

Metodologia de transformação de coordenadas locais para geodésicas dos produtos cartográficos da SPU

Relatório Produto 01

Maio/2018

**Este documento e todos os dados e informações nele contidos são de uso exclusivo da Secretaria
de Patrimônio da União do Ministério do Planejamento, Desenvolvimento e Gestão.**

Aprovação

Lámita

SPU/MPOG

Cárita da Silva Sampaio
Coordenadora-Geral de Gestão de
Cadastro e Informação Geoespacial
SPU/MP

Relatório fnto do Produto 01 : Metodologia de
transformações de coordenadas locais para geodésicas
dos produtos cartográficos da SPU, aprovado pela
equipe técnica da Coordenaçāo - Geral de Gestāo
de Cadastro e Informaçāo Geoespacial da SPU/MP.

16/05/2018.

Lámita

Cárita da Silva Sampaio
Coordenadora-Geral de Gestão de
Cadastro e Informação Geoespacial
SPU/MP

Controle de Modificações

Versão: 1 Revisão: 0	Data: 16/05/2018
Entrega da versão inicial.	



Sumário

Aprovação

Controle de Modificações

Sumário

Introdução

Objetivos

Passos Metodológicos

Identificação dos Métodos de Transformação Existentes

NBR 14666

Método de rotações e translações

Implementação da Prova de Conceito

Testes

Conclusão



Introdução

A Secretaria de Patrimônio da União é o órgão responsável pela administração do patrimônio imobiliário da União bem como pela incorporação de novos bens imóveis e sua regularidade dominial.

A regularidade dominial é alcançada, entre outras medidas, pela demarcação da linha do preamar médio de 1831 (LPM/1831) que, ao longo do tempo, utilizou documentos cartográficos com sistema de coordenadas relacionadas a um Plano Topográfico local ou arbitrário. Para que o uso desses seja eficaz é necessário que alguns procedimentos técnicos sejam realizados.

Este relatório trata da elaboração dos passos metodológicos necessários para o aproveitamento dos documentos cartográficos históricos que se utilizam de um Plano Topográfico Local.

A handwritten signature in blue ink, likely belonging to the author or responsible party, is located in the bottom right corner of the page.

Objetivos

O objetivo deste relatório é a proposição de passos metodológicos para a transformação de coordenadas no plano topográfico local para geodésica e vice-versa de produtos cartográficos históricos visando a incorporação destes a Infraestrutura de Dados Espaciais (IDE) da SPU e sua utilização nos processos relacionados à regularidade dominial.

Para atingir os objetivos o trabalho foi dividido nos seguintes passos:

1. Identificação dos métodos existentes
2. Implementação de uma prova de conceito (POC)
3. Avaliação dos resultados



Passos Metodológicos

Identificação dos Métodos de Transformação Existentes

Para identificação dos métodos de transformação foi analisada a **Norma Brasileira** aprovada pela ABNT que trata dos procedimentos para criação de uma Rede de Referência Cadastral Municipal, a NBR 14166 de 1998 e artigos científicos que propõe o método de rotações e translações.

NBR 14666

A NBR 14666 foi instituída com o objetivo de a) apoiar a elaboração e a atualização de plantas cadastrais municipais; b) amarrar, de um modo geral, todos os serviços de topografia, visando as incorporações às plantas cadastrais do município; e c) referenciar todos os serviços topográficos de demarcação, de anteprojetos, de projetos, de implantação e acompanhamento de obras de engenharia em geral, de urbanização, de levantamentos de obras como construídas e de cadastros imobiliários para registros públicos e multifinalitários.

