#elenao

Aplicação da Teoria da Majorização em Computação Quântica

...

Aluno: Matheus Macedo - UERJ
Orientador: Raúl Vallejos

Objetivo

- Testar a desigualdade de majorização relativa ao problema de Boson-Sampling, proposta por Chin e Huh

Seungbeom Chin and Joonsuk Huh, “Majorization, Entropy and Computing Power of Linear Optics”, 2017, arXiv:1710.0555

Majorização

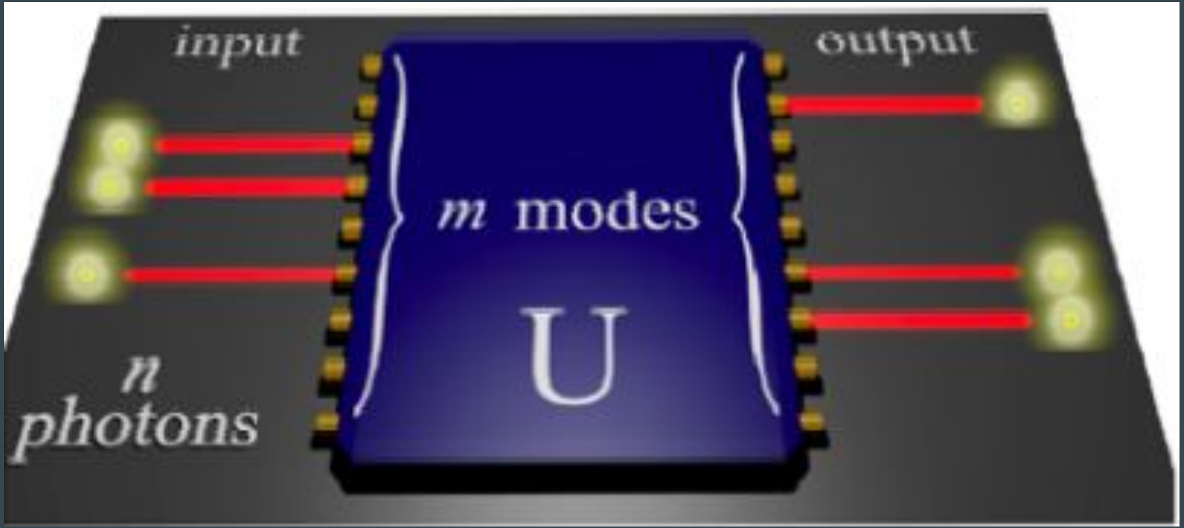
x = (x1, x2 , ... , xn) → $x_i \geq 0 \quad \sum_{i=1}^{n} x_i = 1$

y = (y1 , y2, ... , yn) → $y_i \geq 0 \quad \sum_{i=1}^{n} y_i = 1$

$$x \prec y \qquad \text{if} \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^{k} x_{[i]} \leq \sum_{i=1}^{k} y_{[i]}, & k = 1, \ldots, n-1 \\ \sum_{i=1}^{n} x_{[i]} = \sum_{i=1}^{n} y_{[i]}. \end{cases}$$

