

Simulação e Seção de Choque de arcos gravitacionais e anéis de Einstein

Aluno: Eduardo Valadão
Orientador: Martín Makler

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas - CBPF
XXVI Jornada de Iniciação Científica e Tecnológica

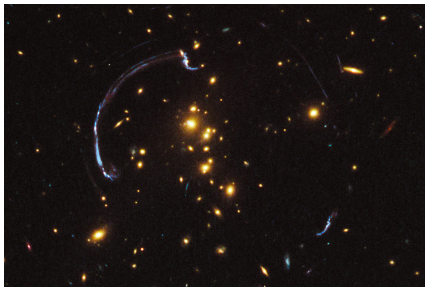
11 de Julho de 2019



- 1 Lentes Gravitacionais: Efeito Forte
- 2 Esfera Isotérmica Singular (SIS): Fonte Circular e Elíptica
- 3 Simulação de Arcos Gravitacionais: Galáxias Espirais e Elípticas
- 4 Seção de Choque Infinitesimal: Formalismo de Keeton
- 5 Conclusões e Perspectivas Futuras
- 6 Referências Bibliográficas
- 7 Figuras

Lentes Gravitacionais: Efeito Forte

- O efeito forte do fenômeno de lenteamento gravitacional é capaz de produzir imagens altamente distorcidas e magnificadas em forma de arcos e anéis de uma galáxia distante (fonte), devido ao campo gravitacional de outra galáxia ou aglomerado de galáxias ¹ (lente).



Arcos gravitacionais

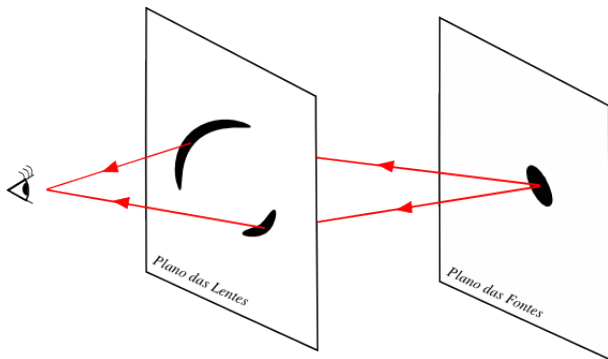


Anel de Einstein-Chwolson

¹A maior contribuição para a distorção das imagens se deve à Matéria Escura.

Lentes Gravitacionais: Efeito Forte

- Podemos entender o lenteamento gravitacional como uma transformação de coordenadas, de $\vec{x} = (x_1, x_2)$ no Plano das Lentes, para $\vec{y} = (y_1, y_2)$ no Plano das Fontes.²



² \vec{x} e \vec{y} estão em bases cartesianas, podemos fazer também que $\vec{x} = (x, \varphi)$ numa base polar.

- Os dois sistemas de coordenadas estão relacionados pela **Equação da Lente** na forma adimensional,

$$\vec{y} = \vec{x} - \vec{\nabla}_x \phi(\vec{x}) \quad (1)$$

onde $\phi(\vec{x})$ é o potencial de lenteamento reduzido, isto é, o potencial Newtoniano da lente projetado no Plano das Lentes multiplicado por um fator de normalização, que envolve as distâncias cosmológicas e a escala escolhida para tornar tudo adimensional, e

$$\vec{\nabla}_x \phi(\vec{x}) = \vec{\alpha}(\vec{x}) \quad (2)$$

é o ângulo de deflexão reduzido. Além disso, a deformação e a magnificação das imagens são descritas pela matriz Jacobiana desta transformação:

$$\mathbb{J}_{ij} = \left(\frac{\partial \vec{y}}{\partial \vec{x}} \right)_{ij} = \delta_{ij} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_j}. \quad (3)$$

- Na Esfera Isotérmica Singular, assume-se que as componentes de massa da lente se comportam como partículas em um gás ideal isotérmico, em equilíbrio hidrostático. Pode se mostrar que o perfil radial de densidade deste modelo é dado por

$$\rho(r) = \frac{\sigma_v^2}{2\pi G r^2} \quad (4)$$

em que σ_v^2 é a dispersão de velocidades unidimensional das partículas. Além disto, este modelo é capaz de reproduzir as curvas de rotação de galáxias.