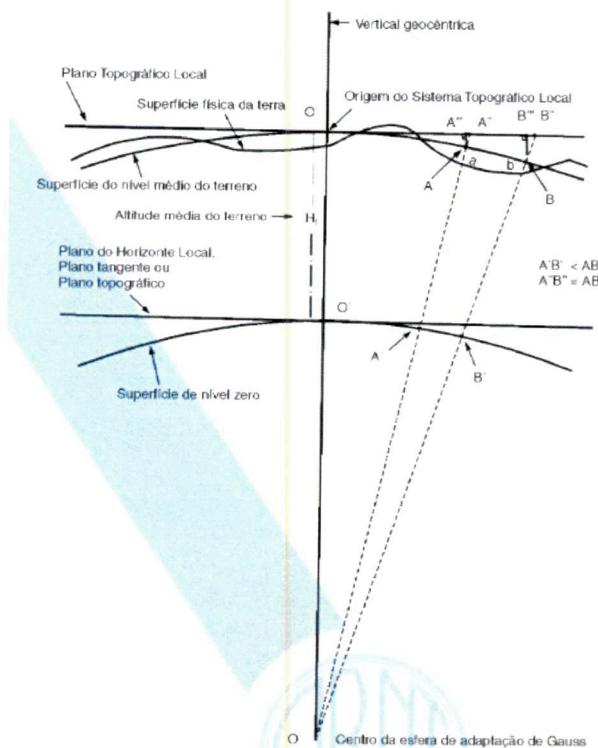


Figura 1 - Elementos do Sistema Topográfico Local

Jair Tadeu

É importante ressaltar a diferença entre o plano topográfico e o plano topográfico local (PTL). O primeiro é a superfície definida pelas tangentes, no ponto origem do Sistema Topográfico, ao meridiano deste ponto e à geodésica normal a este meridiano, já o PTL é a superfície elevada ao nível médio do terreno da área de abrangência do Sistema Topográfico Local, segundo a normal à superfície de referência no ponto de origem do sistema (ponto de tangência do plano topográfico de projeção no elipsóide de referência). O Nível médio do terreno, é calculado como sendo:

$$H_t = (AltOrtMax + AltOrtMin)/2$$

O desnível não deve ser superior a 150 metros, caso isso aconteça é necessário criar dois ou mais PTLs.

A fórmula para transformação das coordenadas geodésicas em coordenadas plano-retangulares no Sistema topográfico local é a seguinte:

$$X_p = 150000 + x_p$$

$$Y_p = 250000 + y_p$$

$$x_p = -\Delta\lambda_1 * \cos(\varphi_p) * N_p * \text{arc}1'' * c$$

$$y_p = 1/B * (\Delta\varphi_1 + C * x_p^2 + D * (\Delta\varphi_1)^2 + E * (\Delta\varphi_1) * x_p^2 + E * C * x_p^4) * c$$

$$\Delta\lambda'' = (\lambda_p - \lambda_o) * 3600$$

$$\Delta\varphi'' = (\varphi_p - \varphi_o) * 3600$$

$$\Delta\lambda_1 = \Delta\lambda'' * (1 - 3,9173 * 10^{-12} * (\Delta\lambda'')^2)$$

$$\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi'' * (1 - 3,9173 * 10^{-12} * (\Delta\varphi'')^2)$$

$$B = 1 / (M_0 * \text{arc}1'')$$

$$C = \tan(\varphi_0) / (2 * M_0 * N_0 * \text{arc}1'')$$

$$D = (3 * e^2 * \sin(\varphi_0) * \cos(\varphi_0) * \text{arc}1'') / (2 * (1 - e^2 * \sin(\varphi_0)^2))$$

$$E = 1 + 3 \tan(\varphi_0) / (6 * N_0^2)$$

$$c = (R_0 + H_t) / R_0$$

$$R_0 = \sqrt{M_0 * N_0}$$

$$M_0 = a * (1 - e^2) / (1 - e^2 \sin(\varphi_0)^2)^{1/2}$$

$$N_0 = a / (1 - e^2 \sin(\varphi_0)^2)^{1/2}$$

$$N_p = a / (1 - e^2 \sin(\varphi_p)^2)^{1/2}$$

$$e = ((a^2 - b^2)/a^2)^{1/2}$$

onde:

M₀ é o raio de curvatura da seção meridiana do elipsóide de referência em P₀ (origem do sistema);

N₀ é o raio de curvatura da seção normal ao plano meridiano do elipsóide de referência em P₀;

N_p é o raio de curvatura da seção normal ao plano meridiano do elipsóide de referência em P;

c é o fator de elevação;

a é o semi-eixo maior do elipsóide de referência;

b é o semi-eixo menor do elipsóide de referência;

e é a primeira excentricidade do elipsóide de referência;

f é o achatamento do elipsóide de referência;

H_t é a altitude ortométrica média do terreno ou altitude do plano topográfico local (PTL).

A fórmula para transformação das coordenadas plano-retangulares no Sistema topográfico local em coordenadas geodésicas não é especificada na NBR 14666, para fazer a transformação foi deduzido o seguinte formulário:

O objetivo deste primeiro formulário é encontrar o valor de φ_p e λ_p.

