto a certas simplificações adotadas em soluções analíticas, como aquela em que o fluxo axial de calor é desprezado, demonstrando que tais simplificações são válidas tanto para fins didáticos quanto para estudos de limites de projeto e para as alturas usuais das varetas combustíveis.

Cada estudo de caso, especificamente, apresentou resultados particulares sob determinadas circunstâncias. Como o caso do comparativo entre o uso de propriedades constantes e propriedades dependentes da temperatura, mostrando que não há influência na distribuição de temperatura no canal refrigerante. Todavia,

na vareta, mais especificamente no combustível, essa diferença é evidente, pois foi onde se pôde observar as diferenças entre a temperatura máxima do combustível nos dois casos, bem como sua distribuição na vareta.

A simulação que verificou a influência da excentricidade do combustível em relação ao revestimento mostrou certa divergência nas distribuições de temperaturas quando comparada com a simulação do combustível centrado na vareta. A análise de DNBR mostrou que este fenômeno atinge um valor menor quando se trata da vareta com o combustível excêntrico. Esse fato constitui um importante resultado, na medida em que é de se esperar que as pastilhas combustíveis estejam deslocadas do centro devido a diversos fatores como, por exemplo, o fato do elemento combustível ser transportado na horizontal.

O estudo de desligamento do reator é de grande valia para se compreender o comportamento da vareta combustível submetida às circunstâncias de acidente. Mostrou-se que em cerca de 140 s a água atingiu sua temperatura de saturação num ponto próximo à saída do canal refrigerante, contudo viu-se que isso não é determinante para a perda de integridade da vareta, pois a temperatura máxima do combustível manteve-se muito abaixo da temperatura normal de operação, como evidenciado pelo valor do DNBR obtido.

Diferentemente dos casos anteriores, a análise acerca da simulação que considera o fluxo axial de calor não acarreta considerável mudança em relação à simulação que o despreza, independentemente da região objeto de análise. Em outras palavras, desprezar ou não o fluxo axial não altera significativamente a distribuição de calor na vareta combustível e no canal refrigerante, o que torna válido desconsiderá-lo em situações normais de operação.

## **7.2 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Apesar das abrangentes características presentes no programa computacional, entende-se que seria interessante implementar correlações que

tratam da dilatação térmica dos componentes da vareta, objetivando o estudo de sua abrangência frente aos resultados já alcançados.

Outro aspecto a ser considerado diz respeito à perda de informações devida à configuração unidimensional adotada para o canal refrigerante, uma vez que assimetrias na geometria da vareta podem alterar localmente a transferência de calor para a água. Modelar tridimensionalmente o canal agregaria informações pontuais acerca do refrigerante, diferentemente da visão geral fornecida pela modelagem unidimensional.

Notadamente, é importante aumentar a abrangência das análises de acidentes, modificando a equação da energia do canal para cálculos em termos da entalpia, com a finalidade de tratar o escoamento como bifásico. Afinal, esse tipo de análise constitui o principal desígnio do programa computacional elaborado no presente trabalho.

## 8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORDELON, F. M. Calculation of Flow Coastdown After Loss of Reactor Coolant Pump (Phoenix Code). **WCAP - 7973**, September 1972.

CACUCI, D. G. **Handbook of Nuclear Engineering**. Karlsruhe: Springer, v. III, 2010.

COLLIER, J. G. **Convective Boiling and Condensation**. 2<sup>a</sup>. ed. London: McGraw\_Hill Book Company, 1981.

DUDERSTADT, J. J.; HAMILTON, L. J. **Nuclear Reactor Analysis**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1976.

IAEA. **Thermophysical properties of materials for water cooled reactors**. Vienna: IAEA, v. TECDOC-949, 1997.

IAEA. **Thermophysical properties database of materials for light water reactors and heavy water reactors**. Vienna: IAEA, v. TECDOC-1496, 2006.

IAEA. **Computational Analysis of the Behavior of Nuclear Fuel under Steady State, Transient and Accident Conditions**. Viena: IAEA, v. TECDOC-1578, 2007.

LAMARSH, J. R.; BARATTA, A. J. **Introduction to Nuclear Engineering**. 3<sup>a</sup>. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2001.

LEWIS, E. E. **Nuclear Power Reactor Safety**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1978.

MOREIRA, M. D. L.; BOTELHO, D. A. **Subrotina de Propriedades Termodinâmicas da Água**. Rio de Janeiro: CNEN/IEN, 1992.

NUREG/CR-7024. **Material Property Correlations: Comparisons between FRAPCON-3.4, FRAPTRAN1.4 and MATPRO**. Richland: [s.n.], 2011.

PERROTA, J. A. Curso de Introdução à Engenharia do Núcleo de Reatores. **Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares**, 1999. Disponível em: <<http://www.ipen.br/conteudo/upload/200906040956360.apperrota.pdf>>. Acesso em: 15 Outubro 2012.

SAMPAIO, P. A. B. D. **Heat\_Transfer\_2d\_cg.f90**. Rio de Janeiro: CNEN/IEN, 2007.

TIPLER, P. A. **Física para Cientistas e Engenheiros**. 6ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, v. 1, 2009.

TODREAS, N. E.; KAZIMI, M. S. **Nuclear Systems I: Thermal Hydraulic Fundamentals**. New York: Taylor & Francis Group, 1990.