- Durante a última década, diversos estudos utilizando dados reais mostraram que o perfil radial de densidade de lentes na escala galáctica (i.e. galáxias "Early-Type"), é bastante próximo ao perfil da SIS.

- Para a SIS, o ângulo de deflexão reduzido é dado por

$$\vec{\alpha}(\vec{x}) = \hat{x} \quad (5)$$

e por conseguinte a **Equação da Lente** na forma adimensional para a Esfera Isotérmica Singular é dada por

$$\boxed{\vec{y} = (x - 1)\hat{x}}. \quad (6)$$

- Seja $x(\varphi)$ a equação polar das imagens e $y(\varphi)$ a da fonte, podemos compreender a borda dos arcos gravitacionais, ou anel de Einstein, formados pela SIS, como curvas planas chamadas de **concóides**³ e descritas por

$$x(\varphi) = y(\varphi) + k. \quad (7)$$

onde, neste caso, $k = 1$.

³As concóides são conhecidas desde a Grécia antiga e possuem este nome pois seus formatos são similares aos de conchas.

- Para uma fonte circular de raio R_0 , centro posicionado em (S_0, θ) a **Equação da Lente** é dada por

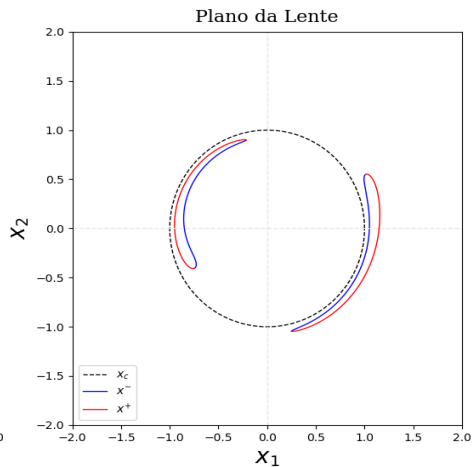
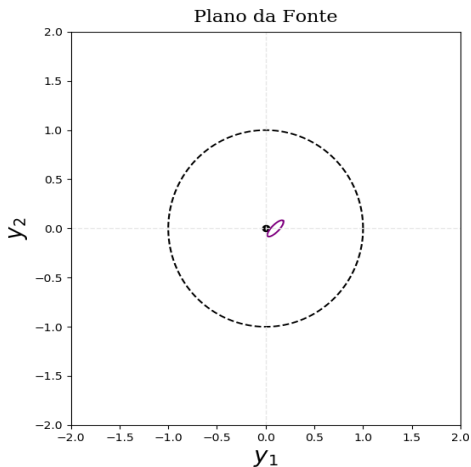
$$x_c^\pm = 1 + S_0 \cos(\varphi - \theta) \pm \sqrt{R_0^2 - S_0^2 \sin^2(\varphi - \theta)}. \quad (8)$$

- Para uma fonte elíptica centrada em (S_0, θ) , de raio efetivo R_0 , elipticidade ε_s , inclinação φ_e do eixo-maior e seja $\bar{\varphi} = \varphi - \varphi_e$, temos que a **Equação da Lente** é

$$x_\varepsilon^\pm = 1 + \frac{1}{1 - \varepsilon_s \cos(2\bar{\varphi})} \left\{ S_0 \cos(\theta - \varphi) - \varepsilon_s S_0 \cos(\theta + \varphi - 2\varphi_e) \right. \\ \left. \pm \sqrt{R_0^2 [1 - \varepsilon_s \cos(2\bar{\varphi})] - S_0^2 (1 - \varepsilon_s^2) \sin^2(\theta - \varphi)} \right\}. \quad (9)$$