Para φ_p usaremos as seguintes equações:

$$Y_p = 250000 + y_p$$

$$y_p = 1/B * (\Delta\varphi_1 + C * x_p^2 + D * (\Delta\varphi_1)^2 + E * (\Delta\varphi_1) * x_p^2 + E * C * x_p^4) * c$$

$$\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi'' * (1 - 3,9173 * 10^{-12} * (\Delta\varphi'')^2)$$

$$\Delta\varphi'' = (\varphi_p - \varphi_o) * 3600$$

Assim temos que:

$$y_p = Y_p - 250000$$

$$y_p = 1/B * (\Delta\varphi_1 + C * x_p^2 + D * (\Delta\varphi_1)^2 + E * (\Delta\varphi_1) * x_p^2 + E * C * x_p^4) * c$$

$$y_p/(1/B) = (\Delta\varphi_1 + C * x_p^2 + D * (\Delta\varphi_1)^2 + E * (\Delta\varphi_1) * x_p^2 + E * C * x_p^4) * c$$

$$(y_p/(1/B))/c = D * (\Delta\varphi_1)^2 + \Delta\varphi_1 + E * (\Delta\varphi_1) * x_p^2 + C * x_p^2 + E * C * x_p^4$$

$$D * (\Delta\varphi_1)^2 + \Delta\varphi_1 + E * (\Delta\varphi_1) * x_p^2 + C * x_p^2 + E * C * x_p^4 - (y_p/(1/B))/c = 0$$

$$D * (\Delta\varphi_1)^2 + (1 + E * x_p^2) \Delta\varphi_1 + [C * x_p^2 + E * C * x_p^4 - (y_p/(1/B))/c] = 0$$

Aqui temos uma equação do segundo grau onde:

$$a = D$$

$$b = (1 + E * x_p^2)$$

$$c = [C * x_p^2 + E * C * x_p^4 - (y_p/(1/B))/c]$$

Para a resolução da equação temos o seguinte:

$$\Delta = b^2 - 4 * a * c$$

$$\Delta\varphi_1 = (-b + \Delta^{1/2}) / 2 * a$$

$$\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi'' * (1 - 3,9173 * 10^{-12} * (\Delta\varphi'')^2)$$

Nesse ponto é necessário resolver a equação cúbica exposta acima, para isso, temos:

$$3,9173 * 10^{-12} * \Delta\varphi''^3 + \Delta\varphi'' - \Delta\varphi_1 = 0$$

Aqui temos uma equação do terceiro grau onde:

$$a = 3,9173 * 10^{-12}$$

$$b = 0$$

$$c = 1$$

$$d = -\Delta\varphi_1$$

Para a equação cúbica geral $a*x^3 + b*x^2 + c*x + d = 0$, o método de Cardano-Tartaglia garante a existência de três soluções complexas, as quais podem ser escritas da seguinte forma em termos dos coeficientes a, b, c e d:

$$x_1 = -\frac{b}{3a} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

$$x_2 = -\frac{b}{3a} + \left(\frac{-1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right) \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \left(\frac{-1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right) \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

$$x_3 = -\frac{b}{3a} + \left(\frac{-1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right) \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \left(\frac{-1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right) \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}},$$

onde:

$$p = \frac{c}{a} - \frac{b^2}{3a^2}$$

$$q = \frac{d}{a} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{2b^3}{27a^3}$$

$$\Delta\varphi'' = x_2$$

Finalizando temos agora o valor de φ_p :

$$\Delta\varphi'' = (\varphi_p - \varphi_o) * 3600$$

$$\varphi_p = (\Delta\varphi'' / 3600) + \varphi_o$$

Para λ_p usaremos as seguintes equações:

$$X_p = 150000 + x_p$$

$$x_p = \Delta\lambda_1 * \cos(\varphi_p) * N_p * \text{arc1}'' * c$$

$$\Delta\lambda_1 = \Delta\lambda'' * (1 - 3,9173 * 10^{-12} * (\Delta\lambda'')^2)$$

$$\Delta\lambda'' = (\lambda_p - \lambda_o) * 3600$$

Assim, temos que:

$$x_p = X_p - 150000$$

$$x_p = \Delta\lambda_1 * \cos(\varphi_p) * N_p * \text{arc}1'' * c$$

$$\Delta\lambda_1 = (\cos(\varphi_p) * N_p * \text{arc}1'' * c) / x_p$$

$$\Delta\lambda_1 = \Delta\lambda'' * (1 - 3,9173 * 10^{-12} * (\Delta\lambda'')^2)$$