$x_{[i]}$ representa a ordem decrescente das coordenadas dos vetores

Boson-Sampling



Alex Arkhipov e Scott Aaronson

fonte: https://www.sif.it/media/2e2d8d06.pdf, julho/2019

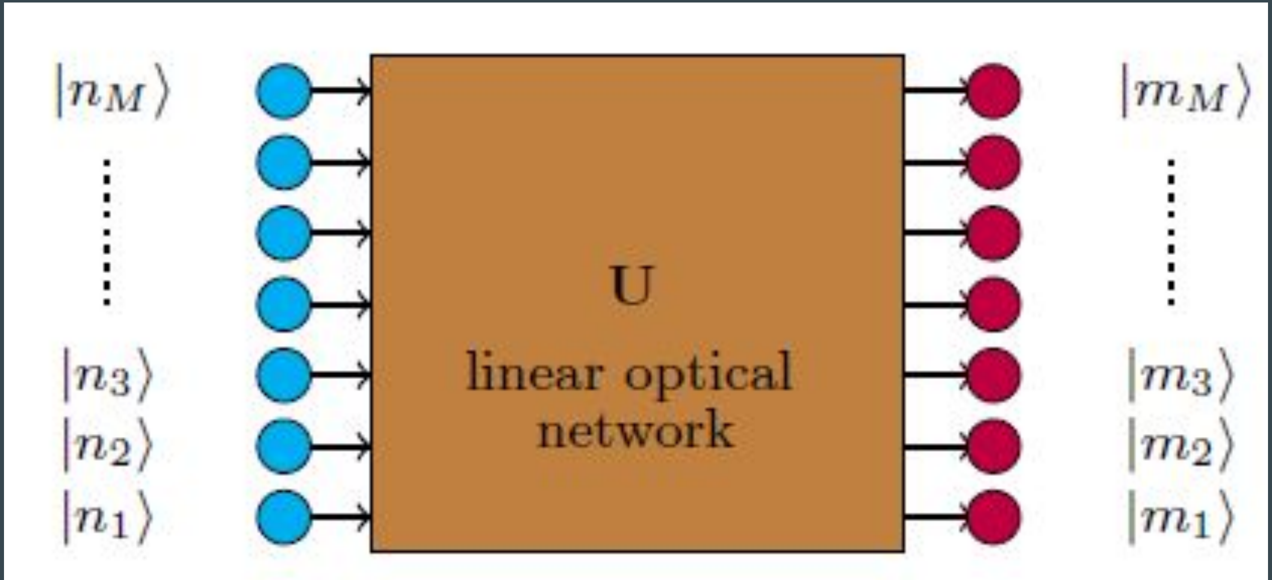
Importância do Bóson Sampling na Computação Quântica

- Supremacia Quântica
  - Um computador clássico realiza a tarefa em um tempo exponencial
  - Interferômetro → tempo polinomial
    (computador quântico)