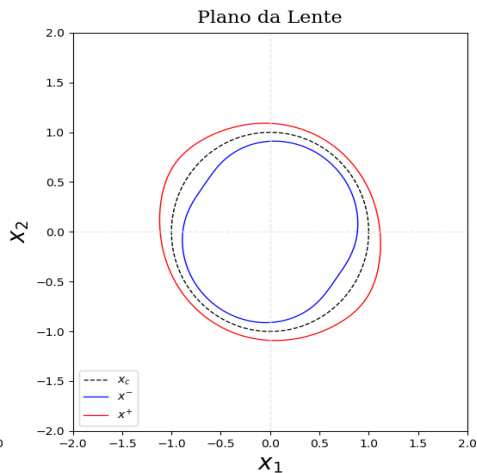
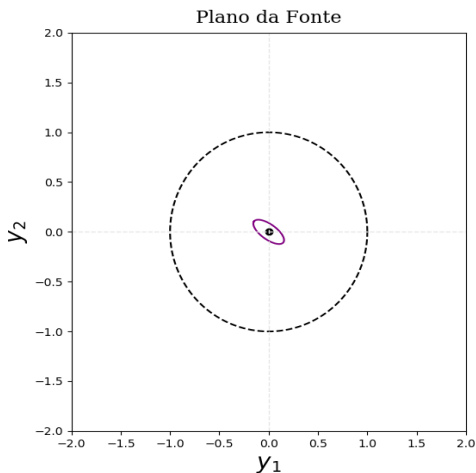
Esfera Isotérmica Singular (SIS): Fonte Circular e Elíptica

- Arcos gravitacionais formados a partir de uma fonte elíptica com $S_0 = 0.1$, $\theta = 0^\circ$, $R_0 = 0.05$, $\varepsilon_s = 0.8$ e $\varphi_e = 45^\circ$.



Esfera Isotérmica Singular (SIS): Fonte Circular e Elíptica

- Anel de Einstein formado a partir de uma fonte elíptica com $S_0 = 0$, $\theta = 0^\circ$, $R_0 = 0.1$, $\varepsilon_s = 0.7$ e $\varphi_e = 145^\circ$.



- Com a intenção de criar um modelo mais realístico, implementamos em Python uma simulação da Esfera Isotérmica Singular com fonte elíptica, atribuindo a esta uma distribuição superficial de brilho, característica de galáxias elípticas e espirais.
- Os perfis de brilho de galáxias elípticas caem rapidamente do centro às bordas, por este motivo foi utilizado a Lei de Sérsic de forma aproximada:

$$I_{el.}(R_0) = I_e 10^{-(0.868n-0.142) \left[\left(\frac{R_0}{R_e} \right)^{1/n} - 1 \right]} \quad (10)$$

onde R_e é o raio que contém metade da luminosidade total da galáxia, I_e é o brilho superficial correspondente ao raio R_e e n um número qualquer.

- Galáxias espirais possuem duas regiões com perfis de brilho diferentes, o bojo e o disco. O perfil do bojo é dado pela Lei de Sérsic para $n = 4$, mais conhecida como Lei de Vaucouleurs, e o disco é descrito por uma exponencial decrescente dada por

$$I_{es.}(R_0) = I_0 e^{-\frac{R_0}{R_s}} \quad (11)$$

onde I_0 é o brilho superficial central extrapolado e R_s é a distância entre o centro e o ponto do disco onde o brilho decai por um fator e^{-1} .