Igualando a equação a 0, temos uma equação do terceiro grau similar a equação de $\Delta\varphi_1$. Sendo assim a resolução se dá da mesma forma.

$$3,9173 * 10^{-12} * \Delta\lambda''' + \Delta\lambda'' - \Delta\varphi_1 = 0$$

$$3,9173 * 10^{-12} * \Delta\varphi''' + \Delta\varphi'' - \Delta\varphi_1 = 0$$

Método de rotações e translações

O método de rotações e translações, de mais simples implementação, tem como principal vantagem o não estabelecimento de limites quanto as altitudes envolvidas já que considera as alturas elipsoidais vinculadas às coordenadas geodésicas.

A fórmula para transformação das coordenadas geodésicas em coordenadas plano-retangulares no Sistema topográfico local é a seguinte:

$$\begin{matrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} & \mathbf{c} & \mathbf{d} \\ \begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\varphi_0 & \cos\varphi_0 \\ 0 & -\cos\varphi_0 & \sin\varphi_0 \end{bmatrix} \cdot & \begin{bmatrix} -\sin\lambda_0 & \cos\lambda_0 & 0 \\ -\cos\lambda_0 & -\sin\lambda_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

t, u e v são as coordenadas topográficas transformadas no PTL

φ_0 e **λ_0** são a latitude e a longitude geodésica do ponto escolhido como origem do sistema;

X, Y e Z são as coordenadas geodésicas cartesianas tridimensionais do ponto a transformar;

X_0 , Y_0 e Z_0 são as coordenadas geodésicas cartesianas tridimensionais do ponto escolhido para origem do sistema.

A fórmula para transformação das coordenadas plano-retangulares no Sistema topográfico local para coordenadas geodésicas é a seguinte:

Considerando as matrizes **a**, **b**, **c** e **d** temos que:

$$\mathbf{d} = (\mathbf{b} * \mathbf{c})^{-1} * \mathbf{a}$$

sendo d:

$$\begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix}$$

e considerando que conhecemos X_0 , Y_0 e Z_0 podemos criar a seguinte matriz:

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}$$

logo X, Y, Z será a soma das matrizes $\mathbf{d} + \mathbf{e}$.

Implementação da Prova de Conceito

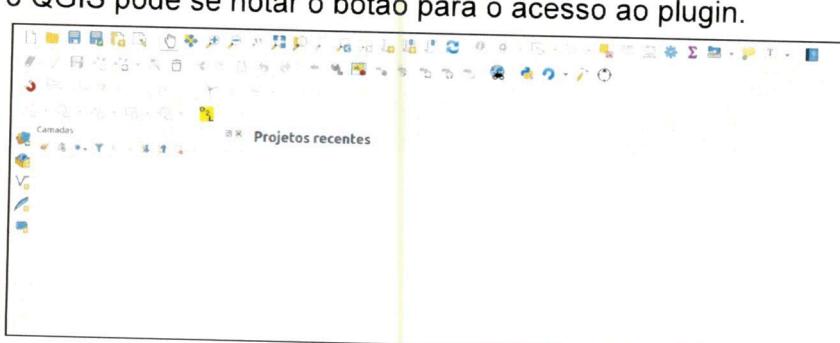
Para possibilitar os testes e o uso dos métodos foi desenvolvido um plugin para o software QGIS 3.0.

O código fonte do plugin está disponível no GitHub através do seguinte link:
<https://github.com/dmcarvalho/geo2local>

Para utilizar o plugin, basta baixar o código fonte no link acima e copiá-lo para o diretório:

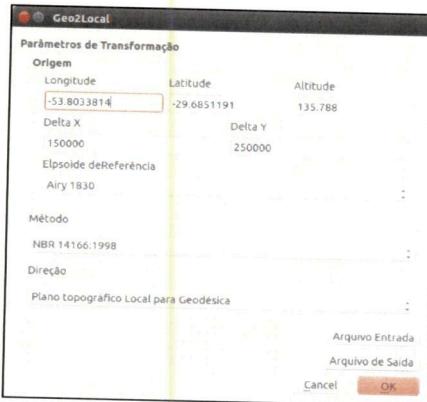
UNIX/Mac: /home/(user)/.local/share/QGIS/QGIS3/profiles/default/python/plugins/

Ao Iniciar o QGIS pode se notar o botão para o acesso ao plugin.