Para o caso de um ou zero fóton por entrada

$\hat{A} = U$

$[A]_{\vec{n},\vec{m}}$ = submatriz

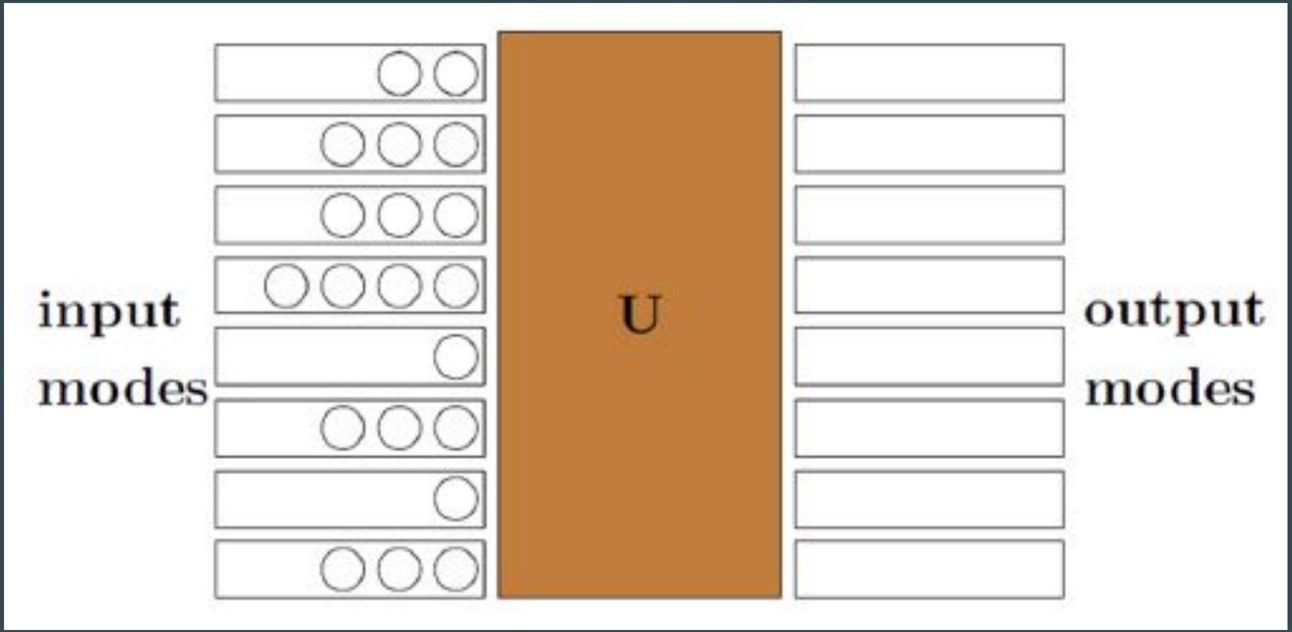


$$\langle\vec{m}|\hat{A}|\vec{n}\rangle = \frac{\mathrm{Per}([A]_{\vec{n},\vec{m}})}{\prod_{k=1}^{M}\sqrt{n_k!\,m_k!}}$$

fonte: Seungbeom Chin and Joonsuk Huh, Majorization and the time complexity of linear optical networks, arXiv:1710.05551v3(2017).

Para mais de um fóton por entrada

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$



$$\langle \overrightarrow{m} | \hat{A} | \overrightarrow{n} \rangle = \frac{\mathrm{Per}([\overline{A}]_{\overrightarrow{n},\overrightarrow{m}})}{\prod_{k=1}^{M} \sqrt{n_k! m_k!}}$$

Desigualdade de majorização (Chin e Huh)

$$(\vec{n}_1 \preceq \vec{m}_1 \preceq \vec{n}_2 \preceq \vec{m}_2)$$

$$\Downarrow$$

$$\mathcal{T}(\vec{n}_1 \preceq \vec{m}_1) \geq \mathcal{T}(\vec{n}_2 \preceq \vec{m}_2)$$

Desigualdades para dois casos distintos

$$(\vec{n}_1 \preceq \vec{m}_1 \preceq \vec{n}_2 \preceq \vec{m}_2),$$

$$\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}2\\1\\1\\0\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}3\\1\\0\\0\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}4\\0\\0\\0\end{pmatrix}$$

CASO (a)

$$(\vec{n}_1 \preceq \vec{m}_1 \preceq \vec{n}_2 \preceq \vec{m}_2)$$

$$\begin{pmatrix}2\\1\\1\\0\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}3\\1\\0\\0\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}4\\0\\0\\0\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}4\\0\\0\\0\end{pmatrix}$$