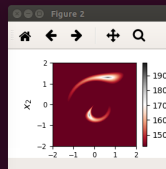
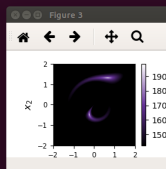
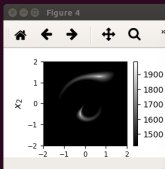
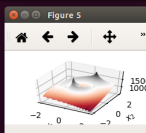
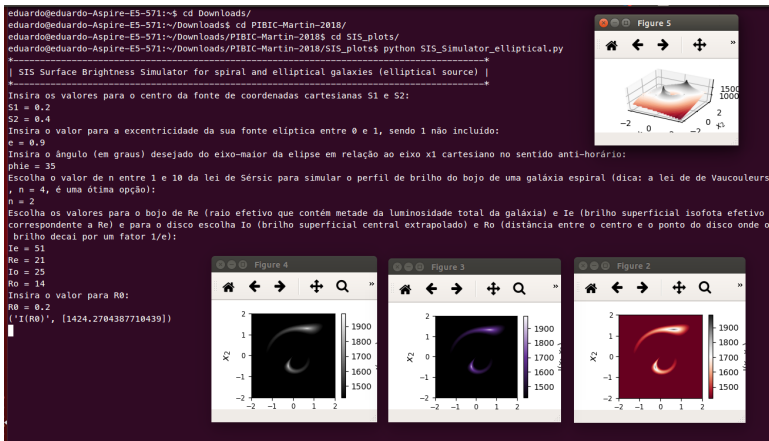
- Partindo da distribuição de brilho $I = I_{el.} + I_{es.}$, foi necessário para o código, passar a equação (9) para coordenadas cartesianas:

$$R_0^2 = (1 - \varepsilon_s) \left[(x_1 \cos \varphi_e + x_2 \sin \varphi_e) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}} \right) - S_1 \cos \varphi_e - S_2 \sin \varphi_e \right]^2 \quad (12)$$
$$+ (1 + \varepsilon_s) \left[(x_2 \cos \varphi_e - x_1 \sin \varphi_e) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}} \right) + S_1 \sin \varphi_e - S_2 \cos \varphi_e \right]^2 .$$

Simulação de Arcos Gravitacionais: Galáxias Espirais e Elípticas

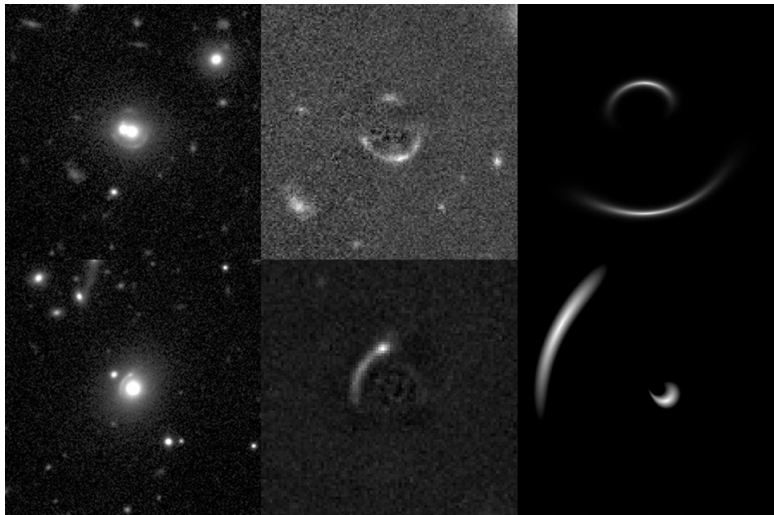
- O código possui a flexibilidade da escolha de todos os parâmetros do modelo, como posição, tamanho e elipticidade da fonte, e até mesmo as variáveis relacionadas ao brilho da fonte. Regiões brancas são as mais luminosas, e a medida que escurece o brilho decresce.

```
eduardo@eduardo-Aspire-E5-571:~$ cd Downloads/  
eduardo@eduardo-Aspire-E5-571:~/Downloads$ cd PIBIC-Martin-2018/  
eduardo@eduardo-Aspire-E5-571:~/Downloads/PIBIC-Martin-2018$ cd SIS_plots/  
eduardo@eduardo-Aspire-E5-571:~/Downloads/PIBIC-Martin-2018/SIS_plots$ python SIS_Simulator_elliptical.py  
-----  
| SIS Surface Brightness Simulator for spiral and elliptical galaxies (elliptical source) |  
-----  
Insira os valores para o centro da fonte de coordenadas cartesianas S1 e S2:  
S1 = 0.2  
S2 = 0.4  
Insira o valor para a excentricidade da sua fonte elíptica entre 0 e 1, sendo 1 não incluído:  
e = 0.9  
Insira o ângulo (em graus) desejado do eixo-maior da elipse em relação ao eixo x1 cartesiano no sentido anti-horário:  
phi = 35  
Escolha o valor de n entre 1 e 10 da lei de Sérsic para simular o perfil de brilho do bojo de uma galáxia espiral (dica: a lei de de Vaucouleurs  
, n = 4, é uma ótima opção):  
n = 2  
Escolha os valores para o bojo de Re (raio efetivo que contém metade da luminosidade total da galáxia) e Ie (brilho superficial isofota efetivo  
correspondente a Re) e para o disco escolha Io (brilho superficial central extrapolado) e Ro (distância entre o centro e o ponto do disco onde o  
brilho decai por um fator 1/e):  
Ie = 51  
Re = 21  
Io = 25  
Ro = 14  
Insira o valor para R0:  
R0 = 0.2  
( 'I(R0)', [1424.2704387710439] )  
█
```