TODREAS, N. E.; KAZIMI, M. S. **Nuclear Systems I: Thermal Hydraulic Fundamentals**. 2ª. ed. New York: Taylor & Francis Group, 2012.

ZIENKIEWICZ, O. C.; MORGAN, K. **Finite Elements & Approximation**. Mineola: Dover Publications, Inc., 1983.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The Finite Element Method**. 4ª. ed. Woburn: Butterworth-Heinemann, v. 1, 1999.

## Apêndice A

### Equação da Energia do Canal Refrigerante

A conservação da energia no canal é dada pela eq. (A.1)

$$\rho_c c_c \left( \frac{\partial T_\infty}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T_\infty \right) + \nabla \vec{q} = 0 \quad (\text{A.1})$$

Expandindo esta equação, encontra-se

$$\begin{aligned} \rho_c c_c \left[ \frac{\partial T_\infty}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u T_\infty) + \frac{\partial}{\partial y} (v T_\infty) + \frac{\partial}{\partial z} (w T_\infty) - T_\infty \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] + \\ + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

A vazão ao longo do canal não varia, isso é evidenciado pela equação da conservação da massa,

$$\nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0$$

chegando-se a

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial z} = 0$$

ou seja, a mesma quantidade de fluido que entra no canal é a mesma que sai e com a mesma velocidade, pois as dimensões do canal não mudam, assim como a variação da pressão ao longo do canal é desprezada, implicando uma densidade

constante. Portanto, não há variação de velocidade na direção no eixo z. Essa demonstração está detalhada no Apêndice C.

Como se trata de uma célula (Figura 5b), ou canal interno, considera-se que não há fluxo de massa ou passagem de refrigerante de um canal para um outro canal vizinho. Isso porque se uma pequena quantidade de refrigerante passa de um canal para outro, haverá, também, uma outra pequena quantidade de refrigerante vindo de outro canal, de modo que os vetores velocidades dessas quantidades irão se anular. Ou seja,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

A eq. (A.2) se torna, então,

$$\rho_c c_c \left[ \frac{\partial T_\infty}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (uT_\infty) + \frac{\partial}{\partial y} (vT_\infty) + \frac{\partial}{\partial z} (wT_\infty) \right] + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.3})$$

Integrando-se a eq. (A.3) em toda a área do canal, Figura 5b, tem-se

$$\int_A \left\{ \rho_c c_c \left[ \frac{\partial T_\infty}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (uT_\infty) + \frac{\partial}{\partial y} (vT_\infty) + \frac{\partial}{\partial z} (wT_\infty) \right] + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right\} dA = 0$$

ou, ainda,

$$\begin{aligned} & \int_A \rho_c c_c \frac{\partial T_\infty}{\partial t} dA + \int_A \rho_c c_c \left[ \frac{\partial}{\partial x} (uT_\infty) + \frac{\partial}{\partial y} (vT_\infty) \right] dA + \int_A \rho_c c_c \frac{\partial}{\partial z} (wT_\infty) dA + \\ & + \int_A \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \right) dA + \int_A \frac{\partial q_z}{\partial z} dA = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Desta equação decorrem as seguintes igualdades

$$\int_A \rho_c c_c \left[ \frac{\partial}{\partial x} (uT_\infty) + \frac{\partial}{\partial y} (vT_\infty) \right] dA = \int_P \rho_c c_c T_\infty (un_x + vn_y) dP = 0$$

$$\int_A \rho_c c_c \frac{\partial}{\partial z} (wT_\infty) dA = \rho_c c_c \frac{\partial}{\partial z} (\bar{w}T_\infty) A$$

(A.5)

$$\int_A \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \right) dA = \bar{q}'' P_h = -q'$$

$$\int_A \frac{\partial q_z}{\partial z} dA = 0$$

onde os índices  $P$  significam perímetro. A primeira integral deste conjunto resulta numa integral no perímetro de uma certa quota do canal, dando como resultado o valor zero, pois como foi explicitado, considera-se que não há fluido atravessando de um canal para outro (direções  $x$  e  $y$ ). A penúltima integral resulta na taxa de transferência de calor média que sai do perímetro molhado para o refrigerante vezes o perímetro molhado (ou aquecido), o que acaba resultando na taxa de transferência de calor linear  $-q'$  (o sinal negativo foi colocado propositadamente, pois o referencial está no canal). A última integral estabelece que não há fluxo de calor na direção  $z$ , passado de uma quota pra outra.

Como  $w$  é a velocidade do refrigerante, tem-se a seguinte relação

$$w = \frac{\dot{m}}{\rho_c A}$$

juntando esta relação e as integrais (A.5) na eq. (A.4), chega-se a

$$\rho_c c_c A \frac{\partial T_\infty}{\partial t} + c_c \frac{\partial}{\partial z} (\dot{m} T_\infty) = q' \quad (\text{A.6})$$

## Apêndice B

### Discretização da Equação da Energia do Canal Refrigerante pelo Método dos Mínimos Quadrados

Com base na eq. (2.7)

$$\begin{aligned} \rho^* c_p^* \frac{\partial T_\infty^*}{\partial t^*} + \frac{D_0}{D_h} \text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^* \frac{\partial T_\infty^*}{\partial z^*} + \frac{D_0^3}{AD_h} \text{Nu}_0 \int_{P_w^*} h^* T_\infty^* dP^* = \\ = \frac{D_0^3}{AD_h} \text{Nu}_0 \int_{P_w^*} h^* T^* dP^* \end{aligned} \quad (2.7)$$