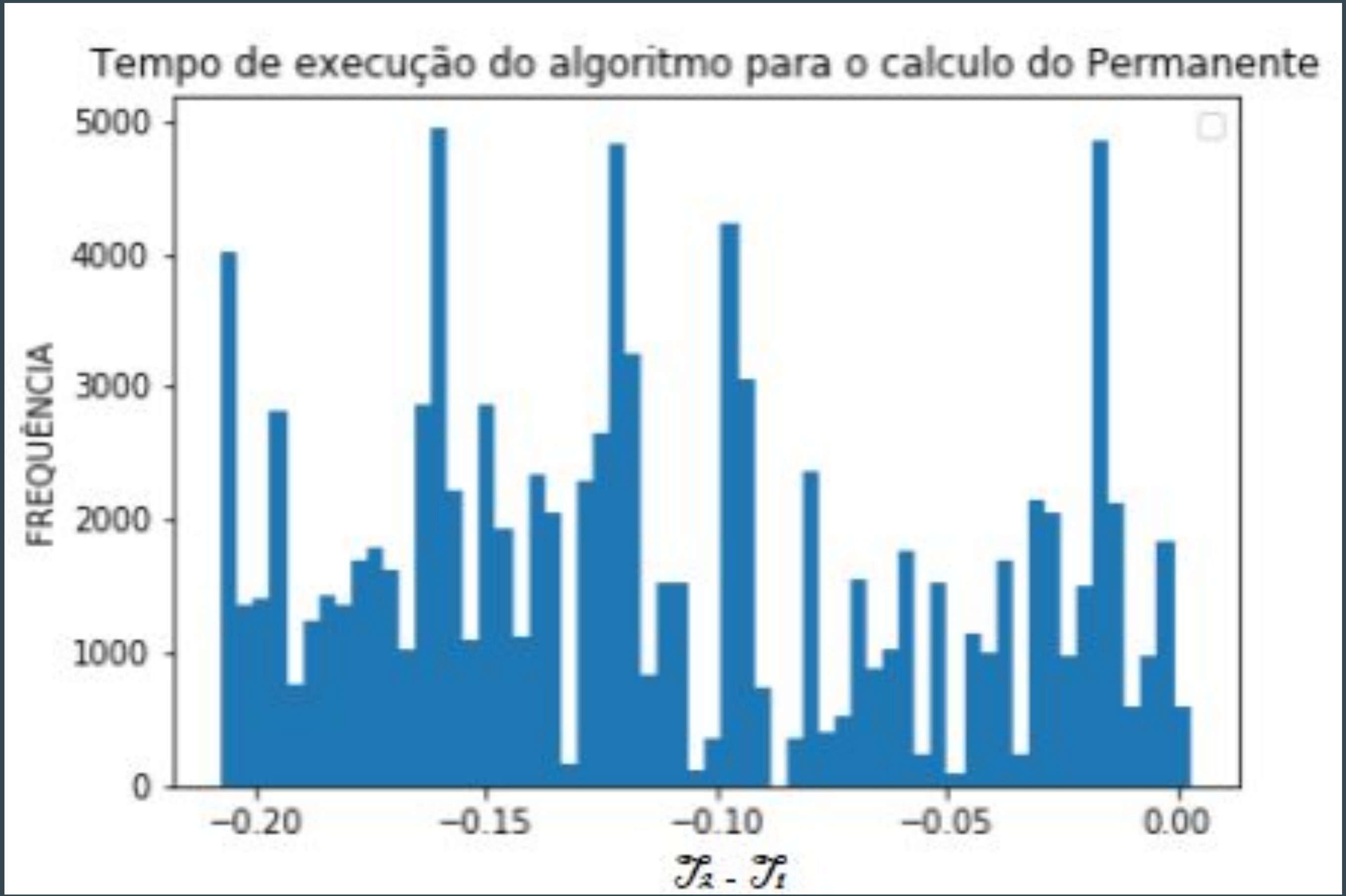
CASO (b)