Simulação de Arcos Gravitacionais: Galáxias Espirais e Elípticas

- Comparação entre as simulações e imagens reais de candidatos a arcos gravitacionais, obtidas pelo grupo do CBPF no levantamento CS82.



Simulação de Arcos Gravitacionais: Galáxias Espirais e Elípticas



- Definida como a área no Plano das Fontes capaz de produzir imagens com alguma propriedade específica, como razão axial ou magnificação acima de um certo limite, a **seção de choque** pode ser utilizada para se obter o número de arcos e prever a quantidade de fontes, que são essenciais para a estatística de arcos gravitacionais.

$$\sigma = \int_S d^2y = \int_S |\det\mathbb{J}(x)| d^2x \quad (13)$$

- Para calcular a seção de choque de fontes finitas utiliza-se geralmente o método de reconstrução de imagens, que consiste em resolver numericamente a **Equação da Lente** para cada ponto da fonte. Porém, este método requer extrema capacidade computacional, desta forma, é útil ao estudo da Cosmologia, obter soluções aproximadas como a seção de choque infinitesimal.

- **Seção de choque de formação de arcos:** Quantifica a eficiência de uma lente para produzir imagens com uma razão entre o comprimento L e largura W do arco acima de um valor mínimo R_{th} ($L/W \geq R_{th}$).
- **Seção de choque de magnificação:** Quantifica a eficiência de uma lente para produzir imagens com uma magnificação μ acima de um valor mínimo μ_{th} ($\mu \geq \mu_{th}$).
- Na aproximação infinitesimal consideramos uma aproximação local para L/W , fontes circulares infinitesimais de raio R_0 são mapeadas em elipses com semi-eixos $a = R_0/\lambda_t$ e $b = R_0/\lambda_r$, onde λ_t e λ_r são os autovalores da matriz Jacobiana. Assim, $L/W = |\lambda_r/\lambda_t|$.
- Podemos definir uma região cuja deformação em seu interior é maior que R_{th} , de forma a termos que $L/W \simeq |R_\lambda| \geq R_{th}$. Esta região é limitada por $R_\lambda = \pm R_{th}$.