é possível se obter uma simplificação, a partir das seguintes igualdades

$$\bar{h} = \int_{P_w^*} h^* dP^* \quad (B.1a)$$

$$S = \int_{P_w^*} h^* T^* dP^* \quad (B.2b)$$

onde a relação  $\bar{h}$  indica o somatório do coeficiente de transferência de calor ao longo do perímetro de uma quota da vareta, referente ao elemento em questão do canal. A relação de  $S$  segue a mesma analogia, com a adição da temperatura (da face externa do revestimento) ao somatório ao redor do perímetro da quota da vareta. A eq. (2.7) se torna

$$\rho^* c_p^* \frac{\partial T_\infty^*}{\partial t^*} + \frac{D_0}{D_h} \text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^* \frac{\partial T_\infty^*}{\partial z^*} + \frac{D_0^3}{AD_h} \text{Nu}_0 T_\infty^* \bar{h} = \frac{D_0^3}{AD_h} \text{Nu}_0 S \quad (B.3)$$

A temperatura  $T$  pode ser aproximada como  $\hat{T}^{*n+1/2}$ , tem-se, portanto, a seguinte igualdade

$$\hat{T}^{*n+1/2} = \hat{T}^{*n} + \frac{1}{2} \Delta \hat{T}^* \quad (\text{B.4})$$

Observa-se que foi feito  $n+1/2$ , uma vez que a variação da temperatura dessa maneira fornece melhor aproximação caso seja adotado  $n+1$ .

Substituindo a eq. (B.4) na eq. (B.3), esta passa a ser

$$\begin{aligned} \frac{\rho^* c_p^*}{\Delta t} \Delta \hat{T}_\infty^* + \frac{D_0}{D_h} \text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^* \frac{\partial \hat{T}_\infty^{*n}}{\partial z^*} + \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^*}{2} \frac{\partial \Delta \hat{T}_\infty^*}{\partial z^*} + \\ + \frac{D_0^3}{AD_h} \text{Nu}_0 \bar{h} T_\infty^{*n} + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0}{2} \bar{h} \Delta \hat{T}_\infty^* = \frac{D_0^3}{AD_h} \text{Nu}_0 S \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Onde foi feito

$$\frac{\partial \hat{T}_\infty^{*n+1/2}}{\partial t^*} = \frac{\Delta \hat{T}_\infty^*}{\Delta t^*}$$

A eq. (B.5) pode ser reescrita da seguinte maneira

$$\frac{\rho^* c_p^*}{\Delta t} \Delta \hat{T}_\infty^* + \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^*}{2} \frac{\partial \Delta \hat{T}_\infty^*}{\partial z^*} + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0}{2} \bar{h} \Delta \hat{T}_\infty^* = Q^n \quad (\text{B.6})$$

onde

$$Q^n = \frac{D_0^3}{AD_h} \text{Nu}_0 S - \frac{D_0}{D_h} \text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^* \frac{\partial \hat{T}_\infty^{*n}}{\partial z^*} - \frac{D_0^3}{AD_h} \text{Nu}_0 \bar{h} T_\infty^{*n} \quad (\text{B.7})$$

As temperaturas presentes na equação de  $Q^n$  são as temperaturas da quota  $n$ .

Da eq. (B.6), pode-se escrever o resíduo como

$$\hat{r} = \frac{\rho^* c_p^*}{\Delta t} \Delta \hat{T}_\infty + \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^*}{2} \frac{\partial \Delta \hat{T}_\infty}{\partial z^*} + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0}{2} \bar{h} \Delta \hat{T}_\infty - Q^n \quad (\text{B.8})$$

Sabendo-se que

$$\hat{T}_\infty^{*n} = m_j T_{\infty j}^*$$

$$\Delta \hat{T}_\infty^{*n} = m_j \Delta T_{\infty j}^*$$

onde  $m_j$  é a função tentativa. Portanto a eq. (B.8) torna-se

$$\begin{aligned} \hat{r} = & \frac{\rho^* c_p^*}{\Delta t} (m_j \Delta T_{\infty j}^*) + \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^*}{2} \frac{\partial (m_j \Delta T_{\infty j}^*)}{\partial z^*} + \\ & + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0}{2} \bar{h} (m_j \Delta T_{\infty j}^*) - Q^n \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Para os elementos finitos da energia do canal utiliza-se o Método dos Mínimos Quadrados

$$\begin{aligned} \Pi &= \int_{\Omega} \hat{r}^2 d\Omega \\ \frac{\partial \Pi}{\partial \Delta T_{\infty i}} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \Delta T_{\infty i}} = \int_{\Omega} 2\hat{r} \frac{\partial \hat{r}}{\partial \Delta T_{\infty i}} d\Omega = 0 = \int_{\Omega} \hat{r} \frac{\partial \hat{r}}{\partial \Delta T_{\infty i}} d\Omega$$

tomando o índice  $i$  igual à  $j$  e utilizando a eq. (B.9) no Método dos Mínimos Quadrados, chega-se a

$$\frac{\partial \hat{r}}{\partial \Delta T_{\infty i}} = \frac{\rho^* c_p^*}{\Delta t} m_i + \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^*}{2} \frac{\partial m_i}{\partial z^*} + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0}{2} \bar{h} m_i$$

$$\int_{\Omega} \hat{r} \left( \frac{\rho^* c_p^*}{\Delta t} m_i + \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^*}{2} \frac{\partial m_i}{\partial z^*} + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0}{2} \bar{h} m_i \right) d\Omega^* = 0$$

$$\int_{\Omega} \hat{r} \frac{\rho^* c_p^*}{\Delta t} \left( m_i + \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* \Delta t}{2 \rho^*} \frac{\partial m_i}{\partial z^*} + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0 \Delta t}{2 \rho^* c_p^*} \bar{h} m_i \right) d\Omega^* = 0$$