A tela do plugin é a seguinte:

Jántida



Os parâmetros utilizados na Tela de Login são os seguintes:

Longitude - Longitude da origem do PTL

Latitude - Latitude da origem do PTL

Altitude - Altitude da origem do PTL

DeltaX - Origem X do PTL

DeltaY - Origem Y do PTL

Elipsóide de Referência - Nome do Elipsóide de referência a que as coordenadas estão relacionadas.

Método - Caixa de seleção com as opções de fazer a transformação utilizando o Método da NBR 1466 ou o Método de Rotações e Translações.

Direção - Caixa de seleção com as opções de transformação do Plano topográfico Local para Geodésica e de Geodésica para Plano topográfico Local.

Testes

Para os testes foram utilizados os dados disponibilizados no artigo **Transformação de coordenadas geodésicas em coordenadas no plano topográfico local pelos métodos da norma nbr 14166:1998 e o de rotações e translações** publicado no **III Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação**.

A partir dos dados disponíveis, foram feitos os seguintes testes:

1. Conversão pelo método NBR 1466 de coordenadas geodésicas para coordenadas no PTL. As coordenadas transformadas foram comparadas com as coordenadas no PTL do Artigo.
2. Conversão pelo método NBR 1466 das coordenadas transformadas para coordenadas Geodésicas. As coordenadas geodésicas foram comparadas com as coordenadas originais do Artigo.

3. Conversão pelo método de Rotações e Translações de coordenadas geodésicas para coordenadas no PTL. As coordenadas transformadas foram comparadas com as coordenadas no PTL do Artigo.
4. Conversão pelo método de Rotações e Translações das coordenadas transformadas para coordenadas Geodésicas. As coordenadas geodésicas foram comparadas com as coordenadas originais do Artigo.

Nome	Lat	Long	Alt
M1	-29.65460913	-53.8341274	450.118
M3	-29.67357437	-53.8205554	103.377
M4	-29.68941434	-53.82128267	135.751
M5	-29.70323314	-53.81691593	107.955
M6	-29.71498557	-53.81008333	98.347
M7	-29.70748513	-53.87390273	117.438
M9	-29.6765781	-53.85593416	150.153
M10	-29.70703206	-53.85221851	116.773
M11	-29.70168068	-53.82755611	99.563
M12	-29.69545786	-53.81551143	122.438
M13	-29.72842881	-53.80895047	101.492
M14	-29.69080214	-53.80120967	155.937
M15	-29.68606204	-53.80648204	160.926
M16	-29.68140556	-53.80594891	142.245
M17	-29.6851191	-53.8033814	135.788
M18	-29.71044821	-53.79534733	175.282
M19	-29.70249074	-53.7154251	100.112
M20	-29.70634906	-53.73986824	122.763

O Marco M17 foi considerado a origem do sistema para todos os testes

Em todos os testes as coordenadas geradas pelo plugin bateram com as coordenadas do artigo.

Conclusão

O plugin se mostra suficiente para executar as transformações utilizando os dois métodos tanto para a conversão de coordenadas geodésicas para coordenadas no PTL quanto o contrário.

Como a transformação é feita a partir de uma lista de coordenadas é possível utilizar o plugin para converter para coordenadas geodésicas os trechos da linha do preamar médio de 1831 que foram levantados utilizando PTL.

É recomendado às áreas técnicas de geoprocessamento da SPU que se façam testes com os produtos originários da Secretaria onde encontram-se demarcadas as áreas dominiais da União, bem como seus imóveis passíveis de serem cadastrados no banco de dados da SPU, para que o resultado dos métodos demonstrados sejam documentados e consolidados ou não como linha de produção para conversão de produtos geoespaciais de origem topográfica com sistemas de coordenadas locais.



Brasília, 16 de maio de 2018.



A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Diego Moreira Carvalho". Below the signature, the name is printed in a bold, black, sans-serif font.

DIEGO MOREIRA CARVALHO