- Para a fonte elíptica é necessário levar em conta sua orientação e elipticidade, para isso foi utilizado no trabalho o formalismo criado por C. R. Keeton [4], no qual mostra que a imagem formada por uma fonte elíptica, com ângulo de orientação φ_e , é uma elipse com razão axial dada por

$$R_\lambda = \sqrt{\frac{T + \sqrt{T^2 - 4D}}{T - \sqrt{T^2 - 4D}}} \quad (14)$$

em que

$$T = q_l^2 + q_s^2 + (q_l^2 - 1)(q_s^2 - 1) \cos^2 \theta \quad (15)$$

$$D = q_l^2 q_s^2 \quad (16)$$

e onde $q_l = \frac{\lambda_r}{\lambda_t} = \frac{1}{1-1/x}$, $q_s = \frac{\sqrt{1+\varepsilon_s}}{\sqrt{1-\varepsilon_s}}$ e $\theta = \varphi - \varphi_e + \frac{\pi}{2}$.

- A região, para a fonte elíptica infinitesimal, cuja deformação das imagens é maior que o limite R_{th} se encontra entre as curvas

$$x_{min} = \frac{2[(q_s + R_{th})(1 + q_s R_{th}) - (q_s^2 - 1)R_{th} \cos(2\theta)] + S_q}{4(q_s + R_{th})(1 + q_s R_{th})} \quad (17)$$

$$x_{max} = \frac{2[(q_s - R_{th})(q_s R_{th} - 1) - (q_s^2 - 1)R_{th} \cos(2\theta)] - S_q}{4(q_s - R_{th})(q_s R_{th} - 1)} \quad (18)$$

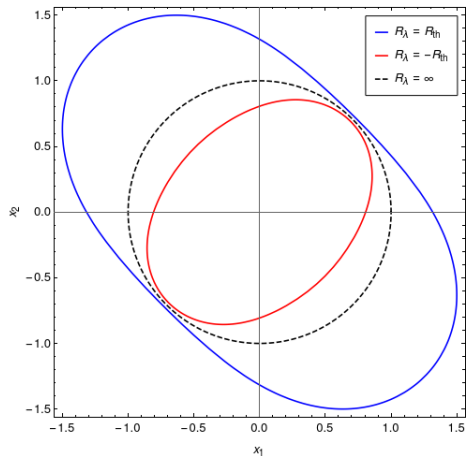
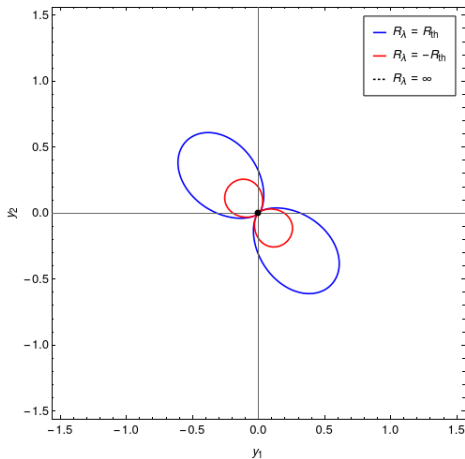
onde

$$S_q = \sqrt{2[2q_s^2(1 + R_{th}^4) - (1 + q_s^2)^2 R_{th}^2 + (q_s^2 - 1)^2 R_{th}^2 \cos(4\theta)]}. \quad (19)$$

- Para encontrarmos a contribuição da seção de choque da imagem externa, basta fazermos a integral (13) na região delimitada por $x(\varphi) = 1$ e $x(\varphi) = x_{max}$ e para a imagem interna integrarmos na região entre $x(\varphi) = x_{min}$ e $x(\varphi) = 1$.

Seção de Choque Infinitesimal: Formalismo de Keeton

- Curvas de distorção constante para $R_{th} = 10$, $\phi_e = 45^\circ$ e $\varepsilon_s = 0.9$.