Como o termo  $\rho^* c_p^* / \Delta t$  é constante, pode ser retirado da integral, de formar que esta última equação passa a ser

$$\int_{\Omega} \hat{r} \left( m_i + \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* \Delta t}{2 \rho^*} \frac{\partial m_i}{\partial z^*} + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0 \Delta t}{2 \rho^* c_p^*} \bar{h} m_i \right) d\Omega^* = 0$$

Substituindo  $\hat{r}$ , eq. (B.9), na equação acima tem-se

$$\int_{\Omega} \left[ \begin{array}{l} \frac{\rho^* c_p^*}{\Delta t} (m_j \Delta T_{\infty j}^*) + \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^*}{2} \frac{\partial (m_j \Delta T_{\infty j}^*)}{\partial z^*} + \\ + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0}{2} \bar{h} (m_j \Delta T_{\infty j}^*) - Q^n \\ \times \left( m_i + \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* \Delta t}{2 \rho^*} \frac{\partial m_i}{\partial z^*} + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0 \Delta t}{2 \rho^* c_p^*} \bar{h} m_i \right) \end{array} \right] d\Omega^* = 0$$

$$\int_{\Omega} \left[ \frac{\rho^* c_p^*}{\Delta t} m_j \Delta T_{\infty j}^* + \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^*}{2} \frac{\partial m_j}{\partial z^*} \Delta T_{\infty j}^* + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0}{2} \bar{h} m_j \Delta T_{\infty j}^* - Q^n \right] \times \left( m_i + \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* \Delta t}{2\rho^* c_p^*} \frac{\partial m_i}{\partial z^*} + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0 \Delta t}{2\rho^* c_p^*} \bar{h} m_i \right) dz^* = 0$$

Dessa forma, a equação de elementos finitos da energia do canal fica

$$\left\{ \int_0^L \left[ \frac{\rho^* c_p^*}{\Delta t} \left[ \left( 1 + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0 \Delta t}{2\rho^* c_p^*} \bar{h} \right) m_j + \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^*}{2} \frac{\partial m_j}{\partial z^*} \right] \times \left[ \left( 1 + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0 \Delta t}{2\rho^* c_p^*} \bar{h} \right) m_i + \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* \Delta t}{2\rho^* c_p^*} \frac{\partial m_i}{\partial z^*} \right] \right] dz^* \right\} \Delta T_{\infty j}^* \quad (\text{B.11})$$

$$= \int_0^L \left[ \left( 1 + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0 \Delta t}{2\rho^* c_p^*} \bar{h} \right) m_i + \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* \Delta t}{2\rho^* c_p^*} \frac{\partial m_i}{\partial z^*} \right] Q^n dz^*$$

O sistema a ser solucionado é do tipo  $K.a = F$ , onde, pela eq. (B.11), os componentes da matriz  $K$ , do vetor  $a$  e do vetor  $F$  ficam

$$a = \Delta T_{\infty j}^*$$

$$k_{ij} = \int_0^L \left\{ \frac{\rho^* c_p^*}{\Delta t} \left[ \left( 1 + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0 \Delta t}{2\rho^* c_p^*} \bar{h} \right) m_j + \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^*}{2} \frac{\partial m_j}{\partial z^*} \right] \times \left[ \left( 1 + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0 \Delta t}{2\rho^* c_p^*} \bar{h} \right) m_i + \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* \Delta t}{2\rho^* c_p^*} \frac{\partial m_i}{\partial z^*} \right] \right\} dz^* \quad (\text{B.12})$$

$$f_i = \int_0^L \left[ \left( 1 + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0 \Delta t}{2\rho^* c_p^*} \bar{h} \right) m_i + \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* \Delta t}{2\rho^* c_p^*} \frac{\partial m_i}{\partial z^*} \right] Q^n dz^*$$

Simplificando a matriz  $k_{ij}$  e o vetor  $f_i$  para

$$k_{ij} = \int_0^L \left[ \frac{\rho^* c_p^*}{\Delta t} \left( \alpha m_i + \beta \frac{\partial m_i}{\partial z^*} \right) \left( \alpha m_j + \beta \frac{\partial m_j}{\partial z^*} \right) \right] dz^* \quad (\text{B.13})$$

$$f_i = \int_0^L \left( \alpha m_i + \beta \frac{\partial m_i}{\partial z^*} \right) Q^n dz^*$$

onde

$$\alpha = 1 + \frac{D_0^3}{AD_h} \frac{\text{Nu}_0 \Delta t}{2\rho^* c_p^*} \bar{h}$$

$$\beta = \frac{D_0}{D_h} \frac{\text{Pc}_0 \dot{m}^* \Delta t}{2\rho^*}$$

Substituindo a relação (B.7) e rearranjando as relações (B.13), chega-se a

$$k_{ij} = \frac{\rho^* c_p^*}{\Delta t} \left[ \begin{aligned} & \alpha^2 \int_0^L m_i m_j dz^* + \alpha \beta \int_0^L m_i \frac{\partial m_j}{\partial z^*} dz^* \\ & + \alpha \beta \int_0^L m_j \frac{\partial m_i}{\partial z^*} dz^* + \beta^2 \int_0^L \frac{\partial m_i}{\partial z^*} \frac{\partial m_j}{\partial z^*} dz^* \end{aligned} \right]$$