Cálculo do Permanente

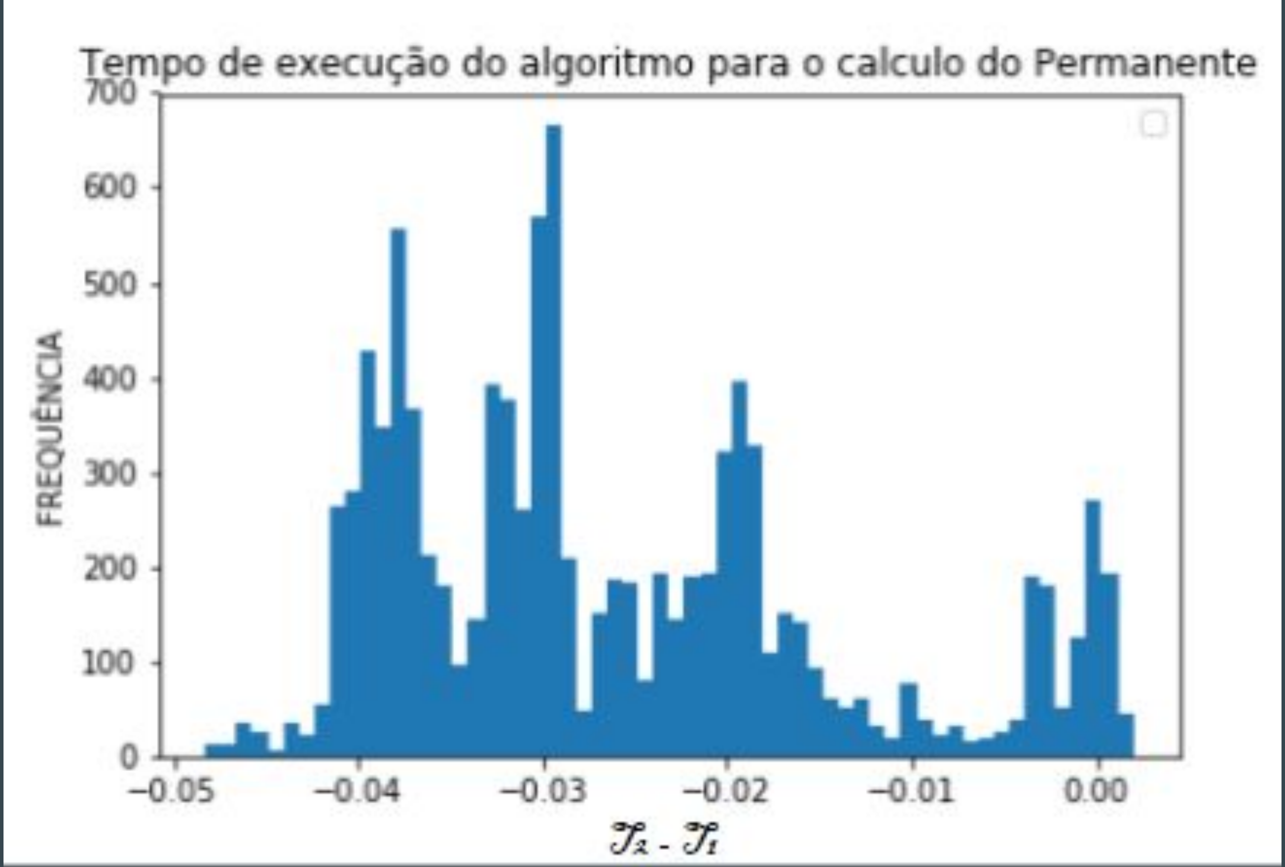
$$\mathrm{Per}\,(U) = \frac{1}{2^N} \sum_{v_1=0}^{n_1} \cdots \sum_{v_M=0}^{n_M} (-1)^{N_v} \binom{n_1}{v_1} \cdots \binom{n_M}{v_M} \times \prod_{k=1}^{M} [\sum_{j=1}^{M} (n_j - 2v_j) U_{jk}]^{m_k}$$

Baseado em: Seungbeom Chin and Joonsuk Huh, Majorization and the time complexity of linear optical networks, arXiv:1710.05551v3(2018).

Histograma para o caso (a)

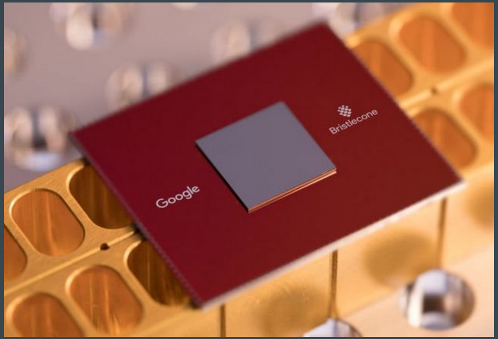


Histograma para o caso (b)



Conclusões

- Conseguimos verificar numericamente as duas desigualdades proposta por Chin e Huh.
- Para isso foi necessário calcular os permanentes de matrizes randômicas (Python).
- Novas considerações para provar a supremacia quântica estão sendo estudadas e testadas.



processador Bristlecone desenvolvido pelo Google contendo 72 Qbits