- Como resultado original, obtivemos a partir do formalismo de Keeton, as seções de choque de formação de arcos para as imagens externa e interna, formadas pela SIS a partir de uma fonte elíptica infinitesimal:

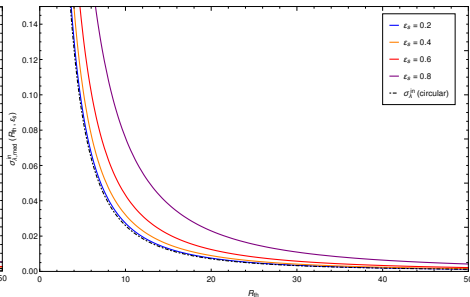
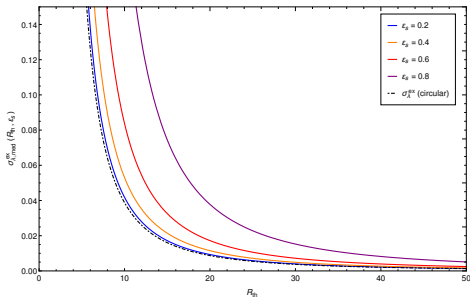
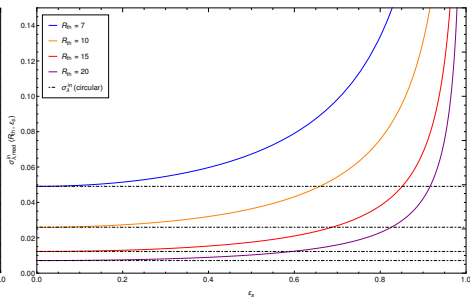
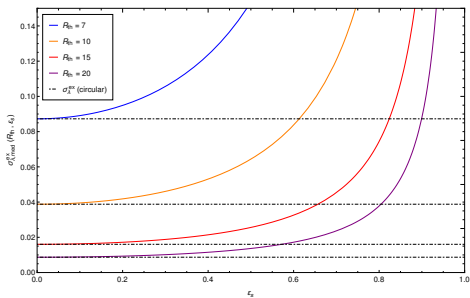
$$\sigma_{\lambda, med}^{ex} = \frac{1}{4(R_{th} + q_s^2 R_{th} - q_s(1 + R_{th}^2))^2} \left[\pi(R_{th}^2 + q_s^4 R_{th}^2 - 2(q_s + q_s^3)(R_{th} + R_{th}^3)) + 2q_s^2(1 + R_{th}^2 + R_{th}^4) + 4q_s(R_{th}^2 - 1)(R_{th} + q_s^2 R_{th} - q_s(1 + R_{th}^2)) \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - m^2 \sin^2(\theta)} d\theta \right] \quad (20)$$

$$\sigma_{\lambda, med}^{in} = \frac{1}{4(R_{th} + q_s^2 R_{th} + q_s(1 + R_{th}^2))^2} \left[\pi(R_{th}^2 + q_s^4 R_{th}^2 + 2(q_s + q_s^3)(R_{th} + R_{th}^3)) + 2q_s^2(1 + R_{th}^2 + R_{th}^4) - 4q_s(R_{th}^2 - 1)(R_{th} + q_s^2 R_{th} + q_s(1 + R_{th}^2)) \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - m^2 \sin^2(\theta)} d\theta \right] \quad (21)$$

onde a integral presente nas equações é uma integral elíptica completa do tipo 2, e m é dado por

$$m = \frac{(q_s^2 - 1)^2 R_{th}^2}{q_s^2 (R_{th}^2 - 1)^2}. \quad (22)$$

Seção de Choque Infinitesimal: Formalismo de Keeton



- Resultados:
 - Fomos capazes de obter uma simulação realística de arcos gravitacionais, de galáxias elípticas e espirais, que devido a sua simplicidade, pode vir a ser usado para a rápida caracterização de arcos em imagens astronômicas, caso seja adicionado o ruído.
 - Obtivemos expressões analíticas inéditas para as seções de choque da SIS para uma fonte elíptica infinitesimal, que podem ser usadas em estudos de estatística de arcos gravitacionais.
- Perspectivas futuras:
 - Adicionar na simulação o ruído e o efeito da atmosfera característicos de imagens astronômicas, pois assim poderemos fitar arcos reais e obter parâmetros da lente e da fonte.
 - Estudar o efeito de fonte finita na seção de choque da SIS, e encontrar soluções perturbativas.
 - Comparar nossos resultados das seções de choque da SIS para uma fonte elíptica infinitesimal, com a solução numérica exata e com soluções perturbativas do modelo.