$$\begin{aligned} f_i = & \alpha \frac{D_0^3}{AD_h} \text{Nu}_0 (S - \bar{h} T_\infty^{*n}) \int_0^L m_i dz^* - \alpha \frac{D_0}{D_h} \text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^* \frac{\partial \hat{T}_\infty^{*n}}{\partial z^*} \int_0^L m_i dz^* + \\ & + \beta \frac{D_0^3}{AD_h} \text{Nu}_0 (S - \bar{h} T_\infty^{*n}) \int_0^L \frac{\partial m_i}{\partial z^*} dz^* - \beta \frac{D_0}{D_h} \text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^* \frac{\partial \hat{T}_\infty^{*n}}{\partial z^*} \int_0^L \frac{\partial m_i}{\partial z^*} dz^* \end{aligned}$$

As integrais, com os termos  $m_i$  e/ou  $m_j$ , são resolvidas pela seguinte relação

$$\int_{\Omega^e} N_1^a N_2^b d\Omega^e = \frac{a!b!}{(a+b+1)!} L$$

A matriz  $k_{ij}$  e o vetor  $f_i$  ficam, então,

$$k_{ij} = \frac{\rho^* c_p^*}{\Delta t} \begin{bmatrix} \alpha^2 \frac{L}{3} + \alpha\beta \frac{b_j}{2} + \\ + \alpha\beta \frac{b_i}{2} + \beta^2 \frac{b_i b_j}{L} \end{bmatrix} \quad i = j$$

$$k_{ij} = \frac{\rho^* c_p^*}{\Delta t} \begin{bmatrix} \alpha^2 \frac{L}{6} + \alpha\beta \frac{b_j}{2} + \\ + \alpha\beta \frac{b_i}{2} + \beta^2 \frac{b_i b_j}{L} \end{bmatrix} \quad i \neq j$$

$$f_i = \alpha \frac{D_0^3}{AD_h} \text{Nu}_0 \left( S - \bar{h} T_\infty^{*n} \right) \frac{L}{2} - \alpha \frac{D_0}{D_h} \text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^* \frac{\partial \hat{T}_\infty^{*n}}{\partial z^*} \frac{L}{2} + \\ + \beta \frac{D_0^3}{AD_h} \text{Nu}_0 \left( S - \bar{h} T_\infty^{*n} \right) b_i - \beta \frac{D_0}{D_h} \text{Pc}_0 \dot{m}^* c_p^* \frac{\partial \hat{T}_\infty^{*n}}{\partial z^*} b_i$$

onde  $\partial T^{*n} / \partial x$  foi calculado pela seguinte relação, por ser o gradiente de temperatura do elemento,

$$\frac{\partial T^{*n}}{\partial z} = \sum_{i=1}^2 \frac{b_i T_i^{*n}}{6V}$$

O índice 2 no somatório é o número de nós do elemento linear.

## Apêndice C

### Conservação Incompressível

Para a conservação da massa tem-se

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0$$

Supondo um escoamento incompressível, a equação acima torna-se

$$\nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0$$

Expandido esta equação

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0$$

onde  $u$ ,  $v$  e  $w$  são as velocidades do fluido nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente. Integrando na área do canal

$$\int_A \left[ \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) \right] dA = 0$$

$$\int_A \left[ \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) \right] dA + \int_A \left[ \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) \right] dA = 0$$

$$\int_P \rho (u n_x + v n_y) dP + \frac{\partial}{\partial z} \int_A \rho w dA = 0$$

$$\int_{P_w} \rho (un_x + vn_y) dP + \int_{P-P_w} \rho (un_x + vn_y) dP + \frac{\partial}{\partial z} \int_A \rho w dA = 0$$

Nota-se que a primeira integral (integral no perímetro do canal) pode ser desprezada, fazendo-a igual a zero, pois as velocidades na face externa do revestimento é zero. A segunda integral também pode ser desprezada por simetria com os outros canais, pois a mesma quantidade de fluido que sai do canal também entra neste mesmo canal. Essa equação se torna

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_A \rho w dA = 0$$

Como a densidade é uniforme, pode-se tomar a média da velocidade na área, essa equação fica, então,

$$\frac{\partial}{\partial z} \rho \bar{w} A = 0$$

Sabe-se que

$$\dot{m} = \rho \bar{w} A$$

Portanto

$$\frac{\partial}{\partial z} \dot{m} = 0$$

## Apêndice D

### Propriedades físicas dos componentes da vareta combustível

As propriedades físicas (condutividade térmica, capacidade térmica e densidade) dos materiais como o combustível, o *gap* e o revestimento, são em função da temperatura,

$$k = k(T)$$

$$c = c(T)$$

$$\rho = \rho(T)$$

Neste trabalho se partirá do entendimento de que os componentes da vareta não sofrerão expansão térmica, ou seja, o volume desses materiais será constante.

Os calores específicos (ou capacidades térmicas), a pressão e volume constantes são muito próximos nos sólidos, sujeitos estes a pequenas variações de volume frente às variações de temperatura. Portanto, ter-se-á como pressuposto que a capacidade térmica a pressão constante é igual à capacidade térmica a volume constante.