Referências Bibliográficas

- 1 M. Makler, Lentes Gravitacionais: Um Rico Recurso Didático na Ocasão da Celebração dos 100 Anos do Eclipse de Sobral, *Conexões Ciência e Tecnologia*, v. 13, n. 2, p. 21-36 (2019)
- 2 V. P. de Freitas, M. Makler, H. S. Dúmet-Montoya, Strong lensing cross-sections for isothermal models. I. Finite source effects in the circular case, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 481, n. 2, p.2189-2204 (2018)
- 3 C. Furlanetto, B. X. Santiago, M. Makler, M., C. de Bom, C. H. Brandt, A. F. Neto, P. C. Ferreira, L. N. da Costa, M. A. G. Maia, A simple prescription for simulating and characterizing gravitational arcs. *Astronomy Astrophysics*, v 549, id.A80, 12 pp. (2013)
- 4 C. Keeton, Source Ellipticity and the Statistics of Lensed Arcs, *Astrophysical Journal*, v. 562, p. 160 (2001)
- 5 FREITAS, Vanessa Pacheco. Arcos Gravitacionais na Escala Galáctica: Modelagem Analítica e Seções de Choque. 2018. 147 f. Tese (Doutorado) - CBPF. Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, Rio de Janeiro.

Referências Bibliográficas

- 6 CAMINHA, Gabriel Bartosch. Um Prelúdio para o Lenteamento Gravitacional Forte em Levantamentos de Grandes Áreas. 2013. 109 f. Tese (Doutorado) - CBPF. Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, Rio de Janeiro.
- 7 FURLANETTO, Cristina. Arcos gravitacionais em aglomerados de galáxias: detecção, caracterização e modelamento. 2012. 161 f. Tese (Doutorado) - UFRGS. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul.
- 8 MONTOYA, Habib Salomón Dúmet. Modelagens Semianalíticas para Arcos Gravitacionais: Seção de Choque e Método Perturbativo em Lentes Pseudoelípticas. 2011. 197 f. Tese (Doutorado) - CBPF. Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, Rio de Janeiro.
- 9 Astronomia e Astrofísica / Kepler de Souza Oliveira Filho, Maria de Fátima Oliveira Saraiva.-4.ed.-São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.
- 10 S. Mollerach e E. Roulet, "Gravitational Lensing and Microlensing", 2002.

- 1 Imagem do eclipse solar de 1919 em Sobral. Retirado de https://www.eso.org/public/brazil/images/potw1926a/?fbclid=IwAR16fShpjWK5vKx1At8EfRrCGY8bwJJMVzyrZ2462xy9oWcNmWSt2yf_w - Página 2.
- 2 Arcos gravitacionais de uma galáxia distante devido ao aglomerado de galáxias RCS2 032727-132623. Retirado de <https://www.spacetelescope.org/images/opo1208a/> - Página 4.
- 3 Anel de Einstein de uma galáxia distante formado pelo aglomerado de galáxias SDSS J0146-0929. Retirado de <https://www.nasa.gov/image-feature/goddard/2018/hubble-finds-an-einstein-ring> - Página 4.
- 4 Imagem feita no software Inkscape - Página 5.
- 5 Gráficos feitos no Python utilizando-se o Matplotlib - Página 10 e 11.
- 6 Imagens reais do CS82 e simulações de arcos gravitacionais usando o modelo SIS + fonte elíptica + distribuição superficial de brilho de galáxias espirais e elípticas, feitas no Python utilizando-se o Matplotlib - Página 14 e 15.
- 7 Gráficos feitos no software Mathematica - Página 21 e 23.