Cada material terá correlações específicas para suas propriedades. Essas correlações foram tiradas de fontes confiáveis, como, por exemplo, NUREG e IAEA.

### CORRELAÇÕES PARA A CONDUTIVIDADE E CAPACIDADE TÉRMICA DO COMBUSTÍVEL

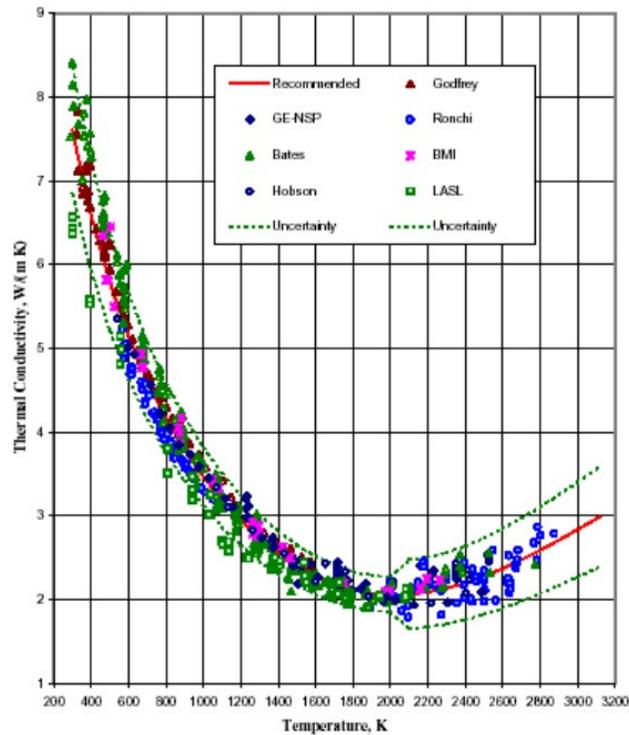
#### *Condutividade Térmica do Combustível*

Utiliza-se para a condutividade térmica do  $\text{UO}_2$  uma formulação que consiste de um termo *lattice* e de um termo sugerido por Ronchi (IAEA, 2006, p. 89). Esta formulação é recomendada para uma densidade teórica de 95%.

$$k_f = \frac{100}{7,5408 + 17,692t + 3,6142t^2} + \frac{6400}{t^{5/2}} \exp\left(-\frac{16,35}{t}\right) \quad (\text{D.1})$$

onde  $t = T/1000$  é a temperatura em  $K$  e  $k_f$  a condutividade térmica em  $W/m \cdot ^\circ C$ .

A Figura 31 mostra os valores encontrados por Ronchi, Hobson, Lambert Bates, Conway, Godfrey apud IAEA (2006, p.89) e pela eq. (D.1) – linha em vermelho – para uma densidade teórica de 95%. Como pode ser visto, essa equação representa bem a condutividade térmica do  $\text{UO}_2$ , estando dentro da faixa de incerteza – linha verde pontilhada.



**Figura 31:** Condutividade térmica do  $\text{UO}_2$  com 95% de densidade teórica.<sup>2</sup>

<sup>2</sup> Gráfico retirado de IAEA (2006, p. 90).

### **Capacidade Térmica do Combustível**

A seguinte formulação para a capacidade térmica a pressão constante (IAEA, 2006, p. 25) é recomendada para a faixa de temperatura  $298,15K \leq T \leq 3120K$

$$c_{pf} = \frac{C_1 \theta^2 \exp(\theta/T)}{T^2 [\exp(\theta/T) - 1]^2} + 2C_2 T + \frac{C_3 E_a \exp(-E_a/T)}{T^2} \quad (\text{D.2})$$

onde

$$C_1 = 81,613$$

$$C_2 = 2,285 \cdot 10^{-3}$$

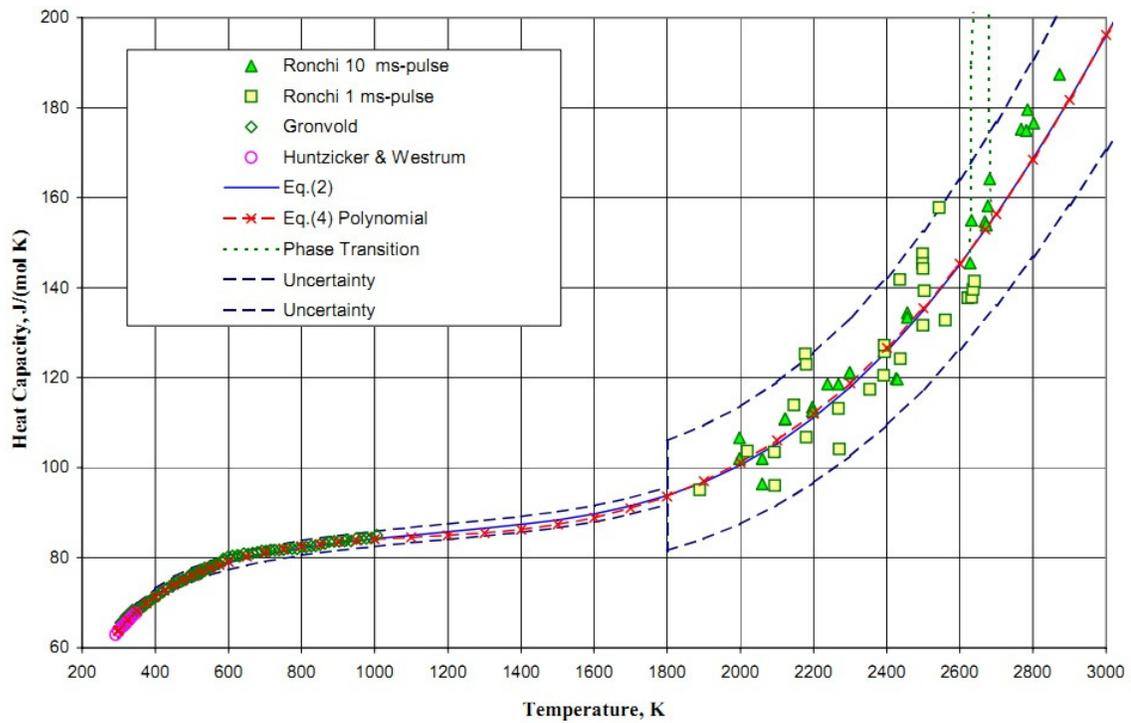
$$C_3 = 2,360 \cdot 10^7$$

$$\theta = 548,68$$

$$E_a = 18531,7$$

e  $T$  é a temperatura em  $K$ .

A Figura 32 mostra os valores encontrados por Ronchi, Gronvold, Huntzcker e Westrum apud IAEA (2006) e pela eq.(D.2). Percebe-se que essa equação representa bem a capacidade térmica do  $\text{UO}_2$ , estando dentro da faixa de incerteza – linha azul tracejada.



**Figura 32:** Capacidade térmica do  $UO_2$ . A eq. (2), na legenda, representa a equação apresentada acima (eq. Erro! Fonte de referência não encontrada.).<sup>3</sup>

## CORRELAÇÕES PARA A CONDUTIVIDADE E CAPACIDADE TÉRMICA DO GAP

### *Condutividade Térmica do Gap*

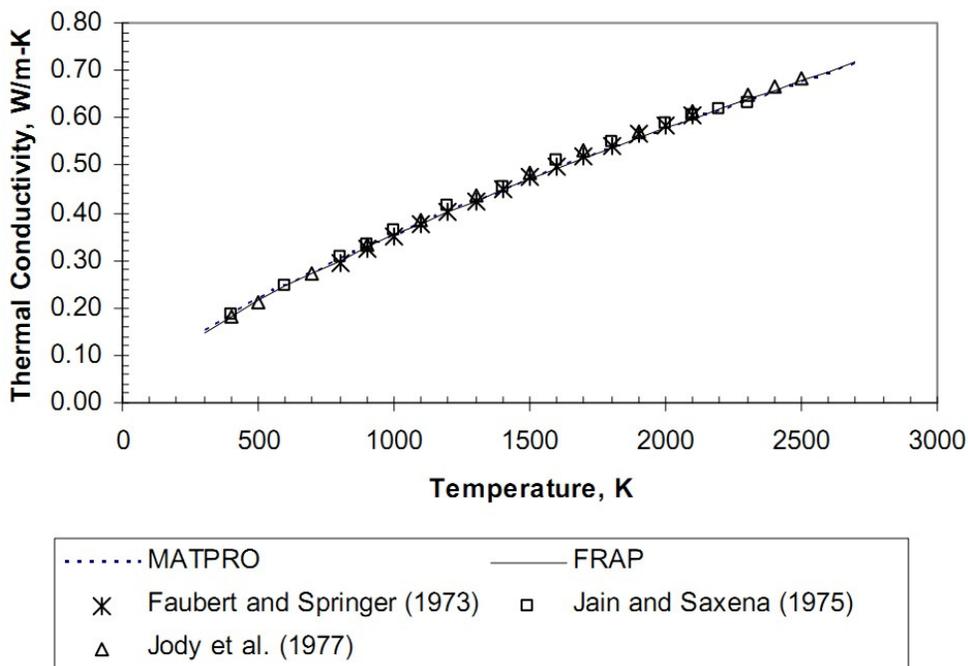
A condutividade térmica de gases apresenta-se na forma (NUREG/CR-7024, 2011, p. 4.1)

$$k_{gap} = AT^B \quad (D.3)$$

onde  $k_{gap}$  é a condutividade térmica em  $W/m.^{\circ}C$  e  $T$  a temperatura em  $K$ . As constantes  $A$  e  $B$  são parâmetros de ajuste. Para estas constantes foram usados

<sup>3</sup> Gráfico retirado do IAEA (2006, p. 32).

os valores do FRAPCON-3.4 e FRAPTRAN-1.4, por apresentarem uma boa curva comparada com MATPRO (NUREG/CR-7024, 2011, p. 4.2) – ver Figura 33.



**Figura 33:** Condutividade térmica do He.<sup>4</sup>

A Tabela 14 mostra os valores de  $A$  e  $B$  usados no FRAPCON-3.4/FRAPTRAN-1.4.

**Tabela 14:** Constantes usadas na correlação FRAP para a condutividade térmica de gases.

Gás	A	B
He	$2,531 \times 10^{-3}$	0,7146
Ar	$4,092 \times 10^{-4}$	0,6748
Kr	$1,966 \times 10^{-4}$	0,7006
Xe	$9,825 \times 10^{-5}$	0,7334
H <sub>2</sub>	$1,349 \times 10^{-3}$	0,8408
N <sub>2</sub>	$2,984 \times 10^{-4}$	0,7799

Fonte: (NUREG/CR-7024, 2011, p. 4.1)

<sup>4</sup> Gráfico retirado do NUREG (2011, p. 4.3).

### **Capacidade Térmica do Gap**

A capacidade térmica a volume constante do *gap* é dada pela seguinte relação (IAEA, 1997, p. 172),

$$c_{Vgap} = 3115,91 - R \left( 2T \frac{dB}{dT} + T^2 \frac{d^2B}{dT^2} \right) \frac{P}{RT} \quad (D.4)$$

$$B(T) = a_1 T'^{-1/2} + a_2 T'^{-1/3} + a_3 T'^{-1/4}$$

onde  $T' = T/10,4$  em  $K$ , e os valores  $a_i$  são

$$a_1 = -0,00436074$$

$$a_2 = 0,00591117$$

$$a_3 = -0,00190460$$

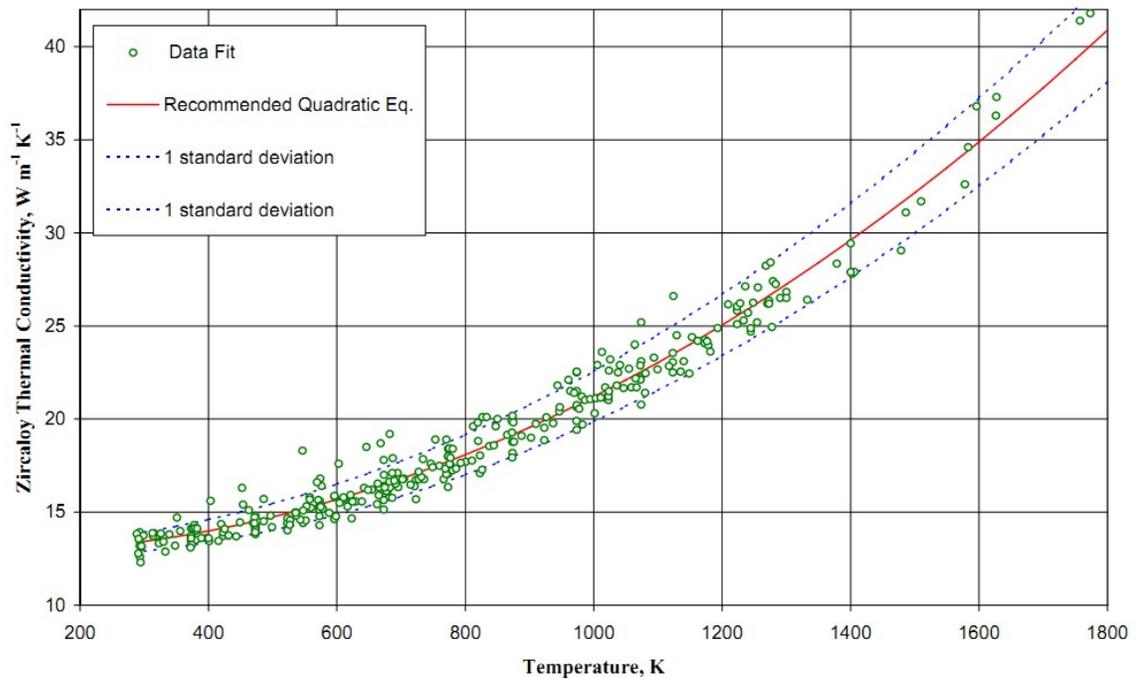
Esta capacidade térmica está em  $J/kg.K$ .

## **CORRELAÇÕES PARA A CONDUTIVIDADE E CAPACIDADE TÉRMICA DO REVESTIMENTO**

### **Condutividade Térmica do Revestimento**

IAEA (2006, p.249) recomenda a seguinte formulação para a condutividade térmica do Zircaloy-2 e Zircaloy-4, a partir de dados obtidos de medições diretas. A Figura 34 mostra esses dados e a curva da formulação.

$$k_{cl} = 12,767 - 5,4348 \cdot 10^{-4} T + 8,9818 \cdot 10^{-6} T^2 \quad (D.5)$$



**Figura 34:** Condutividade térmica do revestimento (Zircaloy).<sup>5</sup>

Na eq.(D.5), a condutividade térmica  $k$  está em  $W/m.^{\circ}C$  e a temperatura  $T$  em  $K$ .

### **Capacidade Térmica do Revestimento**

O calor específico para o Zircaloy-2 e Zircaloy-4 é dado por Cacuci (2010, p.1542):

para  $T \leq 800^{\circ}C$ ,

$$c_{pct} = 286 + 9,286 \cdot 10^{-2} T \quad (D.6)$$

para  $800^{\circ}C \leq T \leq 907^{\circ}C$ ,

$$c_{pct} = -3340,512 + 4,626 T \quad (D.7)$$

<sup>5</sup> Gráfico retirado do IAEA (2006, p. 258).

para  $907^{\circ}C \leq T \leq 985^{\circ}C$ ,

$$c_{pct} = 6611,092 - 6,346T \quad (D.8)$$

e para  $T > 985^{\circ}C$ ,

$$c_{pct} = 350,282 J / kg.^{\circ}C \quad (D.9)$$

Nas eq. (D.6)-(D.9), a unidade do calor específico é  $J/kg.^{\circ}C$ .